

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ  
И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ  
КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**А.А. Скрипников**

**ОБЩАЯ ТЕОРИЯ  
ИЗМЕРЕНИЙ**

**Учебное пособие**

Издательство Кыргызско-Российского  
Славянского университета

Бишкек \* 2006

УДК 551  
ББК 30.10  
С 45

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук *Макаров В.П.*

д-р физ.-мат. наук *Чен Б.Б.*

*Допущено Министерством образования, науки  
и молодежной политики Кыргызской Республики  
в качестве учебного пособия для студентов технических  
высших учебных заведений*

**Скрипников А.А.**

**С 45** ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ИЗМЕРЕНИЙ: Учеб. пособие. – Бишкек: КРСУ, 2006. – 328 с.

ISBN 9967-05-240-6

Учебное пособие охватывает широкий круг вопросов, связанных с основами метрологии. Особое внимание уделено общей теорией измерений, даны классификации видов измерений, погрешностей измерений и средств измерений. Приведена современная терминология и классификация методов и средств измерений. Рассмотрены типовые схемы электроизмерительных приборов. Изложены принципы построения информационно-измерительных систем.

Представлен алгоритм математической обработки многократных результатов прямых и косвенных измерений.

Пособие предназначено для студентов, изучающих курсы: «Метрология, стандартизация и сертификация», «Метрология и измерительная техника», «Информационно-измерительные системы и электроника» – для специальностей:

100900 – «Нетрадиционные и возобновляемые источники энергии»;

014100 – «Микроэлектроника и полупроводниковые приборы»;

011400 – «Физика»;

220400 – «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем».

Рекомендуется для использования в учебном процессе по естественно-научным и техническим специальностям при изучении тематики, связанной с измерениями, обработкой результатов измерений и принципом действия средств измерений, для последипломного образования, а также для широкого круга специалистов, работающих в области метрологии.

С 2004010000-06

УДК 551  
ББК 30.10

## ВВЕДЕНИЕ

На протяжении всей истории развития науки и техники перед человеком возникало и возникает множество проблем, для решения которых необходимо располагать количественной информацией о том или ином свойстве объектов материального мира. Основным способом получения такой информации являются измерения, при правильном выполнении которых находится результат измерения с большей или меньшей точностью. Измерения служат источником нашего научного и практического познания. Выполнение различных измерений требует изучения методов измерений и основных принципов построения средств измерений физических величин. Важнейшими требованиями, предъявляемыми к измерениям, являются единство и точность.

Единство – такое состояние измерений, при котором их результаты выражены в узаконенных единицах и погрешности измерений известны с заданной вероятностью. Оно необходимо для того, чтобы можно было сопоставлять результаты измерений, выполненных в разных местах, в различное время, с помощью разнообразных приборов.

Точность – качество измерений, отражающее близость их результатов к истинному значению измеряемой величины. Чем меньше разность между измеренным и истинным значениями, тем выше точность.

Наука об измерениях, методах и средствах их единства и способах достижения требуемой точности называется метрологией. Основные задачи метрологии – это развитие общей теории измерений; установление единиц физических величин; разработка методов и средств измерений; разработка способов определения точности измерений; обеспечение единства и единообразия средств измерений; установление эталонов; разработка методов передачи размеров единиц физических величин от эталонов рабочим средствам измерений.

С развитием науки, техники, с разработкой новых технологий измерения охватывают все новые и новые физические величины, существенно расширяются диапазоны измерений, что увеличивает сложность измерений. Измерения превращаются в сложную процедуру подготовки

и проведения измерительного эксперимента, обработки и интерпретации полученной информации. Достоверная исходная информация, которая может быть получена лишь путем измерения требуемых физических величин, параметров и показателей, является основой любой формы управления, анализа, прогнозирования, планирования, контроля и регулирования. Только высокая и гарантированная точность результатов измерений обеспечивает правильность принимаемых решений. Выбор методов и средств измерений в каждом конкретном случае должен обеспечивать получение требуемого качества конечного результата. Поэтому перед специалистом встает задача правильного выбора метода и средства измерений, тщательной подготовки и организации измерительного эксперимента, обработки и представления результатов измерений в соответствии с установленными требованиями.

Содержание учебного пособия соответствует современным требованиям, предъявляемым государственными образовательными стандартами к изучению дисциплин, связанных с процессом измерений.

## Г Л А В А 1

### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ИЗМЕРЕНИЯХ

#### 1.1. Основные термины и определения в теории измерений

Непосредственной целью измерений является определение истинных значений постоянной или изменяющейся измеряемой физической величины. Значение измеряемой величины может выражаться числом, функцией, функционалом. Это учитывается при разработке методики выполнения измерений и при выборе средств измерений.

Нахождение значения физической величины это совокупность операций, выполняемых с помощью технического средства, которое хранит единицу величины и позволяет сопоставить с ней измеряемую величину. Получаемая при этом информация называется измерительной.

Зачастую информация об объекте измерения известна до проведения исследований, что является важнейшим фактором, обуславливающим эффективность измерения. Такую информацию об объекте измерения называют априорной информацией. При полном отсутствии этой информации измерение в принципе невозможно, так как неизвестно, что же необходимо измерить, а следовательно, нельзя выбрать нужные средства измерений. При наличии априорной информации об объекте в полном объеме, то есть при известном значении измеряемой величины, измерения попросту не нужны. Априорная информация определяет достижимую точность измерения и их эффективность.

Информация, получаемая в результате измерения, может содержаться в объекте измерения в двух формах: пассивной и активной. Пассивная информация представляет собой совокупность сведений, характеризующих объект. К такой информации относится, например, информация о величине напряжения источника питания. Информация является активной, если она имеет форму энергетической характеристики какого-либо явления. Такие энергетические явления называются сигналами. Примерами могут служить электрические, оптические и акустические сигналы, используемые для передачи информации.

Измерения как основной объект метрологии связаны с физическими величинами.

*Физическая величина* – одно из свойств физического объекта (физической системы, явления, процесса), общее в качественном отношении для многих физических объектов, но в количественном отношении индивидуальное для каждого из них. Например, длина, масса, электропроводность и теплоемкость тел, давление газа в сосуде и т. д.

Количественная определенность физической величины, присущая конкретному материальному объекту, системе, явлению или процессу есть размер физической величины.

Значение физической величины – это выражение размера физической величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц.

При измерениях используют понятия истинного и действительного значения физической величины.

Истинное значение – значение физической величины, которое идеальным образом отражает в качественном и количественном отношении соответствующее свойство объекта. Истинное значение физической величины может быть соотнесено с понятием абсолютной истины. Его можно получить только в результате бесконечного процесса измерений с бесконечным совершенствованием методов и средств измерений.

Действительное значение – значение физической величины, найденное экспериментальным путем и настолько приближающееся к истинному значению, что для определенной цели может быть использовано вместо него. При технических измерениях значение физической величины, найденное с допустимой погрешностью, принимается за действительное значение.

Физические величины принято также делить на основные и производные. Основные величины не зависят друг от друга, но они могут служить основой для установления связей с другими физическими величинами, которые называют производными от них. Совокупность основных и производных единиц называется системой единиц физических величин.

XI Генеральная конференция по мерам и весам в 1960 году утвердила Международную систему единиц, обозначаемую SI (от начальных букв французского названия *Systeme International d' unites*), на русском языке – СИ. В последующие годы был принят ряд дополнений и изменений, например, в 1971 году, в качестве основной была принята еще одна физическая величина – единица количества вещества (моль).

Таким образом, сейчас в систему СИ входит семь основных единиц, две дополнительных и множество производных единиц физических величин (см. прил.). Международная система единиц построена на основе системы величин с символическими обозначениями – *L, M, T, I,  $\theta$ , J, N*.

В настоящее время приняты следующие определения основных единиц, входящих в систему СИ:

- единица длины – метр – длина пути, которую проходит свет в вакууме за  $1/299792458$  долю секунды;
- единица массы – килограмм – масса, равная массе международного прототипа килограмма;
- единица времени – секунда – продолжительность  $9192631770$  периода излучения, которое соответствует переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133 при отсутствии возмущения со стороны внешних полей;
- единица силы электрического тока – ампер – сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии  $1\text{ м}$  один от другого в вакууме, создал бы между этими проводниками силу, равную  $2 \cdot 10^{-7}\text{ Н}$  на каждый метр длины.
- единица термодинамической температуры – Кельвин –  $1/273,16$  часть термодинамической температуры тройной точки воды. Допускается также применение шкалы Цельсия;
- единица количества вещества – моль – количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько атомов содержится в нуклиде углерода-12 массой  $0,012\text{ кг}$ ;
- единица силы света – кандела – сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой  $540 \cdot 10^{12}\text{ Гц}$ , энергетическая сила которого в этом направлении составляет  $1/683\text{ Вт/ср}$ .

Данные определения дают представление о природном, естественном происхождении принятых единиц, а их определения усложнились по мере развития науки, благодаря новым достижениям теоретической и практической физики, механики, математики, теплотехники и других фундаментальных областей знаний.

Кроме основных единиц физических величин, Международная система единиц (СИ) включает в себя две дополнительные единицы – плоского и телесного углов, которые необходимы для образования производных единиц, связанных с угловыми величинами:

- единица плоского угла – радиан – угол между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу;
- единица телесного угла – стерadian – равен телесному углу с вершиной в центре сферы, вырезающему на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

Угловые единицы не могут быть введены в число основных, вместе с тем их нельзя считать и производными, так как они не зависят от размера основных единиц. Радиан и стерadian применяют в основном для теоретических построений и расчетов, для прямых практических измерений они неудобны. С их помощью образованы единицы угловой скорости, углового ускорения и некоторых других величин. Практически плоские углы чаще всего измеряют в угловых градусах, минутах и секундах.

Производные единиц Международной системы единиц образуются на основании законов, устанавливающих связь между физическими величинами, определений физических величин. При образовании производных единиц сначала пишут уравнение связи между физическими величинами, а затем величины, стоящие в правой части уравнения, выражают через основные единицы. Производная единица имеет наименование, состоящее из наименований соответствующих исходных единиц.

Международная система СИ считается наиболее совершенной и универсальной по сравнению со всеми существовавшими до нее системами единиц. Она охватывает все области измерений. Семь ее основных единиц позволяют образовывать производные единицы для любых физических величин во всех областях науки и техники. Международная система является когерентной (согласованной) системой, что позволяет максимально упростить расчетные формулы. Основные и производные единицы системы СИ по своему размеру удобны для практического применения.

Благодаря своим достоинствам система единиц СИ завоевала всеобщее признание. После ее принятия Генеральной конференцией по мерам и весам практически все международные организации включили ее в свои рекомендации по метрологии и призвали все страны – члены этих организаций – принять ее.

При определении значения физической величины результат измерения может быть представлен в виде аналитического соотношения, известного как основное уравнение измерений:

$$X = n[X], \quad (1.1)$$

где  $X$  – значение измеряемой физической величины;  $n$  – числовое значение;  $[X]$  – единица физической величины.

Таким образом, *измерение* – это способ количественного познания свойств физических объектов. Измерения не являются самоцелью, а имеют определенную область использования, то есть проводятся для достижения некоторого конечного результата. Конечный результат не обязательно представляет собой оценку истинного значения измеряемой величины. Результат измерений, как однократных, так и многократных, является реализацией случайной величины, равной сумме истинного значения измеряемой величины и погрешности измерений. В зависимости от назначения измерений, конечный результат отражает информацию о количественных свойствах явлений, процессов, материальных объектов, причем, эта информация может быть получена только путем измерений. Поэтому результат измерений следует рассматривать как промежуточный результат, и, в соответствии с этим, номенклатуру характеристик погрешностей необходимо выбирать исходя из требуемого конечного результата, методики его расчета, формы представления показателей точности, достоверности конечного результата.

Для этого необходимо устанавливать функциональную взаимосвязь результата измерений и характеристик погрешностей измерений с требуемым конечным результатом измерений и характеристиками его погрешности. Например, при планировании измерительной задачи, необходимо знать функциональную взаимосвязь результатов и характеристик погрешностей измерений с результатами измерительной задачи и с показателями достоверности измерений. Для обоснованного планирования измерений и правильной интерпретации результатов и погрешностей измерений необходимо на начальном этапе решения задачи измерений принять определенную физическую модель объекта измерений. Физическая модель должна достаточно близко совпадать с реальным объектом измерения. В качестве измеряемой величины следует выбрать такой параметр модели, который наиболее близко соответствует данной цели измерения.

