

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра экономической теории

В.И. Марук

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ СОЦИАЛЬНО- ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Конспект лекции и решение типовых задач

М 25

Марук В.И.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ: Конспект лекции и решение типовых задач. – Бишкек: Изд-во КРСУ, 2007. – 30 с.

Лекция посвящена важной теме курса теории статистики – изучению динамики явлений. Задача учебно-методического пособия – ознакомить студентов с теорией этого вопроса и оказать им практическую помощь при выполнении контрольной работы по курсу «Статистика».

Лекция предназначена для студентов-заочников экономических специальностей.

Печатается по решению
кафедры экономической теории и РИСО КРСУ

Бишкек 2007

© КРСУ, 2007 г.

1. РЯДЫ ДИНАМИКИ И ИХ ВИДЫ

Статистика изучает общественные явления в их развитии во времени, используя для этой цели ряды динамики. Рядом динамики называется ряд числовых значений статистического показателя, расположенных в хронологической последовательности. Построение и анализ рядов динамики позволяет выявить тенденции и закономерности развития явления во времени, провести сравнительный анализ динамики нескольких явлений, обнаружить взаимосвязь между явлениями.

Ряд динамики состоит из двух элементов: 1) числовых значений статистического показателя, которые называются уровнями ряда; 2) периодов или моментов времени, к которым относятся уровни.

В зависимости от того, каким обобщающим показателем представлены уровни ряда, различают ряды динамики абсолютных, относительных и средних величин. По времени, которому соответствуют уровни ряда, различают моментные и интервальные ряды динамики.

Уровни моментного ряда динамики характеризуют состояние общественного явления на определенные моменты времени (на начало или другую дату месяца, квартала, года и т.п.). Примером моментного ряда динамики могут служить следующие данные о сумме вкладов населения в коммерческих банках Кыргызской Республики (на конец года, млрд. сом.):

2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.
1,5	1,6	1,5	1,9	2,2	2,8

Уровни интервального ряда динамики характеризуют итоги развития общественного явления за некоторый интервал времени (месяц, квартал, год и т.п.). Примером интервального ряда динамики могут служить следующие данные о величине годового выпуска продукции заводом (млн. сом.):

2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.
8,7	8,3	8,1	8,4	8,8	9,4

Уровень интервального ряда динамики представляет собой сумму уровней за более короткие интервалы времени. Так, например, годовой

выпуск продукции завода – это сумма продукции, выпущенной заводом в течение 12 месяцев года. Следовательно, значение уровня интервального ряда зависит от величины интервала времени. Уровни моментного ряда динамики не суммируются, так как это приводит к повторному счету, потому что в каждом последующем уровне содержится полностью или частично значение предыдущего уровня.

В зависимости от продолжительности времени между уровнями ряды динамики подразделяются на два вида: 1) с равноотстоящими уровнями; 2) с неравноотстоящими уровнями. В рядах динамики с равноотстоящими уровнями периоды или даты времени следуют друг за другом с равными интервалами, а в рядах с неравноотстоящими уровнями эти интервалы неодинаковы. Оба приведенных выше примера – это ряды с равноотстоящими уровнями, а вот пример ряда с неравноотстоящими уровнями:

Год	1980	1982	1985	1990	2000
Урожайность пшеницы, ц/га	18	20	21	28	26

При построении рядов динамики необходимо соблюдать требование сопоставимости уровней ряда между собой по единицам измерения, методике расчета, времени регистрации, территории и другим признакам. Если сопоставимость уровней ряда между собой нарушена, ряд динамики распадается на несколько отдельных частей; анализ тенденции динамики явления за весь изучаемый период в этом случае становится невозможным. Преобразование уровней ряда с целью устранения их несопоставимости называется смыканием рядов динамики. Смыкание позволяет получить единый ряд для исследования динамики явления за длительный период времени.

Рассмотрим прием смыкания рядов динамики на примере.

Задача 1.1

Имеются данные о розничном товарообороте района (млн. сом.):

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005
В старых границах района	520	540	600			
В новых границах района			750	792	810	935

Приведите ряды динамики к сопоставимому виду (смыкните ряды).

Решение

Показатели за 2003–2005 гг. не сопоставимы с показателями за 2000–2002 гг., так как они относятся к разным территориям (в 2002 г. территория района увеличилась). Необходимо исчислить данные за 2000–2001 гг. в новых границах.

Определим для 2002 г., в котором произошло изменение границ района, коэффициент соотношения уровней двух рядов:

$$k = 750 : 600 = 1,25.$$

Принимаем допущение, что в предыдущие годы коэффициент соотношения уровней двух рядов был приблизительно таким же. Умножив на этот коэффициент уровни ряда в старых границах за 2000–2001 гг., получим:

$$520 \times 1,25 = 650 \text{ млн. сом.};$$

$$540 \times 1,25 = 675 \text{ млн. сом.}$$

Сомкнутый сопоставимый ряд динамики розничного товароборота района (в новых границах) имеет вид (млн. сом.):

2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.
650	675	750	792	810	835

2. ПОКАЗАТЕЛИ АНАЛИЗА РЯДА ДИНАМИКИ

Для анализа скорости и интенсивности изменения отдельных уровней ряда динамики применяются показатели: 1) абсолютный прирост; 2) темп роста; 3) темп прироста; 4) абсолютное значение 1% прироста. Все эти показатели могут быть исчислены цепным или базисным методами. Если каждый уровень ряда динамики сравнивается с предыдущим, то такой метод расчета показателей называется цепным. Если все уровни ряда динамики сравниваются с каким-то одним уровнем, принятым за базу сравнения, то такой метод расчета называется базисным.