При оптимальном планировании измерительной задачи необходимо учитывать следующие элементы:

- постановка измерительной задачи;
- разработка физической модели объекта измерений;
- анализ измерительной задачи с выяснением возможных источников погрешности измерений;
- выбор показателей точности измерений;
- выбор числа измерений;

- выбор метода измерений;
- выбор средств измерений;
- формулирование исходных данных для расчета погрешности;
- расчет отдельных составляющих и общей погрешности;
- расчет показателей точности;
- сопоставление показателей точности с выбранными показателями.

Основными элементами процесса измерения являются: объект измерения, средство измерений, условия измерений, принцип измерений, метод измерений, а также человек – оператор, выполняющий измерение.

Весь процесс измерений можно представить упрощенной схемой (рис. 1.1):



Рис. 1.1. Схема измерений

При этом измерения всегда проводятся при определенных внешних условиях, когда все составляющие процесса измерений, и объект, и средства измерений, и оператор подвергаются влиянию, обусловленному изменением этих условий.

Такие изменения могут носить случайный характер, но их мы не в состоянии предвидеть, вместе с тем они могут быть и не случайными, но такими, которые мы не смогли заранее предусмотреть и учесть. Если такие изменения влияют на результаты измерений, то при повторных измерениях одной и той же величины они будут отличаться друг от друга тем сильнее, чем больше факторов не учтено и чем сильнее они меняются. Поэтому даже при очень тщательных измерениях влияние тех или иных факторов приводит к тому, что результат измерения отличается от истинного значения измеряемой величины. Именно поэтому результат как однократных, так и многократных измерений, является реализацией случайной величины, которая равна сумме истинного значения измеряемой величины и погрешности измерений.

Объектом измерения является реальный физический объект, свойства которого характеризуются одной или несколькими измеряемыми физическими величинами (например, частота сигнала, напряжение источника питания, сопротивление электрической цепи). Свойства этого физического объекта должны быть оценены на основе априорных (предварительных) данных и отождествлены с одной из моделей, идеализирующей объект. Данную задачу решает экспериментатор, выбирая тот или иной измерительный прибор.

Физическая модель должна достаточно близко совпадать с реальным объектом измерения. В качестве измеряемой величины следует выбрать такой параметр модели, который наиболее близко соответствует данной цели измерения. Значение измеряемой величины может выражаться числом, функцией, функционалом. Это учитывается при разработке методики выполнения измерений и при выборе средств измерений.

*Пример.* Объект измерения – изменяющееся электрическое напряжение. Цель измерения – оценка мощности, которая может быть выделена в нагрузку. В соответствии с априорной информацией о том, что форма кривой напряжения близка к синусоидальной, в качестве физической модели напряжения принимается синусоидальное напряжение. Соответственно цели измерения в качестве параметра модели – измеряемой величины – принимается эффективное (действующее) значение напряжения.

Значение измеряемой величины выражается функционалом:

$$U_{\text{д}} = \sqrt{\frac{U_m^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \text{Sin}^2 \omega t d\omega t} = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

где  $U_m$  и  $\omega$  – амплитуда и круговая частота синусоидального напряжения, соответственно.

Если информация о форме кривой напряжения отсутствует, то в качестве физической модели напряжения может быть принято случайно изменяющееся электрическое напряжение. Тогда значение измеряемой величины может быть выражено зависимостью:

$$U_{\text{д}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt},$$

где  $T$  – время интегрирования;  $u(t)$  – реализация случайного процесса – функция времени  $t$ .

Объект измерения обладает многими свойствами и находится в сложных и многосторонних связях с другими объектами. Поэтому в теоретической метрологии введено понятие математической модели объекта.

Математическая модель объекта – совокупность математических символов (образов) и отношений между ними, которая адекватно описывает свойства объекта измерения. В простейшем случае модель измерения (рис. 1.2) может быть описана функциональной зависимостью изменения выходного сигнала  $Y$  от изменения входного сигнала  $X$ :  $Y=f(X)$ .

Однако в процессе измерений возникают внутренние и внешние помехи  $Z_i, Z_k, \dots$ , которые вносят погрешность в результат измерения. Этим объясняется тот факт, что при многократном измерении одной и той же величины  $X$  одним и тем же средством измерения в одинаковых условиях результаты измерения, как правило, различаются между собой и не совпадают с истинным значением  $X_{ист}$  физической величины:  $Y_1 \neq Y_2 \neq \dots \neq X_{ист}$ .

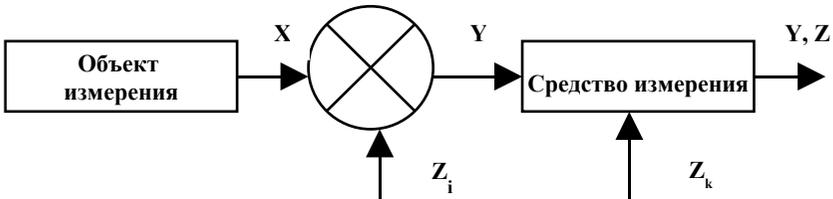


Рис. 1.2. Модель измерения

Объект измерения принято считать неизменным, то есть всегда предполагается, что существует истинное (действительное) постоянное значение измеряемой величины. Все остальные составляющие процесса измерений: средства измерений, условия проведения измерений, состояние оператора – все время меняются. Эти изменения могут быть случайными, тогда мы не в состоянии их предвидеть. Но они могут быть и не случайными, просто мы не смогли заранее их предусмотреть и учесть. Если они влияют на результаты измерений, то при повторных измерениях одной и той же величины результаты будут отличаться один от другого тем сильнее, чем больше факторов не учтено и чем сильнее они меняются. Число внешних и внутренних факторов, которые влияют на результат измерения и принимаются в расчет, всегда ограничено. Но общее у этих факторов то, что все они являются следствием настолько сложных причин, что их трудно проследить. Вследствие этого даже очень точное измерение всегда будет содержать погрешность измерения – отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой физической величины. Таким образом, результат отдельного измерения является случайной величиной.

Средство измерений – это техническое средство, используемое для целей измерений и имеющее нормированную точность. Средства измерений образуют основу измерительной техники.

Принцип измерений – это физическое явление или совокупность физических явлений, положенных в основу измерений. Например, применение эффекта Доплера для измерения скорости, применение эффекта Джозефсона для измерения электрического напряжения, применение фотоэлектрического эффекта для измерения освещенности и т.д.

Метод измерений – это прием или совокупность приемов сравнения измеряемой физической величины с ее единицей в соответствии с выбранным принципом измерений. Понятие метода измерения следует отличать от методики измерения – общего или поэтапного плана проведения измерения.

Методика измерений – это намеченный распорядок измерений, определяющий состав применяемых приборов, последовательность и правила проведения операций.

Знание значения погрешности измерений еще недостаточно для обеспечения единства измерений. Необходима еще и достоверность измерений, которая заключается в том, что погрешность измерений не выходит за пределы, установленные в соответствии с поставленной целью измерений.

Достоверность измерений определяется степенью доверия к результатам измерения и характеризуется вероятностью того, что истинное значение измеряемой величины находится в указанных пределах. Данную вероятность называют доверительной. Следует отметить, что результаты измерений, не обладающие достоверностью, т.е. степенью уверенности в их правильности, не представляют ценности.

Также очень важны показатели, характеризующие качество измерительных операций, такие, как: правильность, сходимостъ и воспроизводимостъ измерений.

Правильность измерений – их качество, отражающее близость к нулю систематических погрешностей в их результатах.

Под сходимостью измерений понимается их качество, отражающее близость друг к другу результатов измерений, выполняемых в одинаковых условиях.

Воспроизводимостъ измерений – их качество, которое отражает близость друг к другу результатов измерений, выполненных в разных местах, в разное время, с использованием разных методов и средств.

## 1.2. Шкалы измерений

В практической деятельности необходимо проводить измерения различных величин, характеризующих свойства тел, веществ, явлений и процессов. Некоторые свойства проявляются только качественно, другие – количественно. Разнообразные проявления любого свойства образуют шкалы измерения этих свойств. Шкала измерений количественного свойства является шкалой физической величины.

Шкала физической величины – это упорядоченная последовательность значений физической величины, принятая по соглашению на основании результатов точных измерений. В соответствии с логической структурой проявления свойств различают пять основных типов шкал измерений.

1. *Шкала наименований (шкала классификации)*. Используются для классификации эмпирических объектов, свойства которых проявляются только в отношении эквивалентности. Эти свойства нельзя считать физическими величинами (ФВ), поэтому шкалы такого вида не являются шкалами ФВ. Это самый простой тип шкал, основанный на приписывании качественным свойствам объектов чисел, играющих роль имен.

В шкалах наименований, в которых отнесение отражаемого свойства к тому или иному классу эквивалентности осуществляется с использованием органов чувств человека, наиболее адекватен результат, выбранный большинством экспертов. При этом большое значение имеет правильный выбор классов эквивалентной шкалы – они должны надежно различаться наблюдателями, экспертами, оценивающими данное свойство. Нумерация объектов по шкале наименований осуществляется по принципу «Не приписывай одну и ту же цифру разным объектам». Числа, приписанные объектам, могут быть использованы для определения вероятности или частоты появления данного объекта, но их нельзя использовать для суммирования и других математических операций.

Поскольку данные шкалы характеризуются только отношениями эквивалентности, то в них отсутствуют такие понятия, как «нуль», «больше» или «меньше» и единицы измерения. Примером шкал наименований являются широко распространенные атласы цветов, предназначенные для идентификации цвета.

2. *Шкала порядка (шкала рангов)*. Если свойство данного эмпирического объекта проявляет себя в отношении эквивалентности и порядка по возрастанию или убыванию количественного проявления свойства, то для него может быть построена шкала порядка. Она является монотонно возрастающей или убывающей и позволяет установить отно-

шение больше/меньше между величинами, характеризующими указанное свойство. В шкалах порядка существует или не существует нуль, но принципиально нельзя ввести единицы измерения, так как для них не установлено отношение пропорциональности и соответственно нет возможности судить, во сколько раз больше или меньше конкретные проявления свойства.

В случаях, когда уровень познания явления не позволяет точно установить отношения, существующие между величинами данной характеристики, либо применение шкалы удобно и достаточно для практики, используют условные (эмпирические) шкалы порядка. Условная шкала – это шкала физической величины, исходные значения которой выражены в условных единицах. Например, шкала вязкости Энглера, 12-балльная шкала Бофорта для силы морского ветра, шкала землетрясений (см. приложение, табл. 1.1; 1.2).

Для оценки скорости (силы) ветра в баллах применяется условная шкала Бофорта, в которой соотношение между баллами и скоростью ветра над сушей на высоте 10 м принято в 1946 году по международному соглашению всего 17 баллов Бофорта. Первоначально шкала (как 12-балльная) была предложена Бофортом в 1805 году.

Для сравнения землетрясений по их силе в мире применяются различные сейсмические (условные) шкалы. Во многих странах мира действует эмпирическая 12-балльная шкала. В ряде стран применяются эмпирические сейсмические шкалы (10-балльные и 12-балльные), отличающиеся по оценке силы землетрясений.

За последнее время в мире получила распространение сейсмическая шкала Рихтера (шкала амплитуд), основанная на оценке энергии сейсмических волн, возникающих при землетрясениях. Соотношения между магнитудой землетрясения и его силой в эпицентре по шкале Рихтера зависят от глубины очага и представлены 12-балльной шкалой.

Сравнительно слабые землетрясения высвобождают энергию порядка 10000 кг/м, то есть достаточную, чтобы поднять груз весом 10 т на высоту 1 м. Этот энергетический уровень принимается за ноль. Землетрясение, высвобождающее в 100 раз больше энергии, соответствует первой единице шкалы, еще в 100 раз более сильное – второй. Числа в такой шкале называются магнитудой. Верхний предел не предусмотрен, по этой причине шкалу Рихтера называют открытой.

Сила проявления землетрясения на земной поверхности определяется по шкале Меркалли в баллах. I балл – не ощущается людьми, XII – практически полное разрушение; нарушение линии горизонта; взлетают в

воздух отдельные предметы. Баллы отмечаются цифрами от I до XII (цифры римские, чтобы не было путаницы с магнитудой).

Широкое распространение получили шкалы порядка с нанесенными на них реперными точками. К таким шкалам, например, относится шкала Мооса для определения твердости минералов. Она содержит 10 опорных (реперных) минералов с различными условными числами твердости: тальк – 1; гипс – 2; кальций – 3; флюорит – 4; апатит – 5; ортоклаз – 6; кварц – 7; топаз – 8; корунд – 9; алмаз – 10. Отнесение минерала к той или иной градации твердости осуществляется на основании эксперимента, который состоит в том, что испытуемый материал царапается опорным. Если после царапанья испытуемого минерала кварцем (7) на нем остается след, а после ортоклаза (6) – не остается, то твердость испытуемого материала составляет более 6, но менее 7. Более точного ответа в этом случае дать невозможно.

В условных шкалах одинаковым интервалам между размерами данной величины не соответствуют одинаковые размерности чисел, отображающих размеры. С помощью этих чисел можно найти вероятности, моды, медианы, квантили, однако их нельзя использовать для суммирования, умножения и других математических операций.

Определение значения величин при помощи шкал порядка нельзя считать измерением, так как на этих шкалах не могут быть введены единицы измерения. Операцию по приписыванию числа требуемой величины следует считать оценением. Оценивание по шкалам порядка является неоднозначным и весьма условным, о чем свидетельствует рассмотренный пример.

*3. Шкала интервалов (шкала разностей).* Является дальнейшим развитием шкалы порядка и применяется для объектов, свойства которых удовлетворяют отношениям эквивалентности, порядка и аддитивности. Шкала интервалов состоит из одинаковых интервалов, имеет единицу измерения и произвольно выбранное начало – нулевую точку. К таким шкалам относится летоисчисление по различным календарям, в которых за начало отсчета принято либо сотворение мира, либо рождение Христово и т. д. Температурные шкалы Цельсия, Фаренгейта и Реомюра также являются шкалами интервалов.

На шкале интервалов определены действия сложения и вычитания интервалов. Действительно, по шкале времени интервалы можно суммировать или вычитать и сравнивать, во сколько раз один интервал больше другого, но складывать даты каких-либо событий просто бессмысленно.

Шкала интервалов величины  $Q$  описывается уравнением:

$$Q = Q_0 + q[Q], \quad (1.2)$$

где  $q$  – числовое значение величины;  $Q_0$  – начало отсчета шкалы;  $[Q]$  – единица рассматриваемой величины.

Такая шкала полностью определяется заданием начала отсчета  $Q_0$  шкалы и единицы данной величины  $[Q]$ . Задать шкалу практически можно двумя путями. При первом из них выбираются два значения  $Q_0$  и  $Q_1$  величины, которые относительно просто реализованы физически. Эти значения называются опорными точками, или основными реперами, а интервал  $(Q_1 - Q_0)$  – основным интервалом. Точка  $Q_0$  принимается за начало отсчета, а величина  $(Q_1 - Q_0)/n = [Q]$  за единицу  $Q$ . При этом  $n$  выбирается таким, чтобы  $[Q]$  было целой величиной. Перевод одной шкалы интервалов  $Q = Q_{01} + q_1[Q]_1$  в другую  $Q = Q_{02} + q_2[Q]_2$  осуществляется по формуле:

$$q_1 = \left( q_2 - \frac{Q_{02} - Q_{01}}{[Q]_1} \right) \frac{[Q]_1}{[Q]_2}. \quad (1.3)$$

*Пример.* Шкала Фаренгейта является шкалой интервалов. На ней  $Q_0$  – температура смеси льда, поваренной соли и нашатыря,  $Q_1$  – температура человеческого тела. Единица измерения – градус Фаренгейта:

$$[Q_F] = \frac{Q_1 - Q_2}{96} = 1^\circ F. \quad (1.4)$$

Температура таяния смеси льда, соли и нашатыря оказалась равной  $32^\circ F$ , а температура кипения воды –  $212^\circ F$ .

На шкале Цельсия  $Q_0$  – температура таяния льда,  $Q_1$  – температура кипения воды. Градус Цельсия  $[Q_C] = (Q_1 - Q_2) / 100 = 1^\circ C$ .

Требуется получить формулу для перехода от одной шкалы к другой. Она определяется в соответствии с выражением (1.3). Значение разности температур по шкале Фаренгейта между точкой кипения воды и точкой таяния льда составляет  $212^\circ F - 32^\circ F = 180^\circ F$ . По шкале Цельсия этот интервал температур равен  $100^\circ C$ . Следовательно,  $100^\circ C = 180^\circ F$  и отношение размеров единиц:

$$\frac{[Q]_1}{[Q]_2} = \frac{^\circ F}{^\circ C} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}.$$

Числовое значение интервала между началами отсчета по рассматриваемым шкалам, измеренного в градусах Фаренгейта ( $[Q]_1 = ^\circ F$ ), равно 32. Переход от температуры по шкале Фаренгейта к температуре по шкале Цельсия производится по формуле:

$$t_c = \frac{5}{9}(t_F - 32). \quad (1.5)$$

При втором пути задания шкалы единица воспроизводится непосредственно как интервал, его некоторая доля или некоторое число интервалов размеров данной величины, а начало отсчета выбирают каждый раз по-разному в зависимости от конкретных условий изучаемого явления. Пример такого подхода – шкала времени, в которой  $1\text{с} = 9192631770$  периодов излучения, соответствующих переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133. За начало отсчета принимается начало изучаемого явления.

4. *Шкала отношений.* Описывает свойства эмпирических объектов, которые удовлетворяют отношениям эквивалентности, порядка и аддитивности (шкалы второго рода – аддитивные), а в ряде случаев и пропорциональности (шкалы первого рода – пропорциональные). Их примерами являются шкала массы (второго рода), термодинамической температуры (первого рода).

В шкалах отношений существует однозначный естественный критерий нулевого количественного проявления свойства и единица измерений, установленная по соглашению. С формальной точки зрения шкала отношений является шкалой интервалов с естественным началом отсчета. К значениям, полученным по этой шкале, применимы все арифметические действия, что имеет важное значение при измерении физической величины.

Шкалы отношений – самые совершенные. Они описываются уравнением:

$$Q = q[Q],$$

где  $Q$  – физическая величина, для которой строится шкала,  $[Q]$  – ее единица измерения,  $q$  – числовое значение физической величины.

Переход от одной шкалы отношений к другой происходит в соответствии с уравнением:

$$q_2 = q_1 [Q1]/[Q2]. \quad (1.6)$$

5. *Абсолютная шкала.* Под этим понятием некоторые авторы, понимают шкалы, обладающие всеми признаками шкал отношений, но дополнительно имеющие естественное однозначное определение единицы измерения и не зависящие от принятой системы единиц измерения. Такие шкалы соответствуют относительным величинам: коэффициенту усиления, ослабления и др. Для образования многих производных единиц в системе СИ используются безразмерные и счетные единицы абсолютных шкал.

Шкалы наименований и порядка называют неметрическими (концептуальными), а шкалы интервалов и отношений – метрическими (материальными). Абсолютные и метрические шкалы относятся к разряду «линейных». Практическая реализация шкал измерений осуществляется путем стандартизации как самих шкал и единиц измерений, так и (в необходимых случаях) способов и условий их однозначного воспроизведения.

### 1.3. Классификация измерений

Измерения являются фундаментом познавательного процесса в науке и технике. Виды измерений определяются физическим характером измеряемой величины, различными требованиями к точности измерений, необходимой скоростью измерений, условиями и режимами измерений, различным количеством измерительной информации.

Измерения можно классифицировать по различным видам (рис. 1.3):



Рис. 1.3. Классификация видов измерений

*По числу измерений:* однократные, когда измерения выполняют один раз, и многократные - ряд однократных измерений физической величины одного и того же размера.

*По характеристике точности:* равноточные – ряд измерений какой-либо величины, выполненных одинаковыми по точности средствами измерений в одних и тех же условиях с одинаковой тщательностью, и неравноточные, когда ряд измерений какой-либо величины выполняется различающимися по точности средствами измерений и в разных условиях.

*По способу представления результатов измерений:* абсолютные – измерения величины в ее единицах, и относительные – измерения изменений величины по отношению к одноименной величине, которая принимается за исходную. Относительные измерения при прочих равных условиях могут быть выполнены более точно, чем абсолютные, так как в суммарную погрешность не входит погрешность меры величины;

*По способу получения результата измерения –* прямые, косвенные, совместные, совокупные.

Наиболее простыми являются прямые измерения – измерения, при которых искомое значение физической величины получают непосредственно из опытных данных путем экспериментального сравнения. При прямых измерениях, как правило, физический принцип однозначно определяется принципом действия используемого средства измерений. Числовое значение измеряемой величины получается путем ее сравнения с известной величиной, воспроизводимой мерой. К прямым измерениям относится нахождение значения напряжения, тока, мощности по шкале прибора и т. д.

Косвенные измерения – определение искомого значения физической величины на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной. При этом числовое значение искомой величины находится расчетным путем. Например, значение мощности в нагрузке определяется по показаниям амперметра и вольтметра ( $P = U \cdot I$ ). Уравнение косвенного изме-

рения  $Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ , где  $X_i$  –  $i$ -й результат прямого измерения. Хотя косвенные измерения сложнее прямых, они широко применяются в практике измерений, особенно там, где прямые измерения практически невыполнимы, либо тогда, когда косвенное измерение позволяет получить более точный результат по сравнению с прямым измерением.

Совокупные измерения – проводимые одновременно измерения нескольких одноименных величин, при которых искомые значения величин определяют путем решения системы уравнений, получаемых при измерениях этих величин в различных сочетаниях. Например, нахождение сопротивлений двух резисторов по результатам измерения сопротивления при последовательном и параллельном их включении; определение массы отдельных гирь набора по известному значению массы одной из них и по результатам прямых сравнений масс различных сочетаний этих гирь.

Совместные измерения – проводимые одновременно измерения двух или нескольких не одноименных величин для определения зависимости между ними. Числовые значения искомых величин, как и в случае совокупных измерений, находят из системы уравнений, связывающих значения искомых величин со значениями величин, измеренных прямым (или косвенным) способом. Число уравнений должно быть не меньше числа искомых величин. Например, по результатам прямых измерений значений сопротивления терморезистора при двух различных температурах решением системы уравнений рассчитывают необходимые значения коэффициентов.

#### **1.4. Методы измерений физических величин**

Для измерений физических величин разработаны определенные приемы использования физических явлений, на которых основаны измерения и средств измерений, применение которых позволяет повысить точность и достоверность измерений. Каждую физическую величину можно измерить различными способами, отличающимися друг от друга как техническими, так и методическими особенностями. Вместе с тем существуют и некоторые общие приемы, называемые методами измерений. Все методы измерений поддаются систематизации и обобщению по общим характерным признакам.

Методы измерения можно классифицировать по различным признакам:

- по физическому принципу, положенному в основу измерения:

- электрические, механические, магнитные, теплотехнические, линейно-угловые, оптические и т.д.;
- по степени взаимодействия средства и объекта измерения;
  - контактные и бесконтактные. Например, измерение температуры тела термометром сопротивления (контактное измерение) и объекта пирометром (бесконтактное измерение);
- по режиму взаимодействия средства и объекта измерения;
  - статические и динамические;
- по виду измерительных сигналов;
  - аналоговые измерения и цифровые;
- по организации сравнения измеряемой величины с мерой;
  - метод непосредственной оценки (шкальный) и метод сравнения с мерой.

*Метод непосредственной оценки* (шкальный) – метод измерений, при котором значение физической величины определяют непосредственно по показывающему средству измерений. Достоинством этого метода является быстрота получения результата измерений, но его точность не высока, из-за необходимости градуировки средств измерений и воздействия внешних влияющих факторов (изменение влажности, давления, температуры, влияние электромагнитных полей и т. д.).

*Метод сравнения с мерой* – метод измерений, в котором измеряемую величину сравнивают с величиной, воспроизводимой мерой. Этот метод по сравнению с методом непосредственной оценки более трудоемок, но зачастую обеспечивает более высокую точность. Сравнение может быть непосредственным или опосредованным через другие величины, связанные с измеряемой величиной. Метод сравнения с мерой имеет ряд разновидностей, отличающихся приемами и способами сравнения, но его отличительной чертой является непосредственное участие в процессе измерения меры известной величины, однородной с измеряемой мерой. Метод сравнения с мерой имеет следующие разновидности: нулевой, дифференциальный, замещения, совпадения и противопоставления.

- Нулевой метод – метод сравнения с мерой, в котором результирующий эффект воздействия измеряемой величины и меры на прибор сравнения доводят до нуля. Применение мер большой точности и прибора высокой чувствительности обеспечивает высокую точность измерений, то есть точностные возможности нулевого метода определяются погрешностью калибровки мер и погрешностями прибора сравнения. Этот метод широко используют при измерении электрического со-

противления мостом с его полным уравниванием, при измерении массы на равноплечих весах, при измерении сопротивлений, индуктивностей, емкостей с помощью мостов.