При любом методе расчета абсолютный прирост характеризует изменение явления во времени в абсолютном выражении, т.е. характеризует скорость изменения уровня. Этот показатель представляет собой разность между сравниваемыми уровнями ряда и выражается в тех же единицах измерения, что и сами уровни.

При цепном методе расчета абсолютный прирост исчисляется по формуле:

$$\Delta y_u = y_i - y_{i-1},$$

где y_i – сравниваемый уровень ряда динамики; y_{i-1} – предыдущий уровень ряда.

При базисном методе расчета абсолютный прирост исчисляется по формуле:

$$\Delta y_{\delta} = y_i - y_{\delta},$$

где y_{δ} – базисный уровень ряда.

Абсолютный прирост может быть положительным, если уровни ряда возрастают, и отрицательным, если уровни ряда убывают. Сумма последовательных цепных абсолютных приростов, начиная с первого, равна базисному абсолютному приросту последнего периода:

$$\sum \Delta y_u = \Delta y_{\delta} = y_n - y_1,$$

где y_n – последний уровень ряда; y_1 – первый уровень ряда.

Темп роста характеризует относительное изменение уровня ряда динамики, т.е. характеризует интенсивность изменения явления за период времени. Этот показатель представляет собой отношение одного уровня ряда к другому и выражается в коэффициентах или в процентах.

При цепном методе расчета темп роста исчисляется по формуле:

$$Tp_u = \frac{y_i}{y_{i-1}}.$$

При базисном методе расчета формула темпа роста имеет вид:

$$Tp_{\delta} = \frac{y_i}{y_{\delta}}.$$

Чтобы выразить темп роста в процентах, правая часть этих формул умножается на 100. Выбор формы выражения (коэффициенты или проценты) зависит от масштабности динамики изучаемого явления¹. Темп роста показывает, во сколько раз сравниваемый уровень больше уровня базисного периода (если $Tr > 1$), или какую часть сравниваемый уровень составляет от базисного уровня (если $Tr < 1$). Темп роста всегда число положительное.

Между цепными и базисными темпами роста, выраженными в коэффициентах, существуют следующие зависимости:

1. Произведение последовательных цепных темпов роста равно базисному темпу роста последнего периода.

¹ Темп роста, выраженный в коэффициентах, авторы некоторых учебников называют коэффициентом роста.

2. Отношение базисного темпа роста последнего периода к предшествующему базисному темпу роста равно цепному темпу роста последнего периода.

Темп прироста дает относительную оценку скорости изменения уровня ряда динамики. Этот показатель представляет собой отношение абсолютного прироста к уровню, принятому за базу сравнения. Поскольку при цепном методе расчета за базу сравнения для каждого уровня принимается предшествующий ему уровень, то формула цепного темпа прироста имеет вид:

$$Tn_{ц} = \frac{\Delta y_{ц}}{y_{i-1}}$$

Базисный темп прироста исчисляется по формуле:

$$Tn_{б} = \frac{\Delta y_{б}}{y_{б}}$$

Темп прироста выражается в коэффициентах или в процентах. Чтобы выразить темп прироста в процентах, правая часть этих формул умножается на 100. Темп прироста может быть положительным, отрицательным или равным нулю. Темп прироста, выраженный в процентах, показывает, на сколько процентов увеличился (положительное число) или уменьшился (отрицательное число) текущий уровень по сравнению с базисным, принятым за 100%.

Между темпом прироста и темпом роста существует зависимость:

$$Tn = Tp - 1, \text{ или } Tn(\%) = Tp(\%) - 100.$$

Абсолютное значение одного процента прироста характеризует абсолютное изменение текущего уровня ряда динамики при одном проценте прироста. Этот показатель представляет собой отношение абсолютного прироста к темпу прироста, выраженному в процентах:

$$A = \frac{\Delta y_{ц}}{Tn_{ц}(\%)} = \frac{\Delta y_{ц}}{\frac{\Delta y_{ц}}{y_{i-1}} \cdot 100} = \frac{y_{i-1}}{100}$$

Абсолютное значение одного процента прироста рассчитывается только цепным методом, так как при базисном методе расчета показатель постоянен для всех периодов или моментов времени. Выражается этот показатель в тех же единицах измерения, что и уровни ряда.

Рассмотрим пример исчисления показателей анализа ряда динамики.

Задача 2.1

Имеются следующие данные о производстве продукции предприятием за 2000–2005 гг., млн. сом.:

2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.
8,7	8,3	8,1	8,4	8,8	9,4

Определите (по годам и к базисному 2000 г.): 1) абсолютные приросты; 2) темпы роста; 3) темпы прироста; 4) абсолютное значение 1% прироста.

Решение

1. Цепные абсолютные приросты, млн. сом.:

$$2001 \text{ г.} \quad 8,3 - 8,7 = -0,4;$$

$$2002 \text{ г.} \quad 8,1 - 8,3 = -0,2 \text{ и т.д.}$$

Базисные абсолютные приросты, млн. сом.:

$$2001 \text{ г.} \quad 8,3 - 8,7 = -0,4;$$

$$2002 \text{ г.} \quad 8,1 - 8,7 = -0,6 \text{ и т.д.}$$

2. Цепные темпы роста, %:

$$2001 \text{ г.} \quad \frac{8,3}{8,7} \cdot 100 = 95,4;$$

$$2002 \text{ г.} \quad \frac{8,1}{8,3} \cdot 100 = 97,6 \text{ и т.д.}$$

Базисные темпы роста, %:

$$2001 \text{ г.} \quad \frac{8,3}{8,7} \cdot 100 = 95,4;$$

$$2002 \text{ г.} \quad \frac{8,1}{8,7} \cdot 100 = 93,1 \text{ и т.д.}$$

3. Цепные темпы прироста, %:

$$2001 \text{ г.} \quad 95,4 - 100 = -4,6;$$

$$2002 \text{ г.} \quad 97,6 - 100 = -2,4 \text{ и т.д.}$$

Базисные темпы прироста, %:

$$2001 \text{ г.} \quad 95,4 - 100 = -4,6;$$

$$2002 \text{ г.} \quad 93,1 - 100 = -6,9 \text{ и т.д.}$$

4. Абсолютное значение 1% прироста, млн. сом.:

$$2001 \text{ г.} \quad \frac{8,7}{100} = 0,087;$$

$$2002 \text{ г.} \quad \frac{8,3}{100} = 0,083 \text{ и т.д.}$$

Для наглядности и удобства анализа исходные данные и рассчитанные показатели представим в таблице. Как видно из данных этой таблицы, до 2002 г. происходило снижение производства продукции, причем в 2002 г. по сравнению с 2001 г. темп снижения уменьшился. Начиная с 2003 г. производство продукции ежегодно увеличивалось как абсолютно, так и относительно; росло абсолютное значение 1% прироста.

Динамика производства продукции предприятием за 2000–2005 гг.

Год	Продукция, млн. сом.	Абсолютные приросты, млн. сом.		Темпы роста, %		Темпы прироста, %		Абсолютное значение 1% прироста, млн. сом.
		цепные	базисные	цепные	базисные	цепные	базисные	
2000	8,7	–	–	–	100,0	–	–	–
2001	8,3	-0,4	-0,4	95,4	95,4	-4,6	-4,6	0,087
2002	8,1	-0,2	-0,6	97,6	93,1	-2,4	-6,9	0,083
2003	8,4	0,3	-0,3	103,7	96,6	3,7	-3,4	0,081
2004	8,8	0,4	0,1	104,8	101,1	4,8	1,1	0,084
2005	9,4	0,6	0,7	106,8	108,0	6,8	8,0	0,088

3. СРЕДНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЯДА ДИНАМИКИ

При анализе динамики явления за период в целом используются обобщающие показатели: 1) средний уровень ряда динамики; 2) средний абсолютный прирост; 3) средний темп роста; 4) средний темп прироста. Потребность в этих показателях возникает в тех случаях, когда аналитические показатели ряда динамики, исчисленные для индивидуальных уровней, попеременно возрастают и убывают. Так, например, в сельском хозяйстве урожайность растений, количество произведенной продукции, ее себестоимость и другие показатели могут существенно варьировать по годам, так как сильно зависят от погодных условий года. Поэтому

анализ динамики отдельных уровней таких рядов не всегда целесообразен. В этих случаях анализируют средние показатели ряда динамики по пятилетиям или за другие периоды. Средние характеристики ряда динамики требуются для расчета многих показателей социально-экономической статистики и при анализе их изменения во времени.

Средний уровень ряда динамики называется средней хронологической. Методы расчета средней хронологической зависят от вида ряда динамики.

Средний уровень интервального ряда динамики с равноотстоящими уровнями рассчитывается по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n},$$

где n – число уровней ряда.

Средний уровень интервального ряда динамики с неравноотстоящими уровнями рассчитывается по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t},$$

где t – длительность интервала времени между смежными датами; y – уровни ряда динамики, не меняющиеся в течение времени t .

Средний уровень моментного ряда динамики с равноотстоящими уровнями определяется по формуле:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}.$$

При расчете по этой формуле средней хронологической за квартал, суммируются уровни ряда за 4 месяца, для года суммируются уровни ряда за 13 месяцев (с первого января отчетного года по первое января следующего года включительно).

Средний уровень моментного ряда динамики с неравноотстоящими уровнями определяется по формуле:

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2(t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_{n-1})}.$$

Средний абсолютный прирост рассчитывается по формуле средней арифметической простой из цепных абсолютных приростов за последовательные и равные интервалы времени:

$$\overline{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y_{it}}{m},$$

где m – число цепных абсолютных приростов.

Если цепные абсолютные приросты за последовательные равные интервалы времени не известны, то средний абсолютный прирост можно определить по формуле:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1},$$

где y_1 – начальный уровень ряда; y_n – конечный уровень ряда.

Средний темп роста представляет собой среднюю геометрическую из цепных темпов роста. Средний темп роста для ряда динамики с равноотстоящими уровнями исчисляется по формуле средней геометрической простой:

$$\overline{T}_p = \sqrt[m]{T_{p1} \times T_{p2} \times \dots \times T_{pm}},$$

где m – количество цепных темпов роста; $T_{p1}, T_{p2}, \dots, T_{pm}$ – цепные темпы роста за последовательные и равные интервалы времени.

Если цепные темпы роста не известны, то средний темп роста можно определить по одной из следующих формул:

$$\overline{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[n-1]{T_{p\sigma}},$$

где $T_{p\sigma}$ – базисный темп роста за рассматриваемый период.

Средний темп роста, выраженный в коэффициентах, показывает, во сколько раз изменяется уровень ряда динамики в среднем за единицу времени (например, ежемесячно, ежеквартально, ежегодно). Для определения средних темпов роста применяются специальные таблицы, которые позволяют без вычислений получить искомый результат в зависимости от величины подкоренного числа и степени корня.