- Дифференциальный (разностный) метод – метод измерений, при котором измеряемая величина сравнивается с однородной величиной, незначительно отличающейся от измеряемой величины, когда измеряется разность между этими двумя величинами. Точность метода возрастает с уменьшением разности между сравниваемыми величинами. Дифференциальный метод может обеспечить высокую точность измерения, если известная величина воспроизводится с высокой точностью и разность между ней и неизвестной величиной мала. Например, измерение напряжения постоянного тока с помощью дискретного делителя напряжения и вольтметра.
- Метод измерения замещением – метод сравнения с мерой, в котором измеряемую величину замещают мерой с известным значением величины. Благодаря тому что обе эти величины включаются поочередно в одну и ту же измерительную цепь прибора, существенно повышаются точностные возможности измерений. Метод используют, например, при измерении индуктивности, емкости.
- Метод совпадений – метод, при котором измеряют разность между искомой величиной и образцовой мерой, используя совпадения отметок или периодических сигналов. Точность данного метода ограничена погрешностями фиксации момента совпадения сигналов. По принципу метода совпадения построен нониус штангенциркуля и ряда других приборов. Этот метод применяют, например, для измерения перемещений, периода, частоты. Примером применения этого метода является также измерение частоты методом сравнения с мерой по фигурам Лиссажу при использовании в качестве прибора сравнения электронно-лучевого осциллографа.
- Метод противопоставления – метод сравнения с мерой, при котором измеряемая величина и величина, воспроизводимая мерой, одновременно воздействует на измерительный прибор сравнения, устанавливающий соотношение между ними. Примером этого метода является взвешивание груза на весах, когда измеряемая масса определяется как сумма массы гирь, ее уравнивающих, и показания по шкале весов.

Выбор того или иного метода измерений определяется назначением результатов измерений, требованиями к их точности и скорости.

### 1.5. Классификация средств измерений

Средство измерений (СИ) – техническое средство, предназначенное для измерений, имеющее нормированные метрологические характеристики, воспроизводящее и (или) хранящее единицу физической величины, размер которой принимают неизменным (в пределах установленной погрешности) в течение известного интервала времени. Данное определение раскрывает суть средства измерений, заключающуюся, во-первых, в способности хранить (или воспроизводить) единицу физической величины, во-вторых, в неизменности размера хранимой единицы.

Эти факторы обуславливают возможность выполнения измерения (сопоставление с единицей) и определяют техническое средство как средство измерения. Если размер единицы в процессе измерений изменяется больше, чем установлено нормами, таким средством нельзя получить результат с необходимой точностью. Это означает, что измерение можно проводить лишь тогда, когда техническое средство, предназначенное для этой цели, может хранить единицу физической величины, неизменную по размеру (во времени). Средства измерений классифицируют в зависимости от назначения и метрологических функций.

По назначению СИ подразделяются на меры, измерительные преобразователи, измерительные приборы, измерительные установки и измерительные системы.

*Мера* – средство измерений, предназначенное для воспроизведения и (или) хранения физической величины одного или нескольких заданных размеров, значения которых выражены в установленных единицах и известны с необходимой точностью.

Операцию воспроизведения величины заданного размера можно формально представить как преобразование цифрового кода  $N$  в заданную физическую величину  $X_m$ , основанное на единице данной физической величины  $[X]$ . Поэтому уравнение преобразования меры представляется в виде:  $X_m = N/[X]$ .

Выходом меры является квантованная аналоговая величина  $X_m$  заданного размера, а входом следует считать числовое значение величины  $N$  (рис. 1.4).

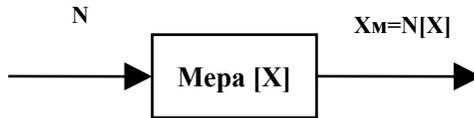


Рис. 1.4. Обозначение меры в структурных схемах

Различают меры:

- однозначные – воспроизводящие физическую величину одного размера (например, конденсатор постоянной емкости, плоскопараллельная концевая мера длины  $L = 100$  мм, нормальный элемент ЭДС  $= 1,0185$  В);
- многозначные – воспроизводящие физическую величину разных размеров (например, конденсатор переменной емкости, штриховая мера длины);
- набор мер – комплект мер разного размера одной и той же физической величины, предназначенных для практического применения, как в отдельности, так и в различных сочетаниях (например, набор концевых мер длины);
- магазин мер – набор мер, конструктивно объединенных в единое устройство, в котором имеются приспособления для их соединения в различных комбинациях (например, магазин электрических сопротивлений).

Степень совершенства меры определяется постоянством размера каждой ступени квантования  $[X]$  и степенью многозначности, т.е. числом  $N$  воспроизводимых, известных значений ее выходной величины. С наиболее высокой точностью посредством мер воспроизводятся основные физические величины: длина, масса, частота, ток, напряжение.

При применении меры в качестве средства измерения необходимо учитывать ее номинальное и действительное значения. Номинальное значение указывается непосредственно на мере. Действительное значение меры указывается в специальном свидетельстве как результат ее высокоточного измерения с использованием официального эталона. Разность между номинальным и действительным значениями меры называется погрешностью меры.

К однозначным мерам относятся стандартные образцы. Стандартный образец – это должным образом оформленная проба вещества (материала), для которой установлено количественное значение определенной характеристики. Эта характеристика (или свойство) является величиной с известным значением при установленных условиях внешней

среды. К таким образцам, например, относятся наборы минералов с конкретными значениями твердости (шкала Мооса) для определения этого параметра у различных минералов.

*Измерительный преобразователь* – техническое средство с нормативными метрологическими характеристиками, служащее для преобразования измеряемой величины в другую величину, или измерительный сигнал, удобный для обработки. Преобразуемая величина называется входной, а результат преобразования – выходной величиной. Это преобразование должно выполняться с заданной точностью и обеспечивать требуемую функциональную зависимость между выходной и входной величинами преобразователя. Его работа протекает в условиях, когда помимо основного сигнала  $X$ , связанного с измеряемой величиной, на него воздействуют множество других сигналов  $Z_i$ , которые рассматриваются как помехи (рис. 1.5).

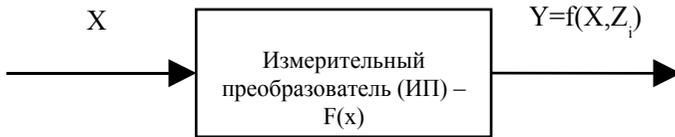


Рис. 1.5. Структурная схема измерительного преобразователя

Важнейшей характеристикой ИП является уравнение преобразования, которое описывает статические свойства преобразователя и в общем случае записывается в виде  $Y = F(X, Z_i)$ . Измерительный преобразователь может входить в состав какого-либо измерительного прибора (измерительной установки, измерительной системы и др.) или применяться вместе с каким-либо средством измерений.

Измерительные преобразователи могут быть классифицированы по различным признакам, например:

- по характеру преобразования различают следующие виды измерительных преобразователей:
  - электрических величин в электрические (шунты, делители напряжения, измерительные трансформаторы и пр.),
  - магнитных величин в электрические (измерительные катушки, феррозонды, преобразователи, основанные на эффектах Холла, Гаусса, сверхпроводимости и т. д.),
  - неэлектрических величин в электрические (термо- и тензо-преобразователи, реостатные, индуктивные, емкостные и т.д.);

- по месту в измерительной цепи и функциям различают:
  - первичные,
  - промежуточные,
  - масштабные,
  - передающие;
- по виду входных и выходных величин измерительные преобразователи делятся на:
  - аналоговые,
  - аналого-цифровые (АЦП),
  - цифроаналоговые (ЦАП).

Первичный измерительный преобразователь – к нему непосредственно подводится измеряемая величина, то есть он является первым в измерительной цепи средством измерений. Первичные преобразователи, размещаемые непосредственно на объекте исследования и удаленные от места обработки, отображения и регистрации измерительной информации, называют датчиками. Например, датчики метеорологического радиозонда передают измерительную информацию о температуре, давлении, влажности и других параметрах атмосферы.

Промежуточные преобразователи располагаются в измерительной цепи после первичного преобразователя.

Передающий измерительный преобразователь – на выходе которого образуются величины, удобные для их регистрации и передачи на расстояние.

Масштабный преобразователь – измерительный преобразователь, предназначенный для изменения размера величины в заданное число. Например, измерительные трансформаторы тока и напряжения, измерительные усилители, делители напряжения.

Аналоговый преобразователь – преобразует одну аналоговую величину в другую.

Аналого-цифровые преобразователи предназначены для преобразования аналогового измерительного сигнала в цифровой код.

Цифроаналоговые преобразователи преобразуют цифровой код в аналоговую величину.

*Измерительный прибор* – средство измерений, предназначенное для получения значений измеряемой физической величины в установленном диапазоне.

Измерительные приборы подразделяются:

- по форме регистрации измеряемой величины:
  - аналоговые,
  - цифровые;

- по применению:
  - амперметры,
  - вольтметры,
  - частотомеры,
  - фазометры,
  - осциллографы и т. д.;
- по назначению:
  - приборы для измерения электрических физических величин,
  - неэлектрических (магнитных, тепловых, химических и др.) физических величин;
- по действию:
  - интегрирующие,
  - суммирующие;
- по способу индикации значений измеряемой величины:
  - показывающие,
  - сигнализирующие,
  - регистрирующие;
- по методу преобразования измеряемой величины:
  - непосредственной оценки (прямого преобразования),
  - сравнения;
- по способу применения и по конструкции:
  - щитовые,
  - переносные,
  - стационарные;
- по защищенности от воздействия внешних условий:
  - обыкновенные,
  - влаго-, газо-, пылезащищенные,
  - герметичные,
  - взрывобезопасные и др.

*Измерительная установка (ИУ)* – совокупность функционально объединенных мер, измерительных приборов, измерительных преобразователей и других устройств, предназначенная для изменений одной или нескольких физических величин и расположенная в одном месте. Измерительную установку, применяемую для поверки, называют поверочной установкой, а входящую в состав эталона – эталонной установкой.

*Измерительная система (ИС)* – совокупность функционально объединенных мер, измерительных приборов, измерительных преобразователей, ЭВМ и других технических средств, размещенных в разных точках контролируемого объекта с целью измерений одной или нескольких физических величин, свойственных этому объекту, и выра-

ботки измерительных сигналов в разных целях. В зависимости от назначения измерительные системы подразделяют на информационные, контролирующие, управляющие и др. Например, радионавигационная система для определения местоположения различных объектов, состоящая из ряда измерительно-вычислительных комплексов, разнесенных в пространстве на значительное расстояние друг от друга.

*Измерительно-вычислительный комплекс (ИВК)* – функционально объединенная совокупность средств измерений, ЭВМ и вспомогательных устройств, предназначенная для выполнения в составе измерительной системы конкретной измерительной задачи.

По метрологическим функциям СИ подразделяются на эталоны и рабочие средства измерений.

*Эталон* единицы физической величины – средство измерений (или комплекс средств измерений), предназначенное для воспроизведения и (или) хранения единицы и передачи ее размера нижестоящим по поверочной схеме средствам измерений и утвержденное в установленном порядке в качестве эталона. Конструкция эталона, его свойства и способ воспроизведения единицы определяются природой данной физической величины и уровнем развития измерительной техники в данной области измерений. Эталон должен обладать, по крайней мере, следующими тремя существенными признаками:

- 1) неизменностью – свойством эталона сохранять размер воспроизводимой им единицы физической величины длительное время без изменения. При этом все изменения, зависящие от внешних условий, должны быть строго определенными функциями величин, доступных точному измерению;
- 2) воспроизводимостью – возможностью воспроизведения единицы физической величины с наименьшей погрешностью для существующего уровня развития измерительной техники.
- 3) сличаемостью – возможностью обеспечения сличения с эталоном других средств измерений, нижестоящих по поверочной схеме, в первую очередь вторичных эталонов, с наивысшей точностью для существующего уровня развития измерительной техники.

По соподчинению эталоны подразделяются на международные эталоны, первичные, вторичные.

- Международный эталон – принятый по международному соглашению в качестве международной основы для согласования с ним размеров единиц, воспроизводимых и хранимых национальными эталонами. Международные эталоны хранятся в Международном бюро мер и весов (МБМВ) в г. Севре вблизи

Парижа и служат для сличения с первичными эталонами крупнейших метрологических лабораторий разных стран.

- Первичные (национальные) эталоны – признанные официальным решением служить в качестве исходных эталонов для страны. Они хранятся в национальных лабораториях различных стран и предназначены для калибровки в этих лабораториях вторичных эталонов. Данное определение по существу совпадает с определением понятия «государственный эталон». Это свидетельствует о том, что термины «государственный эталон» и «национальный эталон» отражают одно и то же понятие. Вследствие этого термин «национальный эталон» применяют при проведении сличения эталонов, принадлежащих отдельным государствам, с международным эталоном или при проведении так называемых «круговых» сличений эталонов ряда стран.
- Вторичные эталоны – получающие размер единицы непосредственно от первичного эталона данной единицы. Они хранятся в различных отраслевых испытательных лабораториях и используются для контроля и калибровки рабочих эталонов.

По метрологическому назначению вторичные эталоны подразделяются на исходный, сравнения и рабочий.

- Исходный эталон – обладает наивысшими метрологическими свойствами (в данной лаборатории, организации, на предприятии), от которого передают размер единицы подчиненным эталонам и имеющимся средствам измерений. Исходным эталоном в стране служит первичный эталон; исходным эталоном для республики, региона, министерства (ведомства) или предприятия может быть вторичный или рабочий эталон. Эталоны, стоящие в поверочной схеме ниже исходного эталона, обычно называют подчиненными эталонами.
- Эталон сравнения – применяется для сличений эталонов, которые по тем или иным причинам не могут быть непосредственно сличены друг с другом.
- Рабочий эталон – предназначен для передачи размера единицы рабочим средствам измерений. Термин «рабочий эталон» заменил собой термин «образцовое средство измерений» с целью упорядочения терминологии и приближения ее к международной. При необходимости рабочие эталоны подразделяют на разряды (1-й, 2-й, ..., n-й), как это было принято для об-

разцовых средств измерений. В этом случае передачу размера единицы осуществляют через цепочку соподчиненных по разрядам рабочих эталонов. При этом от последнего рабочего эталона в этой цепочке размер единицы передают рабочему средству измерений.

Совокупность государственных первичных и вторичных эталонов, являющаяся основой обеспечения единства измерений в стране, составляет эталонную базу страны. Число эталонов не является постоянным, а изменяется в зависимости от потребностей экономики страны. Ясно, что перечень эталонов не совпадает с измеряемыми физическими величинами, хотя прослеживается постепенное увеличение их числа из-за постоянного развития рабочих средств измерений.

*Рабочее средство измерений* – это средство измерений, используемое в практике измерений и не связанное с передачей единиц размера физических величин другим средствам измерений. Рабочее средство измерений в свою очередь бывает основным и вспомогательным.

Основное средство измерений – средство измерений той физической величины, значение которой необходимо получить в соответствии с измерительной задачей.

Вспомогательное средство измерений – средство измерений той физической величины, влияние которой на основное средство измерений или объект измерений необходимо учитывать для получения результатов измерений требуемой точности (например, термометр для измерения температуры газа в процессе измерений объемного расхода этого газа).

## **1.6. Метрологические характеристики средств измерений**

Все средства измерений имеют общие свойства, позволяющие сопоставлять их между собой: метрологические, эксплуатационные, информационные и др. Отдельные виды и типы средств измерений обладают своими специфическими свойствами, которые отражаются в соответствующих нормативно-технических документах. Поэтому важно уметь выделять и оценивать составляющую погрешности, вносимую используемыми средствами измерений по их метрологическим характеристикам.

Метрологическая характеристика средства измерений – характеристика одного из свойств средства измерений, которая влияет на результат и погрешность его измерений. Для каждого типа средств измерений устанавливают свои метрологические характеристики. Метрологические характеристики, устанавливаемые нормативно-техническими

документами, называют *нормируемыми метрологическими характеристиками*, а определяемые экспериментально – *действительными метрологическими характеристиками*.

К метрологическим характеристикам относятся функция преобразования, погрешность средства измерений, чувствительность, цена деления шкалы, порог чувствительности, диапазон измерений, вариация показаний и др. От того, насколько они точно будут выдержаны при изготовлении и стабильны при эксплуатации, зависит точность результатов, получаемая с помощью средства измерений.

*Функция преобразования* (статическая характеристика преобразования) – функциональная зависимость между информативными параметрами выходного и входного сигналов средства измерений. Функцию преобразования, принимаемую для средства измерения (типа) и устанавливаемую в научно-технической документации на данное средство (тип), называют номинальной функцией преобразования средства (типа). Номинальная статическая характеристика преобразования позволяет рассчитать значение входной величины по значению выходной. Она может задаваться аналитически, таблично или графически.

*Погрешность средства измерений* – важнейшая метрологическая характеристика, определяемая как разность между показанием средства измерений и истинным (действительным) значением измеряемой величины. Для меры показанием является ее номинальное значение.

*Чувствительность средства измерений* – свойство средства измерения, определяемое отношением изменения выходного сигнала этого средства к вызывающему его изменению измеряемой величины. Различают абсолютную и относительную чувствительность. Абсолютную чувствительность определяют по формуле:

$$S = \frac{\Delta Y}{\Delta X}, \quad (1.7)$$

относительную чувствительность – по формуле:

$$S_{\text{отн}} = \frac{\Delta Y}{\frac{\Delta X}{X}}, \quad (1.8)$$

где  $\Delta Y$  – изменение сигнала на выходе;  $\Delta X$  – изменение измеряемой величины;  $X$  – измеряемая величина.

При нелинейной статической характеристике преобразования чувствительность зависит от  $X$ , при линейной характеристике она постоянна. У измерительных приборов при постоянной чувствительности

шкала равномерная, то есть расстояние между соседними делениями шкалы одинаковое.

*Цена деления шкалы* (постоянная прибора) – разность значения величины, соответствующая двум соседним отметкам шкалы средства измерения. Приборы с равномерной шкалой имеют постоянную цену деления. В приборах с неравномерной шкалой цена деления может быть разной на разных участках шкалы, и в этом случае нормируется минимальная цена деления. Цена деления шкалы ( $C$ ) равна числу единиц измеряемой величины, приходящихся на одно деление шкалы прибора, и может быть также определена через абсолютную чувствительность:

$$C = \frac{1}{S}. \quad (1.9)$$

*Порог чувствительности* – наименьшее значение изменения физической величины, начиная с которого может осуществляться ее измерение данным средством. Порог чувствительности выражают в единицах входной величины.

*Диапазон измерений* – область значений величины, в пределах которой нормированы допускаемые пределы погрешности средства измерений. Значения величины, ограничивающие диапазон измерений снизу и сверху (слева и справа), называют соответственно нижним и верхним пределом измерений. С целью повышения точности измерений диапазон измерений средства измерений можно разбить на несколько поддиапазонов. При переходе с одного поддиапазона на другой некоторые составляющие основной погрешности уменьшаются, что приводит к повышению точности измерений. При нормировании погрешности допускают для каждого поддиапазона свои предельные значения погрешности. Область значений шкалы прибора, ограниченную начальными и конечными значениями шкалы, называют диапазоном показаний.

Для средств измерений, выдающих результаты измерений в цифровом коде, указывают цену единицы младшего разряда (единицы младшего разряда цифрового отсчетного устройства), вид выходного кода (двоичный, двоично-десятичный) и число разрядов кода. Для оценки влияния средства измерений на режим работы объекта исследования указывают полное входное сопротивление  $Z_{вх}$ . Это сопротивление влияет на мощность, потребляемую от объекта исследования средством измерения. Допустимая нагрузка на средство измерений зависит от выходного полного сопротивления  $Z_{вых}$ . Чем меньше выходное сопротивление, тем больше допустимая нагрузка на средство измерений.

*Вариация показаний* – наибольшая вариация выходного сигнала прибора при неизменных внешних условиях. Она является следствием

трения и люфтов в узлах приборов, механического и магнитного гистерезиса элементов и др.

*Вариация выходного сигнала* – это разность между значениями выходного сигнала, соответствующими одному и тому же действительному значению входной величины при медленном подходе слева и справа к выбранному значению входной величины.

*Динамические характеристики* – характеристики инерционных свойств (элементов) измерительного устройства, определяющие зависимость выходного сигнала средства измерения от меняющихся во времени величин: параметров входного сигнала, внешних влияющих величин, нагрузки. К ним относят дифференциальное уравнение, описывающее работу средства измерений; переходную и импульсную переходную функции; амплитудные и фазовые характеристики; передаточную функцию. Динамические свойства средства измерений определяют динамическую погрешность. Динамическая погрешность средства измерений – погрешность средства измерений, возникающая при измерении изменяющейся (в процессе измерений) физической величины.

Нормируемые метрологические характеристики – совокупность метрологических характеристик данного типа средств измерений, устанавливаемая нормативными документами на средства измерений. Нормируемые метрологические характеристики, включаемые в этот комплекс, должны отражать реальные свойства средств измерений, и их номенклатура должна быть достаточной для оценки инструментальной составляющей погрешности измерений в рабочих условиях применения средств измерений с той степенью достоверности, которая требуется для решения поставленной измерительной задачи. Общий перечень нормируемых метрологических характеристик средств измерений, формы их представления и способы нормирования устанавливаются ГОСТом.

В этот перечень могут входить:

- пределы измерений;
- пределы шкалы;
- цена деления равномерной шкалы аналогового прибора или многозначной меры, при неравномерной шкале – минимальная цена деления;
- выходной код, число разрядов кода, номинальная цена единицы наименьшего разряда цифровых средств измерений;
- номинальное значение однозначной меры, номинальная статическая характеристика преобразования измерительного преобразователя;

- погрешность средств измерений;
- вариация показаний прибора или выходного сигнала преобразователя;
- полное входное сопротивление измерительного устройства, полное выходное сопротивление измерительного преобразователя или меры;
- неинформативные параметры выходного сигнала измерительного преобразователя или меры;
- динамические характеристики средств измерений;
- функции влияния.

Кроме метрологических характеристик, при эксплуатации средств измерений важны и *не метрологические характеристики*:

- показатели надежности;
- электрическая прочность;
- сопротивление изоляции;
- устойчивость к климатическим и механическим воздействиям;
- время установления рабочего режима и др.

*Надежность средства измерений* – это способность средства измерений сохранять нормированные характеристики при определенных условиях работы в течение заданного времени. Основными критериями надежности приборов являются вероятность и средняя продолжительность безотказной работы. Вероятность безотказной работы определяется вероятностью отсутствия отказов прибора в течение определенного промежутка времени.

*Средняя продолжительность* – отношение времени работы прибора к числу отказов за это время.

### **Контрольные вопросы**

1. Дайте определение понятиям «метрология», «измерение», «единство измерений», «физическая величина», «средство измерения».
2. Что является объектом измерения?
3. Приведите классификацию физических величин.
4. На основе каких единиц физических величин построена система СИ?
5. Приведите классификацию измерений.
6. Как классифицируются измерения по способу получения результата измерений?

7. Перечислите основные методы измерений.
8. Приведите классификацию средств измерений.
9. Дайте определение понятия «эталон».
10. Какими признаками должен обладать эталон?
11. Дайте определения понятиям «мера» и «измерительный преобразователь».
12. Приведите классификацию измерительных преобразователей.
13. Перечислите основные нормируемые метрологические характеристики средств измерений.
14. Дайте определение понятию «измерительная система».
15. Какие основные элементы входят в схему измерений?
16. Дайте определения принципа и метода измерения.

## ГЛАВА 2

### МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ИЗМЕРЕНИЙ

#### 2.1. Классификация погрешностей

Процедура измерения состоит из следующих этапов: принятие модели объекта измерения, выбор метода измерения, выбор средств измерений, проведение эксперимента для получения результата. Это приводит к тому, что результат измерения отличается от истинного значения измеряемой величины на некоторую величину, называемую погрешностью измерения. Измерение можно считать законченным, если определена измеряемая величина и указана возможная степень ее отклонения от истинного значения.

Причины возникновения погрешностей довольно многочисленны, поэтому классификация погрешностей, как и всякая другая классификация, носит достаточно условный характер. Следует различать *погрешность средства измерений* и *погрешность результата измерения*, полученного этим же средством измерения. Погрешности измерений зависят от метрологических характеристик используемых средств измерений, совершенства выбранного метода измерений, внешних условий, а также от свойств объекта измерения и измеряемой величины. Погрешности измерений обычно превышают погрешности используемых средств измерений, однако, используя специальные методы устранения ряда погрешностей и статистическую обработку данных многократных наблюдений, можно в некоторых случаях получить погрешность измерения меньше погрешности используемых средств измерений.

По способу выражения погрешности средств измерений делятся на абсолютные, относительные и приведенные.

*Абсолютная погрешность* – выражена в единицах измеряемой физической величины:

$$\Delta = X_{\text{ист}} - X_{\text{д}} \quad (2.1)$$

*Относительная погрешность* – выражена отношением абсолютной погрешности средства измерений к результату измерений или к действительному значению измеренной физической величины:

$$\delta = \frac{\Delta}{X_d} \times 100, \quad (2.2)$$

□ Для измерительного прибора  $\delta$  характеризует погрешность в данной точке шкалы, зависит от значения измеряемой величины и имеет наименьшее значение в конце шкалы прибора. Абсолютные и относительные погрешности для некоторых математических операций приведены в табл. 2 (см. прил.).