Средний темп роста для ряда динамики с неравноотстоящими уровнями исчисляется по формуле средней геометрической взвешенной:

$$\overline{T}_p = \sqrt[\sum t]{T_{p1}^{t1} \times T_{p2}^{t2} \times \dots \times T_{pm}^{tm}}.$$

Средний темп прироста рассчитывается на основе среднего темпа роста:

$$\overline{T}_n = \overline{T}_p - 1, \text{ или } \overline{T}_n(\%) = \overline{T}_p(\%) - 100.$$

Средний темп прироста, выраженный в процентах, показывает, на сколько процентов изменялся уровень ряда в среднем за единицу време-

ни (например, ежегодно). Средний темп прироста может быть положительной или отрицательной величиной. Отрицательный средний темп прироста характеризует снижение, а положительный – увеличение уровней ряда.

Решение типовых задач

Задача 3.1

По данным задачи 2.1 определите за период с 2000 по 2005 г.: 1) средний уровень ряда; 2) среднегодовой темп роста; 3) среднегодовой темп прироста; 4) средний абсолютный прирост.

Решение

1. По условию задачи имеется интервальный ряд динамики с равноотстоящими уровнями, поэтому средний уровень ряда следует исчислить по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{8,7 + 8,3 + 8,1 + 8,4 + 8,8 + 9,4}{6} = 8,6 \text{ млн. сом.}$$

2. Среднегодовой темп роста равен

$$\overline{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[6-1]{\frac{9,4}{8,7}} = \sqrt[5]{1,080} = 1,015 (101,5\%).$$

3. Среднегодовой темп прироста составляет:

$$\overline{T}_n = \overline{T}_p(\%) - 100\% = 101,5 - 100 = 1,5\%.$$

Следовательно, в течение пяти лет с 2001 г. по 2005 г. производство продукции на предприятии ежегодно увеличивалось в среднем на 1,5%.

4. Средний абсолютный прирост равен:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{9,4 - 8,7}{6-1} = 0,14 \text{ млн. сом.}$$

Следовательно, с 2001 г. по 2005 г. производство продукции на предприятии ежегодно увеличивалось в среднем на 0,14 млн. сом.

Задача 3.2

Имеются следующие данные о товарных запасах магазина на начало каждого месяца первого квартала текущего года (тыс. сом.):

1/I	1/II	1/III	1/IV
158	169	133	142

Определите средние товарные запасы магазина за первый квартал.

Решение

По условию задачи имеется моментный ряд динамики с равноотстоящими уровнями, поэтому средний уровень ряда определяется по формуле:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1} = \frac{\frac{1}{2}158 + 169 + 133 + \frac{1}{2}142}{4-1} = 151 \text{ тыс. сом.}$$

Задача 3.3

В течение апреля произошли следующие изменения в списочном составе работников предприятия (чел.):

состояло по списку на 1/IV	122
выбыло с 6/IV	3
зачислено с 14/IV	2
зачислено с 23/IV	4

Определите среднедневную списочную численность работников предприятия в апреле.

Решение

Определим продолжительность каждого календарного периода с постоянной численностью работников

Календарные периоды апреля	Численность работников, чел. y	Продолжительность периода, дни t
1–5	122	5
6–13	119	8
14–22	121	9
23–30	125	8

Имеется интервальный ряд динамики с неравноотстоящими уровнями, поэтому средний уровень ряда определяется по формуле:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t} = \frac{122 \cdot 5 + 119 \cdot 8 + 121 \cdot 9 + 125 \cdot 8}{5 + 8 + 9 + 8} = 122 \text{ чел.}$$

Задача 3.4

Известны следующие данные об остатках сырья на складе предприятия (т):

1/I 05	1/V 05	1/VIII 05	1/I 06
59	53	48	67

Определите средний уровень остатков сырья на складе предприятия в 2005 г.

Решение

По условию задачи имеется моментный ряд динамики с неравноотстоящими уровнями, поэтому средний уровень остатков сырья определяется по формуле:

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2(t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_{n-1})} = \frac{(59 + 53) \cdot 4 + (53 + 48) \cdot 3 + (48 + 67) \cdot 5}{2(4 + 3 + 5)} = 55,3 \text{ т.}$$

Задача 3.5

Темп роста производительности труда на предприятии составил за пятилетие 2001–2005 гг. 131,3%, а в 2006 г. он был равен 106,2%. Определите среднегодовой темп роста производительности труда на предприятии за 2001–2006 гг.

Решение

Базисный темп роста производительности труда в 2006 г. по сравнению с 2000 г. равен произведению двух цепных темпов роста:

$$Tp_6 = 1,313 \times 1,062 = 1,3944.$$

Среднегодовой темп роста производительности труда на предприятии за 2001–2006 гг., т.е. в 2006 г. по сравнению с 2000 г., определяется по формуле:

$$\bar{T}p = \sqrt[n-1]{Tp_6} = \sqrt[7-1]{1,3944} = 1,057 (105,7\%).$$

Задача 3.6

За 2001–2005 гг. в магазине объем продаж продовольственных товаров увеличился в 1,28 раза, а непродовольственных товаров возрос на 37%. Определите среднегодовые темпы прироста объемов продаж продовольственных и непродовольственных товаров за 2001–2005 гг.

Решение

Продовольственные товары:
среднегодовой темп роста

$$\bar{T}p = \sqrt[n-1]{Tp_6} = \sqrt[5]{1,28} = 1,051 (105,1\%);$$

среднегодовой темп прироста

$$\bar{T}n = \bar{T}p(\%) - 100 = 105,1 - 100 = 5,1\% ;$$

Непродовольственные товары:
среднегодовой темп роста

$$\bar{T}p = \sqrt[n-1]{Tp_6} = \sqrt[5]{1,37} = 1,065 (106,5\%);$$

среднегодовой темп прироста

$$\bar{T}n = 106,5 - 100 = 6,5\% .$$

Следовательно, в среднем за рассматриваемый период времени годовой объем продаж непродовольственных товаров увеличивался более высокими темпами, чем объем продаж продовольственных товаров.