Для характеристики точности многих средств измерений применяется *приведенная погрешность* – относительная погрешность, выраженная отношением абсолютной погрешности средства измерений к условно принятому значению величины, постоянному во всем диапазоне измерений или в части диапазона:

$$\gamma = \frac{\Delta}{X_N} \times 100, \quad (2.3)$$

где  $X_N$  – нормирующее значение, то есть некоторое установленное значение, по отношению к которому рассчитывается погрешность.

Выбор нормирующего значения производится в соответствии с ГОСТ 8.009-84. Это может быть верхний предел измерений средства измерений, диапазон измерений, длина шкалы и т. д. Для многих средств измерений по приведенной погрешности устанавливают класс точности прибора.

По причине и условиям возникновения погрешности средств измерений подразделяются на основную погрешность и дополнительную.

*Основная погрешность* – это погрешность средства измерений, находящихся в оптимальных условиях эксплуатации. Она возникает из-за неидеальности собственных свойств средства измерений и показывает отличие действительной функции преобразования средства измерений в нормальных условиях от номинальной.

Нормативными документами на средство измерений конкретного типа (стандартами, техническими условиями, калибровкой и др.) оговариваются *нормальные условия измерения* – характеризующие совокупностью значений или областей значений влияющих величин, при которых изменением результата измерений пренебрегают вследствие малости. Среди таких влияющих величин наиболее общими являются температура и влажность окружающей среды, напряжение, частота и форма кривой питающего напряжения, наличие внешних электрических и магнитных полей и др. Для нормальных условий применения средств измерений нормативными документами предусматриваются:

- нормальная область значений влияющей величины (диапазон значений):
  - температура окружающей среды –  $(20 \pm 5) \text{ }^\circ\text{C}$ ;
  - положение прибора – горизонтальное с отклонением от горизонтального  $\pm 2^\circ$ ;
  - относительная влажность –  $(65 \pm 15) \%$ ;
  - практическое отсутствие электрических и магнитных полей;
  - напряжение питающей сети –  $(220 \pm 4,4) \text{ В}$ ;
  - частота питающей сети –  $(50 \pm 1) \text{ Гц}$  и т. д.;
- рабочая область значений влияющей величины – в пределах которой нормируют дополнительную погрешность или изменение показаний средства измерений;
- рабочие условия измерений – при которых значения влияющих величин находятся в пределах рабочих областей.

Например, для измерительного конденсатора нормируют дополнительную погрешность на отклонение температуры окружающего воздуха от нормальной температуры; для амперметра – изменение показаний, вызванное отклонением частоты переменного тока от 50 Гц (значения частоты 50 Гц в данном случае принимают за нормальное значение частоты).

*Дополнительная погрешность* – составляющая погрешности средства измерений, которая возникает дополнительно к основной погрешности из-за отклонения какой-либо из влияющих величин от ее нормального значения или вследствие ее выхода за пределы нормальной области значений. Как правило, нормируются, значения основной и дополнительной погрешностей, рассматриваемые как наибольшие для данного средства измерений.

*Предел допускаемой основной погрешности* – наибольшая основная погрешность, при которой средство измерений может быть признано годным и допущено к применению по техническим условиям.

*Предел допускаемой дополнительной погрешности* – это наибольшая дополнительная погрешность, при которой средство измерения может быть признано годным, и допущено к применению.

Например, для прибора класса точности 1,0 дополнительная приведенная погрешность при изменении температуры на  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  не должна превышать  $\pm 1\%$ . Это означает, что при изменении температуры среды на каждые  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  добавляется дополнительная погрешность 1 %.

Пределы допускаемых основной и дополнительной погрешности выражают в форме абсолютных, относительных и приведенных погрешностей.

Обобщенная характеристика данного типа средств измерений, отражающая уровень их точности и определяемая пределами допускаемых основной и дополнительных погрешностей, а также другими характеристиками, влияющими на точность, называется классом точности средства измерений (Табл.4.1. Приложение).

*Класс точности* дает возможность судить о том, в каких пределах находится погрешность средства измерений одного типа, но не является непосредственным показателем точности измерений, выполняемых с помощью каждого из этих средств, так как погрешность зависит также от метода измерений, условий измерений и т. д. Это важно учитывать при выборе средства измерений в зависимости от заданной точности измерений. Класс точности средства измерений конкретного типа устанавливают в стандартах технических требований (условий) или в других нормативных документах.

Например, прибор класса 0,5 может иметь основную приведенную погрешность, не превышающую 0,5 %. Вместе с тем прибор должен удовлетворять соответствующим требованиям и в отношении допускаемых дополнительных погрешностей.

Например, ГОСТ 8.401-80 устанавливает девять классов точности для аналоговых электромеханических приборов: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0; 6,0.

Зная класс точности средства измерения, из (2.3) можно найти максимально допустимое значение абсолютной погрешности для всех точек диапазона:

$$\Delta_{\max} = \frac{\gamma X_N}{100} \quad (2.4)$$

По характеру изменения погрешности средств измерений подразделяются на систематические, случайные и промахи.

*Систематическая погрешность* – составляющая погрешности средства измерений, принимаемая за постоянную или закономерную изменяющуюся погрешность. Систематическая погрешность данного средства измерений, как правило, будет отличаться от систематической погрешности другого средства измерений этого же типа, вследствие чего для группы однотипных средств измерений систематическая погрешность может иногда рассматриваться как случайная погрешность.

К систематическим погрешностям средств измерений относят методические, инструментальные, субъективные и другие погрешности, которые при проведении измерений необходимо учитывать и по возможности устранять.

*Случайная погрешность* – составляющая погрешности средства измерений, изменяющаяся случайным образом. Она приводит к неоднозначности показаний и обусловлена причинами, которые нельзя точно предсказать и учесть. Однако при проведении некоторого числа повторных опытов теория вероятности и математическая статистика позволяют уточнить результат измерения, то есть найти значение измеряемой величины, более близкое к действительному значению, чем результат одного измерения.

*Промахи* – грубые погрешности, связанные с ошибками оператора или неучтенными внешними воздействиями. Их обычно исключают из результатов измерений.

В зависимости от значения измеряемой величины погрешности средств измерений подразделяются на аддитивные, которые не зависят от значения входной величины  $X$ , и мультипликативные – пропорциональные  $X$ .

*Аддитивная погрешность*  $\Delta_{ad}$  не зависит от чувствительности прибора и является постоянной по величине для всех значений входной величины  $X$  в пределах диапазона измерений. Источники данной погрешности: трение в опорах, шумы, наводки, вибрации. Примерами аддитивной погрешности приборов являются погрешности нуля, погрешность дискретности (квантования) в цифровых приборах. От значения этой погрешности зависит наименьшее значение входной величины. Если прибору присуща только аддитивная погрешность или она существенно превышает другие составляющие, то предел допустимой основной погрешности нормируют в виде приведенной погрешности (2.3).

*Мультипликативная погрешность* зависит от чувствительности прибора и изменяется пропорционально текущему значению входной величины. Источником этой погрешности являются: погрешности регулировки отдельных элементов средства измерений (например, шунта и добавочного резистора), старение элементов, изменение их характеристик, влияние внешних факторов.

Если прибору присуща только мультипликативная погрешность или она существенна, то предел допускаемой относительной погрешности выражают в виде относительной погрешности (2.2). Класс точности таких средств измерений обозначают одним числом, помещенным в кружок и равным пределу допускаемой относительной погрешности.

Суммарная абсолютная погрешность определяется по формуле:

$$\Delta = \Delta_{ad} + \Delta_{ml} = \gamma_{ad} X_N + \gamma_{ml} X \quad (2.5)$$

где  $\gamma_{ad} = \Delta_{ad} / X_N$  – приведенное значение аддитивной погрешности;

$\gamma_M = \Delta_M / X$  — относительное значение мультипликативной погрешности.

Тогда относительная суммарная погрешность определяется по формуле:

$$\delta = \frac{\Delta}{X} = \gamma_{add} \frac{X_N}{X} + \gamma_M = \gamma_M + \gamma_{add} + \gamma_{add} \frac{X_N}{X} - \gamma_{add} = \pm \left[ c + d \left( \left| \frac{X_N}{X} \right| - 1 \right) \right], \quad (2.6)$$

где  $d = \gamma_{add}$ ;  $c = \gamma_{add} + \gamma_M$ .

Для средств измерений, у которых аддитивная и мультипликативная составляющие соизмеримы, предел относительной допускаемой основной погрешности выражается двухчленной формулой (2.6). Обозначение класса точности для них состоит из двух чисел, выражающих  $c$  и  $d$  в процентах и разделенных косой чертой ( $c/d$ ), например класс  $0,02/0,01$ . Такое обозначение удобно, так как первый член уравнения ( $c$ ) равен относительной погрешности средства измерений в наиболее благоприятных условиях, когда  $\frac{X_N}{X} = 1$ . Второй член формулы (2.6) характеризует увеличение относительной погрешности измерения при уменьшении  $X$ , то есть аддитивной составляющей погрешности. К этой группе средств измерений относятся цифровые мосты, компенсаторы с ручным и автоматическим уравниванием. Аддитивная и мультипликативная погрешности имеют систематические и случайные составляющие.

Погрешность средства измерения также может быть нормирована к длине шкалы. В этом случае класс точности (2.3) обозначается одним числом в процентах, помещенным между двумя линиями, расположенными под углом. К ним относятся, в частности, показывающие приборы с резко неравномерной шкалой (например, гиперболической или логарифмической). Конкретные ряды классов точности устанавливаются в стандартах на отдельные виды средств измерений.

В зависимости от влияния характера изменения измеряемой величины погрешности средств измерений подразделяются на статические и динамические.

*Статическая погрешность* — применяется при измерении физической величины неизменной во времени.

*Динамическая погрешность* — возникает при измерении изменяющейся (в процессе измерений) физической величины, является следствием инерционных свойств средства измерений.

## 2.2. Вероятность и ее свойства

Всякий факт, который может произойти или не произойти в результате эксперимента, называется случайным событием. Основной характеристикой любого случайного события величины является *вероятность* их появления, которая трактуется как отношение числа случаев, благоприятствующих появлению данного события (значения величины), к общему числу всех возможных случаев, то есть вероятность  $P(X)$  какого-либо случайного события  $X$  будет

$$P(X) = n_x / N, \quad (2.7)$$

где  $n_x$  – число случаев, благоприятствующих событию  $X$ ;  $N$  – число всех возможных случаев.

Если все  $N$  – число всех возможных случаев «благоприятствуют» появлению события  $X$ , т.е.  $n_x = N$ , то такое событие считается достоверным и его вероятность равна 1 ( $P(X)=1$ ).

Если же во всех  $N$ -случаях нет ни одного, который бы «благоприятствовал» появлению события  $X$ , то есть  $n_x = 0$ , то такое событие считается невозможным и его вероятность равна 0 ( $P(X)=0$ ).

Следовательно, значения вероятностей всех случайных событий лежат в пределах от 0 до 1 ( $0 \leq P(X) \leq 1$ ). Причем событие, вероятность которого близка к нулю, называют практически невозможным, а событие, вероятность которого близка к единице, – практически достоверным.

Определение числа возможных случаев  $n_x$  и  $N$ , а следовательно, и самой вероятности  $P(X)$  может быть точным, основанным на очевидных логических построениях, а может содержать ошибки, когда  $n_x$  и  $N$  определяются по результатам анализа экспериментальных данных.

Нетрудно убедиться, что при однократных измерениях какой-либо величины вероятность получения результата, который равен или больше ее истинного значения, точно соответствует 0,5 (при отсутствии априорной информации о «несимметричности» результатов), поскольку число равновозможных исходов точно равно 2 (либо больше или равен, либо меньше).

С другой стороны, мы можем выполнить  $N$  измерений и определить  $n_n$ , то есть число результатов, значения которых лежат в каком-либо определенном интервале. В этом случае относительная частота  $P(X) = n_n/N$  будет лишь приближенной оценкой истинной вероятности того, что значения всей неограниченной совокупности результатов измерений, проведенных в данных условиях, попадут в этот интервал.

При сохранении неизменными условий испытаний и их многократном повторении относительная частота  $P(X)$  появления события  $X$  приобретает устойчивость и колеблется вблизи истинной вероятности  $P(X)$ . Эта закономерность, которую называют законом больших чисел, позволяет находить достаточно точные оценки  $P(X)$  по результатам статистической обработки данных.

Точный расчет вероятности характеризует приемы, которыми пользуются в теории вероятностей; определение относительной частоты – в математической статистике. Закон больших чисел как бы уравнивает эти приемы, делает их равнозначными.

Основной постулат вероятности, сформулированный Лапласом как соотношение равновероятных случаев, оставаясь всегда справедливым, практически применим лишь для определения *вероятности простых событий*, имеющих один исход (например, результаты измерений попадают в данный интервал значений или выпадает цифра 6 при бросании игральной кости).

В большинстве практических случаев нас интересуют *вероятности сложных событий*, при которых возможно множество различных исходов (например, результаты измерений попадают в различные интервалы значений или при трехкратном бросании игральной кости сумма цифр выпавших очков не менее 12), то есть события, которые состоят из нескольких или множества простых событий. При этом под вероятностью сложного события понимают совокупность (или распределение) вероятностей возможных исходов этого события. Если мы знаем все возможные исходы сложного события и вероятности появления каждого исхода, то есть распределение вероятностей исходов, то в вероятностном смысле мы об этом событии знаем все.

Вычисление вероятностей сложных событий базируется на двух простых теоремах, которые часто называют аксиомами теории вероятностей.

*Теорема сложения вероятностей:* если сложное событие  $Y$  состоит из ряда несовместимых исходов – простых событий  $X_1, \dots, X_n$  – и его осуществление означает появление одного (любого) из этих исходов, то вероятность такого сложного события равна сумме вероятностей исходов, то есть:

$$P(Y) = P(X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_n), \quad (2.8)$$

где знак  $\cup$  соответствует «либо».

Несовместимость исходов при этом означает, что при осуще-

ствлении события два и более исходов одновременно произойти не могут. Когда возможные исходы сложного события образуют полную группу, т.е. при осуществлении этого события какой-либо один из исходов, наверняка, произойдет, то

$$P(Y) = \sum_{i=1}^n P(X_i) = 1. \quad (2.9.)$$

*Теорема умножения вероятностей:* если сложное событие  $Z$  состоит из ряда независимых исходов – простых событий  $X_1, \dots, X_n$  – и его осуществление означает одновременное появление всех исходов, то вероятность такого сложного события равна произведению вероятностей исходов, то есть:

$$P(Z) = H(X_1 \cap X_2 \cap \dots \cap X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i), \quad (2.10)$$

где знак  $\cap$  соответствует «и».

Независимость исходов при этом означает, что осуществление одного из них не влияет на вероятность осуществления остальных.

### 2.3. Аналитическое описание законов распределения случайных погрешностей

Природа и физическая сущность случайных и систематических составляющих погрешности измерений различны. Но практически во всех случаях при оценке как систематических (неисключенных остатков), так и случайных погрешностей, обрабатывают определенный статистический материал, представляющий собой совокупность результатов измерений на основе комплекса определенных статистических правил. Поэтому можно рассматривать и случайные погрешности, и систематические (оценки их неисключенных остатков) в общем случае как случайные величины. При этом природа «случайности» у этих погрешностей различна. Так, у случайных погрешностей она обусловлена комплексом непредсказуемых, случайных причин. «Случайность» оценок систематических погрешностей является результатом незнания или технической невозможности (например, ограниченной точности средств аттестации методик измерений) идеального определения их истинных значений. Однако сути дела это не меняет и вероятностно-статистические модели случайных величин справедливы и для суммарной погрешности измерений, и для ее случайных и неисключенных систематических составляющих.

Теория погрешностей, использующая математический аппарат теории вероятностей, основывается на аналогии между появлением слу-

чайных результатов при многократно повторенных измерениях и случайных событий. Из теории вероятности известно, что для описания случайных величин используют законы ее распределения. Полный набор всех значений (в том числе и совпадающих между собой), которые может принять случайная величина при бесконечном числе испытаний, в статистике принято называть генеральной совокупностью. Проводя эксперимент, получают лишь некоторое число  $n$  этих значений, называемое выборкой объема  $n$ .

Особенность экспериментально полученных значений случайной величины состоит в том, что они оказываются естественно квантованными. Поэтому, даже произведя  $n \rightarrow \infty$  наблюдений, нельзя построить по этим экспериментальным данным плавные кривые функции распределения  $F(x)$  или плотности  $\varphi(x)$ , а получим график лишь в виде столбцов, называемый гистограммой.

Знание вида закона распределения важно при экспериментальном определении размера случайных погрешностей, так как при одних распределениях достаточна выборка, состоящая из 15–20 наблюдений, а при других оказывается недостаточным и 100–150 наблюдений. Выбор вида распределения для каждой из составляющих погрешности нужен и при расчетном суммировании погрешностей при проектировании средств измерений. По признаку симметрии законы распределения подразделяются на симметричные, когда случайные погрешности, равные по значению, но различные по знаку, встречаются одинаково часто, и несимметричные – скошенные. Погрешности, как правило, распределены приблизительно симметрично.

Наиболее универсальной и часто применяемой на практике формой описания законов распределения случайных величин является функция распределения  $F(x_j)$ , которая определяется вероятностью того, что случайная величина  $X$  примет значение, меньшее действительного числа  $x_j$ , то есть:

$$F(x_j) = P(x < x_j). \tag{2.11}$$

Применив теорему сложения вероятностей, нетрудно убедиться, что

$$F(x_j) = P(x < x_j) = P(x_1) + P(x_2) + \dots + P(x_{j-1}) = \sum_{i=1}^{j-1} P(x_i). \tag{2.12}$$

Следовательно, функция распределения представляет собой ряд накопленных вероятностей исходов, из которых складывается интересующее нас событие.

Одно из важнейших свойств функций распределения, объяс-

няющее универсальность и практическую целесообразность их применения, формулируется так: вероятность того, что случайная величина  $X$  принимает значения, лежащие в интервале (включая нижнюю границу) от  $x_i$ , до  $x_j$ , равна разности функций распределения  $F(x_j)$  и  $F(x_i)$ , то есть:

$$P(x_i \leq x < x_j) = F(x_j) - F(x_i). \quad (2.13)$$

Поскольку функция распределения представляет собой сумму положительных чисел (каковыми являются вероятности), то она является функцией неубывающей: если  $x_2 > x_1$ , то  $F(x_2) > F(x_1)$ . Это второе важное свойство функций распределения может быть пояснено весьма просто - чем больше мишень, тем больше вероятность попасть в нее.

До сих пор мы рассматривали прерывные или дискретные случайные величины (случайные события). Например, биномиальное распределение с любой фиксированной величиной  $N$  содержит  $N + 1$  дискретных значений признака, каждое из которых имеет определенную вероятность. Промежуточные значения между этими значениями признака невозможны.

Любое распределение дискретной случайной величины может быть графически изображено столбиковой диаграммой, в которой высота каждого столбика показывает вероятность одного из возможных значений случайной величины.

Случайную величину, которая может принимать любые сколь угодно мало отличающиеся друг от друга значения, называют непрерывной случайной величиной. Основным признаком непрерывной случайной величины является то, что вероятность любого частного значения этой величины равна нулю. Это нетрудно доказать, воспользовавшись первым свойством функций распределения.

Допустим, что  $x_j = x_i + \delta$ , тогда  $P(x_i \leq x < x_j) = F(x_i + \delta) - F(x_i)$ .

Если  $\delta \rightarrow 0$ , то и  $\{F(x_i + \delta) - F(x_i)\} \rightarrow 0$ .

Следовательно, для непрерывной случайной величины  $P(x = x_i) = 0$ .

Приведенные соображения показывают, что для непрерывных случайных величин нужно рассматривать вероятности не их отдельных значений, а лишь вероятности попадания значений в тот или иной интервал.

В общем случае, значения непрерывной случайной величины могут быть неограниченны.

Тогда  $F(-\infty) = P(x < -\infty) = 0$  как вероятность невозможного события и  $F(+\infty) = P(x < +\infty) = 1$  как вероятность достоверного события.

Естественно, функции распределения непрерывных случайных

величин сами являются непрерывными дифференцируемыми функциями. Вследствие этого для описания распределения непрерывных случайных величин часто пользуются первой производной функции распределения  $F'(x)$ , которую называют плотностью распределения. Это связано с тем, что производную функции распределения  $\varphi(x) = dF(x)/dx$  статистически (экспериментально) значительно проще определить, чем саму функцию распределения.

Статистически плотность распределения характеризуется относительной частотой значений случайной величины, попадающих в достаточно узкий интервал, в то время как функция распределения – накопленными относительными частотами в достаточно широком интервале, начинающемся с нижней границы значений случайной величины.

Если интервалы (диапазоны), в которые попадают значения погрешности, по каким-либо причинам выбираются неодинаковыми, то каждая соответствующая данному интервалу частота  $p_i$  делится при построении гистограммы на его длину. Число интервалов выбирается обычно не слишком малым (более 6) и не слишком большим (менее 14), с тем чтобы можно было бы достаточно надежно обнаружить характерные черты распределения.

Для удобства дальнейшего использования (например, при вычислениях интервальных оценок погрешностей) эмпирическую плотность распределения, представленную гистограммой, аппроксимируют непрерывной аналитической функцией. Как правило, при этом для аппроксимации стараются подобрать аналитические выражения, характерные для определенных теоретических (вероятностных) распределений.

Одним из наиболее часто употребляемых в метрологической практике теоретических законов является *нормальный закон распределения погрешностей измерений*, обладающий следующими вероятностными свойствами:

1) вероятность появления малых относительно среднего значения отклонений погрешности больше вероятности появления больших отклонений;

2) равные по абсолютному значению, но противоположные по знаку отклонения погрешности от среднего значения встречаются одинаково часто.

Первое из этих свойств позволяет утверждать, что плотность распределения погрешностей – убывающая функция числового значения их отклонений от математического ожидания.

Второе – что эта функция должна быть четной по отношению к числовому значению отклонений, так как переменна знака отклонения не

должна влиять на плотность распределения.

Формула, определяющая теоретическую плотность вероятности погрешности измерения  $\varphi_n(\Delta)$ , распределенной по нормальному закону, имеет вид

$$\varphi_n(\Delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta - m)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.14)$$

где  $m$  – математическое ожидание;  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение погрешности;  $e \approx 2,71$  – основание натуральных логарифмов.

Формула (2.14) может быть получена из модели биномиального распределения вероятностей при неограниченном возрастании значений признака  $N$ .

Графики плотности нормального распределения при различных значениях приведены на рис. 2.1. Как видно из этих графиков, чем меньше  $\sigma$ , тем круче кривая плотности падает к оси  $\Delta$  и тем она острее вершиннее.

Нормальное распределение одномодально и симметрично относительно математического ожидания  $m$ .

Функция нормального распределения погрешности

$$F(\Delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\Delta} e^{-\frac{(t - m)^2}{2\sigma^2}} dt. \quad (2.15)$$

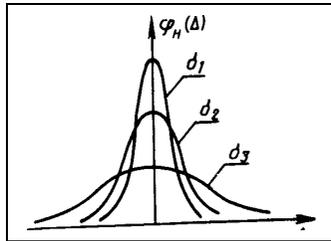


Рис. 2.1. График плотности нормального распределения погрешности измерений;  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$

Воспользовавшись свойствами функций распределения, мы можем определить вероятности различных отклонений погрешности от математического ожидания. Для общности выводов удобно выражать эти отклонения в долях среднего квадратического отклонения, то есть ис-

вать вероятности появления различных значений величины  $y = \frac{l \cdot m}{t}$ .

Тогда

$$P\{-k \leq y < k\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-k}^k e^{-y^2/2} dy = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^k e^{-y^2/2} dy. \quad (2.16)$$

Величина  $\frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^k e^{-y^2/2} dy$ , стоящая в правой части уравнения (2.16), называется нормированной функцией Лапласа и характеризует собой площадь, ограниченную плотностью нормального распределения в промежутке от  $-k$  до  $+k$ .

В таблице 2.1 (прил.) приведены некоторые значения функции Лапласа  $[\Phi(k); P]$  для различных коэффициентов (квантилей)  $\lambda_p$ . Данные, приведенные в таблице, позволяют найти ответы на все вопросы в отношении распределения отклонений погрешности от ее математического ожидания.

Естественно, все эти заключения, как и сами зависимости, являются справедливыми лишь для теоретического нормального закона распределения погрешностей, которым на практике пользуются лишь при большом (более 30) числе результатов измерений. При конечном числе измерений пользуются распределением и таблицами Стьюдента (прил., табл. 2.2).

Нормальный закон реализуется в тех случаях, когда погрешность измерений обуславливается большим числом случайных факторов (более 4), каждый из которых вносит свою приблизительно одинаковую с другими долю в общую погрешность. При этом законы распределения составляющих погрешностей значения не имеют.

Это следствие из широко применяемой в теории погрешностей «центральной предельной» теоремы позволяет иногда принимать нормальное распределение для погрешностей измерений без проведения статистических исследований (построения гистограмм и пр.), а лишь на основании анализа источников и причин формирования их (погрешностей) частных составляющих.