4. ВЫЯВЛЕНИЕ ОБЩЕЙ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ РЯДА ДИНАМИКИ

Под тенденцией развития ряда динамики понимается общее направление изменения его уровней, свободное от случайных колебаний.

На развитие явления во времени могут оказывать влияние различные по своему характеру и силе воздействия факторы. Одни из них оказывают постоянное воздействие и формируют в ряду динамики определенную тенденцию развития (тренд). Воздействие других факторов может быть периодическим или разовым, что вызывает кратковременные или разовые колебания уровней ряда динамики, их отклонение от общей тенденции развития явления.

Влияние случайных факторов на отдельные уровни ряда делает менее очевидной сущность явления, мешает выявить тенденцию развития ряда динамики. Поэтому встречаются ряды динамики, тенденция развития которых не очевидна. Чтобы освободиться от влияния случайных факторов, мешающих выявлению основной тенденции ряда динамики, применяются методы: 1) укрупнение интервалов; 2) сглаживание ряда динамики скользящей средней; 3) аналитическое выравнивание.

Укрупнение интервалов заключается в том, что уровни ряда динамики за короткие интервалы времени, подверженные случайным колебаниям, заменяют средним уровнем за более длительный период. Например, ряд с ежедневными уровнями явления преобразуют в ряд динамики с недельными или месячными средними уровнями этого явления. Укрупнение обычно начинают с объединения 2–3 интервалов, а если это не проясняет тенденцию, то объединяют большее число интервалов. Недостатком этого метода является то, что при его использовании остаются неисследованными процессы изменения уровней внутри укрупненного периода.

Сглаживание ряда динамики с помощью скользящей средней заключается в том, что исчисляется средняя для укрупненного периода, состав которого последовательно меняется отбрасыванием одного уровня в начале и добавлением одного уровня в конце периода. При выборе продолжительности периода, по которому рассчитывается скользящая средняя, обычно объединяют нечетное число уровней ряда динамики. Это позволяет отнести исчисленную среднюю к середине укрупненного периода. Сглаживание ряда динамики можно начать с исчисления средних для трех уровней ряда, а если это не прояснит тенденцию, то число уровней в укрупненном периоде увеличивают.

Сущность этого метода можно выразить при помощи формул. Если сглаживание проводится осреднением трех уровней укрупненного периода, то формулы имеют вид:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}; \bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3}; \bar{y}_3 = \frac{y_3 + y_4 + y_5}{3} \text{ и т.д.}$$

В результате получается новый ряд динамики, в значительной мере очищенный от случайных колебаний. Недостатком метода скользящей средней является уменьшение числа уровней в сглаженном ряду. Если сглаживание проводилось осреднением трех уровней ряда, то новый ряд будет короче фактического на один уровень в начале и на один уровень в конце. При замене средней величиной пяти уровней новый ряд будет короче фактического на два члена в начале и конце ряда. Чем больше уровней ряда включается в укрупненный период, тем более он будет сглажен и тем отчетливее проявится тенденция динамики, но и тем короче будет сглаженный ряд.

Более совершенным, но и более сложным методом выявления тенденции развития ряда динамики является аналитическое выравнивание. Сущность этого метода заключается в замене фактических уровней ряда динамики уровнями, исчисленными на основе математической модели, отображающей основную тенденцию ряда динамики как функцию времени. Аналитическое выравнивание ряда динамики состоит из следующих этапов.

1. Выбирается математическая модель, отражающая основную тенденцию ряда динамики как функцию времени, которая наилучшим образом характеризует динамику изучаемого явления. Вид функции (прямая, парабола, гипербола или иная) выбирается на основе сочетания теоретического анализа сущности явления с исследованием тенденции изменения фактических уровней ряда динамики. Для наглядности обычно выравниваемый ряд динамики изображается графически.

2. Вычисляются параметры выбранной функции. Параметры функции обычно определяются методом наименьших квадратов. В соответствии с этим методом неизвестные параметры уравнения подбираются таким образом, чтобы сумма квадратов отклонений фактических уровней ряда динамики от соответствующих им выравненных, т.е. исчисленных при помощи найденного уравнения, была бы минимальной:

$$\sum (y - y_t)^2 \rightarrow \min,$$

где y – фактические уровни ряда динамики; y_t – выравненные (расчетные) уровни.

3. Подставляя в найденное уравнение фактические значения времени, вычисляют уровни выравненного ряда динамики.

Наибольшее распространение на практике получило выравнивание ряда динамики по прямой:

$$y_t = a_0 + a_1 t,$$

где a_0, a_1 – параметры уравнения прямой; t – порядковый номер момента или периода времени.

Параметры уравнения прямой a_0 и a_1 , соответствующие требованию метода наименьших квадратов, находятся решением системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y; \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum ty, \end{cases}$$

где n – число уровней ряда.

Для выявления параметров иных функций используются другие системы уравнений, с которыми можно ознакомиться в учебниках теории статистики [1, 4].

Рассмотрим применение методики выявления общей тенденции развития ряда динамики на примере следующей задачи.

Задача 4.1

Имеются данные о потреблении фруктов и ягод населением области за 1997–2005 гг. в расчете на одного члена домохозяйства в год (кг):

1997 г.	1998 г.	1999 г.	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.
22	24	21	25	22	24	26	23	25

Требуется выявить основную тенденцию потребления фруктов и ягод за 1997–2005 гг.: 1) методом укрупнения интервалов; 2) методом скользящей средней; 3) методом аналитического выравнивания.

Решение

1. Метод укрупнения интервалов.

Разделим исходные данные на три трехлетних интервала и исчислим средний уровень для каждого из них.

$$\text{Период 1997–1999 гг.: } \frac{22 + 24 + 21}{3} = 22,3 \text{ кг.}$$

$$\text{Период 2000–2002 гг.: } \frac{25 + 22 + 24}{3} = 23,7 \text{ кг.}$$

Период 2003–2005 гг.: $\frac{26 + 23 + 25}{3} = 24,7$ кг.

Так как $22,3 < 23,7 < 24,7$, то можно сделать вывод о том, что в 1997–2005 гг. наблюдалась общая тенденция к росту потребления фруктов и ягод населением области.

2. Метод скользящей средней.

Исчислим трехлетние скользящие средние:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{22 + 24 + 21}{3} = 22,3 \text{ кг};$$

$$\bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3} = \frac{24 + 21 + 25}{3} = 23,3 \text{ кг};$$

$$\bar{y}_3 = \frac{y_3 + y_4 + y_5}{3} = \frac{21 + 25 + 22}{3} = 22,7 \text{ кг и т.д.}$$

Результаты расчета трехлетней скользящей средней представлены в таблице

Год	Потребление фруктов и ягод на члена домохозяйства в год, кг (y)	Трехлетние скользящие суммы	Трехлетние скользящие средние (\bar{y})
1997	22	–	–
1998	24	67	22,3
1999	21	70	23,3
2000	25	68	22,7
2001	22	71	23,7
2002	24	72	24,0
2003	26	73	24,3
2004	23	74	24,7
2005	25	–	–

Уровни сглаженного ряда динамики показывают, что в 1997–2005 гг. наблюдалась общая тенденция роста потребления фруктов и ягод населением области.

3. Метод аналитического выравнивания ряда динамики по прямой.

Чтобы найти параметры a_0 и a_1 уравнения прямой, необходимо решить систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \Sigma t = \Sigma y; \\ a_0 \Sigma t + a_1 \Sigma t^2 = \Sigma ty. \end{cases}$$

Найдем значения Σy , Σt , Σt^2 , Σty при помощи таблицы.

Год	Фактические уровни ряда (y)	Условное обозначение времени (t)	t^2	ty	Выравненные уровни ряда (yt)
1997	22	1	1	22	22,4
1998	24	2	4	48	22,7
1999	21	3	9	63	23,0
2000	25	4	16	100	23,3
2001	22	5	25	110	23,6
2002	24	6	36	144	23,9
2003	26	7	49	182	24,2
2004	23	8	64	184	24,5
2005	25	9	81	225	24,8
Итого	212	45	285	1078	212,4

Следовательно, для данной задачи система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} a_0 9 + a_1 45 = 212; \\ a_0 45 + a_1 285 = 1078. \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений, найдем:

$$a_0 = 22,1; \quad a_1 = 0,3.$$

В результате получаем уравнение общей тенденции ряда динамики:

$$y_t = 22,1 + 0,3t.$$

Подставив в это уравнение значения t (1, 2, 3, 4 и т.д.), вычислим выравненные теоретические значения y_t (см. табл.).

Теоретически Σy_t должна быть равна Σy . Однако в нашем примере они незначительно отличаются из-за округлений результатов при расчете параметров a_0 и a_1 .

Вычисление значений параметров a_0 и a_1 можно несколько упростить, если обозначить время (t) так, чтобы начало отсчета времени приходилось на середину рассматриваемого периода [1, 3, 4].

Таблица 5.2

5. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕСКОЛЬКИХ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Задача сравнительного анализа рядов динамики заключается в сравнении характеристик направления и интенсивности развития явлений во времени.

Сравнительный анализ нескольких рядов динамики подразделяется на два вида: 1) сравнение развития одноименных явлений, относящихся к разным объектам; 2) сравнение развития разных, но взаимосвязанных явлений. Примером анализа первого вида может служить сравнение рядов динамики производительности труда на двух предприятиях, цен на какой-либо товар на разных рынках, производства какой-либо продукции в разных странах или в регионах одной страны. При сравнительном анализе первого вида используют рассмотренные выше аналитические показатели, а также сравнивают между собой абсолютные значения уровней рядов динамики за один и тот же период или момент времени. Сравним, например, данные о производстве сливочного масла по двум областям Кыргызской Республики (т):

Таблица 5.1

Область \ Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Таласская область	118	151	211	232	336	459
Ысыккольская область	163	214	262	323	456	518

Расчеты, выполненные по табличным данным, показывают, что в 2000 г. производство сливочного масла в Таласской области составляло 72,4% объема производства в Ысыккольской области. За пятилетие 2001–2005 гг. среднегодовые темпы прироста производства сливочного масла в Таласской области были выше, чем в Ысыккольской области (соответственно 31 и 26%), поэтому разрыв между областями сократился. В 2005 г. объем производства сливочного масла в Таласской области составил 88,6% уровня Ысыккольской области.

Примером сравнительного анализа второго вида может служить табл. 5.2, характеризующая динамику количества вузов и студентов в Кыргызстане.

Год	2002	2003	2004	2005
Количество вузов, единиц	46	47	49	51
в % к 2002 г.	100,0	102,2	106,5	110,9
Количество студентов, тыс. чел.	199,1	203,0	218,3	231,1
в % к 2002 г.	100,0	101,9	109,6	116,1

Очевидно, что в этом случае, как и при любом сравнительном анализе второго вида, сравнивать между собой абсолютные значения уровней разных рядов динамики нельзя. Поэтому их заменяют относительными показателями – базисными темпами роста, которые затем сравнивают между собой. Чтобы темпы роста рядов динамики разных, но взаимосвязанных явлений, можно было сравнивать, их рассчитывают по отношению к одному и тому же году. Этот прием называется приведением рядов динамики к общему основанию (к общей базе сравнения).

В рассматриваемом примере за общую базу сравнения принят 2002 г. (табл. 5.2). Из данных таблицы видно, что в 2003 г. количество вузов росло быстрее числа студентов, но в последующие годы, наоборот, темпы роста численности студентов были значительно выше.

Для сравнения интенсивности развития явлений, отражаемых двумя рядами динамики, применяется коэффициент опережения. Коэффициентом опережения называется отношение базисного темпа роста одного ряда динамики к базисному темпу роста другого ряда за одинаковые периоды времени:

$$K_o = \frac{Tp_{\delta 1}}{Tp_{\delta 2}},$$

где $Tp_{\delta 1}$, $Tp_{\delta 2}$ – базисные темпы роста первого и второго рядов динамики.

Коэффициент опережения показывает, во сколько раз быстрее растут уровни одного ряда динамики по сравнению с уровнями другого.

Рассчитаем коэффициент опережения для рассматриваемого примера (табл. 5.2):

$$K_o = \frac{116,1}{110,9} = 1,05.$$

Следовательно, в 2002–2005 гг. в Кыргызской Республике численность студентов росла быстрее, чем количество вузов, в 1,05 раза.

Если уровни рядов динамики изменяются очень неравномерно (но в одном направлении!), то при исчислении коэффициента опережения сравниваются средние темпы роста этих рядов.

6. ИНТЕРПОЛЯЦИЯ И ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Вскрытая динамика развития явления позволяет определить неизвестные уровни внутри ряда и прогнозировать величину его будущих уровней.

Приблизительный расчет неизвестных уровней внутри ряда динамики называется интерполяцией. Приблизительный расчет уровней, находящихся за пределами известных значений членов ряда динамики, называется экстраполяцией. При интерполяции или экстраполяции исходят из предпосылки, что в том периоде, для которого рассчитывается неизвестный уровень, действует общая тенденция развития изучаемого ряда динамики.

Если известно уравнение, характеризующее тенденцию ряда динамики как функцию времени, то определить искомые уровни можно на основе этого уравнения. Так, например, на основе уравнения, характеризующего тенденцию потребления фруктов и ягод населением области в 1997–2005 гг. (задача 4.1), можно определить ожидаемый уровень потребления в 2007 г. С этой целью подставим в найденное выше уравнение $t = 11$ (условный порядковый номер 2007 г.):

$$y_t = 22,1 + 0,3t = 22,1 + 0,3 \cdot 11 = 25,4 \text{ кг.}$$

Если в ряду динамики цепные абсолютные приросты приблизительно одинаковы, то неизвестные уровни ряда можно определить по формуле:

$$y_t = y_1 + \overline{\Delta y}(t-1),$$

где y_t – искомый уровень ряда; y_1 – начальный уровень ряда; $\overline{\Delta y}$ – средний абсолютный прирост ряда; t – порядковый номер искомого уровня ряда.

Если в ряду динамики цепные темпы роста мало отличаются друг от друга, то неизвестные уровни ряда можно определить по формуле:

$$y_t = y_1 \times \overline{T_p}^{t-1},$$

где $\overline{T_p}$ – средний темп роста ряда динамики.

Следует отметить приблизительность результатов, полученных при помощи этих методов интерполяции и экстраполяции, поскольку в действительности тенденция развития и аналитические характеристики ряда не остаются неизменными. Наибольшую осторожность следует проявлять при экстраполяции.

Решение типовых задач

Задача 6.1

Исчислите значение неизвестных уровней следующего ряда динамики для 2003 и 2007 гг.:

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Годовой выпуск продукции предприятием, млн. сом.	3,8	4,2	4,6	–	5,4	5,8	6,1	
Цепной абсолютный прирост, млн. сом.	–	0,4	0,4	–	–	0,4	0,3	
Цепной темп роста, %	–	110,5	109,5	–	–	107,4	105,2	
t	1	2	3	4	5	6	7	8

Решение

Чтобы выбрать какой-либо из рассмотренных методов, исчислим по исходным данным цепные абсолютные приросты и цепные темпы роста. Пронумеруем уровни ряда, начиная с уровня 2000 г. (Вся эта информация представлена в таблице.)

Как видно из данных таблицы, в течение всего рассматриваемого периода уровни ряда изменялись в одном направлении, а цепные абсолютные приросты мало отличались один от другого. Цепные темпы роста, наоборот, существенно варьировали. Поэтому неизвестные уровни ряда определим по формуле:

$$y_t = y_1 + \overline{\Delta y}(t-1).$$

Средний абсолютный прирост за 2001–2006 гг. составляет:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{6,1 - 3,8}{7-1} = 0,4 \text{ млн. сом.}$$

Найдем искомые уровни ряда:

$$y_4 = 3,8 + 0,4(4 - 1) = 5,0 \text{ млн. сом.};$$

$$y_8 = 3,8 + 0,4(8 - 1) = 6,6 \text{ млн. сом.}$$

Задача 6.2

Среднегодовой темп роста численности работников на промышленных предприятиях города составил за 2001–2005 гг. 103,2%. Определите методом экстраполяции численность работников на промышленных предприятиях города в 2007 г., если численность работников на этих предприятиях в 2000 г. составила 84 тыс. человек.

Решение

Если пронумеровать годы ряда динамики численности работников промышленных предприятий города начиная с 2000 г., то порядковый номер 2007 г. окажется равным 8 ($t = 8$). Следовательно, численность работников промышленных предприятий города в 2007 г. составит:

$$y_t = y_1 \times \bar{T}p^{t-1} = 84 \times 1,032^{8-1} = 104,7 \text{ тыс. чел.}$$

7. СЕЗОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ И МЕТОДЫ ИХ ИЗУЧЕНИЯ

Сезонными колебаниями называются относительно устойчивые внутригодовые колебания в ряду динамики. В большинстве отраслей экономики сезонность проявляется в виде внутригодовых чередований подъемов и спадов выпуска продукции, ее себестоимости, прибыли, производительности труда и других показателей. Наиболее заметно сезонность проявляется в сельском хозяйстве и соответственно в работе промышленных предприятий, перерабатывающих сельскохозяйственное сырье. Наблюдаются сезонные колебания и в других отраслях экономики – в строительстве, транспорте, торговле и т.д.

Сезонность – отрицательное явление. Из-за сезонности в отдельные периоды года простаивает оборудование и недоиспользуются прочие основные фонды предприятий, неравномерно используются трудовые ресурсы, возникает потребность в создании резервных мощностей, повышается себестоимость продукции, растут издержки обращения.

Статистическое изучение сезонности имеет важное практическое значение. Выявление закономерности развития явления во внутригодовой динамике позволяет создавать условия для сглаживания, уменьшения сезонных колебаний, позволяет прогнозировать развитие явления на перспективу.

Для количественной характеристики сезонных колебаний исчисляются индексы сезонности, которые представляют собой процентное отношение фактического уровня явления за тот или иной период года к выравненному уровню за этот же период. Обычно индексы сезонности рассчитываются в среднем за несколько лет (как правило, не менее трех). Это позволяет получить устойчивые индексы, свободные от влияния случайных особенностей отдельных лет. Существуют различные методы исчисления индексов сезонности. Рассмотрим два метода; применение того или иного из них зависит от характера динамики изучаемого явления.

Если в ряду динамики нет четко выраженной тенденции к росту или убыванию, то индекс сезонности исчисляется по формуле:

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} 100,$$

где \bar{y}_i – уровень i -го внутригодового периода, осредненный за три или более лет; \bar{y} – средний уровень для всего ряда динамики за три или более лет.

Если в ряду динамики ясно выражена тенденция к росту или убыванию, то индекс сезонности исчисляется по формуле:

$$I_s = \frac{1}{n} \sum \frac{y_i}{y_{ii}} 100,$$

где y_i – фактический i -й уровень ряда; y_{ii} – выравненный (или сглаженный) i -й уровень ряда; n – число анализируемых лет.

Совокупность индексов сезонности, исчисленных для внутригодовых периодов (например, для всех месяцев года), называется сезонной волной. На основании индексов сезонной волны рассчитывается обобщающий показатель, который называется коэффициентом сезонности:

$$K_s = \sqrt{\frac{\sum (I_s - 100)^2}{m}},$$

где m – число внутригодовых интервалов (например, месяцев).

Коэффициент сезонности характеризует колеблемость индексов сезонности внутри года.

Рассмотрим пример исчисления индексов сезонности.

Задача 7.1

Имеются следующие данные о продаже товара «А» по кварталам года (тыс. сом.):

Квартал	2003 г.	2004 г.	2005 г.	В среднем за три года	Индексы сезонности, %
I	52	48	49	49,7	95,9
II	55	50	53	52,7	101,8
III	60	52	58	56,7	109,5
IV	49	46	50	48,3	93,2
В среднем за квартал	54	49	52	51,8	100,0

Для анализа внутригодовой динамики реализации товара «А» определите индексы сезонности.

Решение

Среднеквартальные уровни продажи товара за каждый год свидетельствуют о том, что четко выраженной тенденции роста явления в 2003–2005 гг. не было. Поэтому для расчета индексов сезонности воспользуемся формулой:

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} 100.$$

Определим для каждого квартала среднюю величину продажи товара за три года (\bar{y}_i) и общую среднюю для всего ряда (\bar{y}). Рассчитаем индексы сезонности и представим их в последней графе таблицы:

$$\frac{49,7}{51,8} 100 = 95,9\%; \quad \frac{52,7}{51,8} 100 = 101,8\% \text{ и т.д.}$$

Полученные результаты ясно указывают на сезонность продажи товара «А»: с начала года наблюдается ежеквартальный рост продажи, достигающий максимума в третьем квартале (109,5% среднего уровня), а затем происходит уменьшение продажи до 93,2% от среднего уровня.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гусаров В.М. Статистика. – М.: ЮНИТИ, 2002.
2. Практикум по статистике / Под ред. В.М. Симчеры. – М.: Финстатинформ, 1999.
3. Практикум по теории статистики / Под ред. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 2004.
4. Теория статистики / Под ред. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 2006.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Ряды динамики и их виды	3
2. Показатели анализа ряда динамики	5
3. Средние характеристики ряда динамики	9
4. Выявление общей тенденции развития ряда динамики	15
5. Сравнительный анализ нескольких рядов динамики	21
6. Интерполяция и экстраполяция рядов динамики	23
7. Сезонные колебания и методы их изучения	25
Литература.....	28

В.И. Марук

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ СОЦИАЛЬНО- ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Конспект лекции и решение типовых задач

Редактор И.С. Волоскова
Технический редактор М.Р. Зайнулина
Корректор Е.И. Полихова
Компьютерная верстка Э.Ю. Вислевской

Подписано в печать 30.01.2007. Формат 60×84^{1/16}
Офсетная печать. Объем 2,0 п.л.
Тираж 100 экз. Заказ 309.

Издательство Кыргызско-Российского
Славянского университета
720000, г. Бишкек, ул. Киевская, 44

Отпечатано в типографии КРСУ
720000, г. Бишкек, ул. Шопокова, 68