Другим широко используемым законом распределения погрешностей является закон *равномерной плотности*. Характерная особенность равномерного распределения состоит в том, что появление (при данном распределении) любого значения погрешности в интервале ее возможных значений от  $\Delta_{min}$  до  $\Delta_{max}$  может произойти с одинаковой вероятностью.

График равномерного распределения погрешности приведен на рис. 2.2.

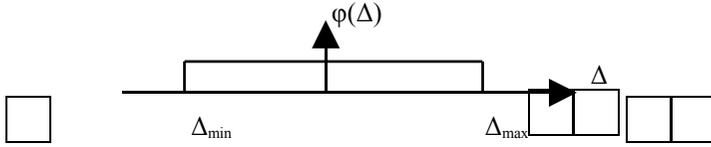


Рис. 2.2. График плотности равномерного распределения погрешности измерений

Теоретическая плотность вероятности при этом задается формулой

$$\varphi_p(\Delta) = 0 \text{ при } \Delta < \Delta_{\min};$$

$$\varphi_p(\Delta) = \frac{1}{\Delta_{\max} - \Delta_{\min}} \text{ при } \Delta_{\min} \leq \Delta < \Delta_{\max}; \quad (2.17)$$

$$\varphi_p(\Delta) = 0 \text{ при } \Delta \geq \Delta_{\max}.$$

и функция распределения (то есть вероятность попадания значений погрешности в интервал от  $\Delta_{\min}$  до  $\Delta_{\max}$ )

$$F_p(\Delta) = \int_{\Delta_{\min}}^{\Delta} \varphi_p(\Delta) d\Delta = 0 \text{ при } \Delta \leq \Delta_{\min};$$

$$F_p(\Delta) = \int_{\Delta_{\min}}^{\Delta} \varphi_p(\Delta) d\Delta = \frac{\Delta - \Delta_{\min}}{\Delta_{\max} - \Delta_{\min}} \text{ при } \Delta_{\min} < \Delta < \Delta_{\max}; \quad (2.18)$$

$$F_p(\Delta) = \int_{\Delta_{\min}}^{\Delta} \varphi_p(\Delta) d\Delta = 1 \text{ при } \Delta \geq \Delta_{\max}.$$

При симметричных границах возможных значений ( $\Delta_{\min} = -\Delta_{\max} = |\Delta_p|$ )

$$\varphi_p(\Delta) = \frac{1}{2|\Delta_p|} (-|\Delta_p| \leq \Delta < |\Delta_p|) \quad (2.19)$$

и

$$F_p(\Delta) = \frac{\Delta + |\Delta_p|}{2|\Delta_p|} (-|\Delta_p| < \Delta \leq |\Delta_p|). \quad (2.20)$$

Равномерное распределение, как правило, используют в тех случаях, когда заданы лишь границы допускаемых значений погрешности, неизвестно действительное распределение погрешности в пределах этих границ и требуется определить ее среднее квадратическое отклонение. Это обуславливается тем, что оценка среднего квадратического отклонения погрешности в предположении равномерного распределения имеет

максимальное (по сравнению с другими законами распределения) значение, то есть за незнание мы платим точностным запасом.

Следует помнить, что когда речь идет о погрешности, имеются в виду и ее составляющие – случайная и систематическая.

Погрешность, получаемая суммированием двух составляющих, каждая из которых подчинена закону равномерной плотности с одинаковым основанием, имеет треугольное (Симпсона) распределение (рис. 2.3).

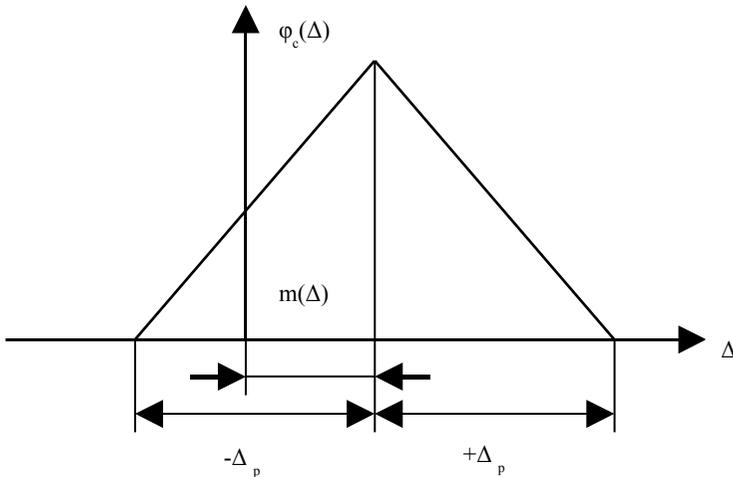


Рис. 2.3. График плотности треугольного распределения (Симпсона) погрешности измерений

Треугольное распределение характерно для погрешностей измерений, основанных на счете импульсов определенной стабилизированной частоты (например, для измерений скорости вращения ротора турбин с помощью частотомеров).

Теоретическая плотность этого распределения описывается выражением:

$$\begin{aligned} & \varphi_c(\Delta) = 0 \quad \text{при } \Delta < m - |\Delta_p| \\ & \varphi_i(\Delta) = \frac{|\Delta_p| + \Delta - m}{\Delta_p^2} \quad \text{при } m(\Delta) - |\Delta_p| \leq \Delta \leq m; \\ & \varphi_i(\Delta) = \frac{|\Delta_p| + \Delta + m}{\Delta_p^2} \quad \text{при } m(\Delta) \leq \Delta \leq m + |\Delta_p|; \end{aligned}$$

$$\boxed{\varphi_c(\Delta) = 0} \text{ при } \Delta > m + |\Delta_p|, \quad (2.21)$$

и функция распределения

$$F_c(\Delta) = \begin{cases} 0 & \text{при } \Delta < m - |\Delta_p|; \\ \frac{(\Delta + |\Delta_p|) - m}{2\Delta_p^2} & \text{при } m - |\Delta_p| \leq \Delta \leq m; \\ 1 - \frac{(\Delta_p + m - \Delta)^2}{2\Delta_p^2} & \text{при } m(\Delta) \leq \Delta \leq m + |\Delta_p|; \\ 1 & \text{при } \Delta > m + |\Delta_p|. \end{cases} \quad (2.22)$$

По существу, знание закона распределения необходимо лишь для расчетов интервальных показателей точности измерений – интервалов, в которых с заданной вероятностью находятся все частные реализации погрешности измерений или ее систематической и случайной составляющих.

Однако, во-первых, точные теоретические распределения (некоторые виды которых были рассмотрены выше) на практике никогда не реализуются, поскольку не реализуются условия, необходимые для формирования точных вероятностных моделей. Действительно, невозможно представить себе погрешность, изменяющуюся от  $-\infty$  до  $+\infty$  (что характерно для теоретического нормального распределения), разве что – относительную погрешность в нерабочей нулевой точке шкалы прибора. Таким образом, любое распределение погрешности измерений всегда «усечено», и уровень усечения, как правило, никогда не известен.

Во-вторых, эмпирический подбор приемлемого для данной определенной статистики вида распределения, основанный на анализе гистограмм и использовании специальных статистических критериев, весьма неточен. Это обуславливается и тем, что ни один из известных и применяемых критериев не позволяет надежно идентифицировать эмпирические распределения (достоверно указать, к какому теоретическому виду их отнести), а также ограниченностью статистических данных.

Последнюю причину иногда удается устранить введением соответствующих коррективов. Так, для интервальных оценок погрешности по малому ( $n < 30$ ) числу результатов измерений вместо квантилей нормального распределения используют квантили статистического распределения  $t_{np}$  Стьюдента (см. прил., табл. 2.2), характерного для малой выборки из нормальной совокупности (при неизвестных  $m$  и  $\sigma$ ).

Однако, для того чтобы воспользоваться этой таблицей, необходимо быть уверенным, что вся возможная совокупность результатов измерений, проведенных в данных условиях, имеет теоретическое нормальное распределение.

И, наконец, в-третьих, законы распределения не остаются постоянными, а меняются в зависимости от условий измерений и времени.

Все это приводит к выводу, что оценивание реальных законов распределения погрешностей измерений имеет смысл для измерений, проводимых на эталонном уровне, то есть при жесткой стабилизации условий, контроле над постоянством работы средств измерений и процесса проведения измерения (воспроизведения). Для технических же измерений единственный путь избавиться от вопроса – два, три, два с половиной средних квадратических отклонения уложить в пределы допускаемых значений – это принять некий средний для практически возможных распределений закон и по нему рассчитывать квантили, необходимые для интервальных оценок погрешности.

#### **2.4. Числовые вероятностные характеристики случайных погрешностей**

В результате измерения получают значение измеряемой величины в виде числа в принятых единицах величины. Погрешность измерения тоже удобно выражать в виде числа. Однако погрешность измерения является случайной величиной, исчерпывающим описанием которой может быть только закон распределения. Из теории вероятностей известно, что закон распределения можно охарактеризовать числовыми характеристиками (неслучайными числами), которые и используются для количественной оценки погрешности. Если оценка реальных законов распределения погрешностей измерений (и «подгонка» их под определенные теоретические модели) является весьма ограниченной задачей в практике технических измерений, то оценка точечных характеристик погрешностей выполняется всегда.

Основными *точечными* (числовыми) *характеристиками погрешностей измерений*, которые оцениваются расчетным путем (до проведения измерений) по характеристикам используемых методов и средств измерений или по результатам измерений (после осуществления измерительного процесса), являются математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение погрешности.

*Математическое ожидание погрешности  $m(\Delta)$*  измерений есть неслучайная величина, характеризующая центр распределения значений случайной погрешности, относительно которого рассеиваются другие значения погрешностей при повторных измерениях.

Математическое ожидание характеризует систематическую со-

ставляющую погрешности измерения. Как числовая характеристика погрешности математическое ожидание показывает на смещенность результатов измерения относительно истинного значения измеряемой величины. Математическое ожидание соответствует вероятному результату отбора из точно определенной совокупности, то есть это то значение погрешности, которое мы с наибольшей вероятностью можем ожидать при каждом измерении на основании принятой вероятностной модели распределения всей возможной совокупности их результатов.

Если теоретический закон распределения для совокупности результатов (погрешностей) наблюдений известен, то математическое ожидание  $m(\Delta)$  соответствует среднему взвешенному по вероятностям значению погрешности. Тогда для дискретных погрешностей (например, погрешностей квантования)

$$m = \sum_{i=1}^N \Delta_i * P[\Delta_i], \quad (2.23)$$

где  $\Delta_i$  – частное значение (реализация) погрешности;  $P[\Delta_i]$  – соответствующая этому значению вероятность, а для непрерывных

$$m = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta (\varphi)(\Delta) d\Delta, \quad (2.24)$$

где  $\varphi(\Delta)$  – плотность распределения погрешности  $\Delta$ .

Если непрерывная погрешность распределена в каком-либо ограниченном интервале значений  $\Delta_{min} \dots \Delta_{max}$ , то

$$m = \int_{\Delta_{min}}^{\Delta_{max}} \Delta (\varphi)(\Delta) d\Delta. \quad (2.25)$$

Например, для равномерного распределения, имеющего плотность

$$\varphi_p(\Delta) = \frac{1}{\Delta_{max} - \Delta_{min}},$$

$$m_p = \frac{1}{\Delta_{max} - \Delta_{min}} \int_{\Delta_{min}}^{\Delta_{max}} \Delta d\Delta = \frac{\Delta_{max} + \Delta_{min}}{2}. \quad (2.26)$$

По существу, математическое ожидание погрешности представляет собой ее постоянную систематическую часть, которую можно исключить введением поправки  $a = -m$ .

Однако поскольку мы никогда не располагаем исчерпывающими данными о точном теоретическом ожидании распределения погрешностей, то вместо математического ожидания на практике мы вынуждены пользоваться его статистическими оценками. Наилучшей статистической оценкой математического ожидания погрешности (и любой случайной величины)

является среднее арифметическое значение полученных в процессе измерений ее (погрешности) частных реализаций, т.е.

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i. \quad (2.27)$$

В связи с ограниченностью числа ( $n$ ) данных и неточностями экспериментального определения  $\Delta_i$ , величина  $\bar{\Delta}$  случайным образом колеблется относительно математического ожидания  $m$ . Лишь при отсутствии погрешностей экспериментального определения  $\Delta_i$  и  $\bar{\Delta} = m$ , а  $\bar{\Delta} \rightarrow m$ .

Естественно, величина  $\bar{\Delta}$ , являясь статистической оценкой  $m$ , является и статистической оценкой систематической составляющей погрешности измерений, которую можно скомпенсировать (не исключить, как в случае с  $m$ , а только скомпенсировать) введением поправки  $\Delta' = -\bar{\Delta}$ . При этом разность  $[\bar{\Delta} - m]$  будет характеризовать неисключенные остатки ( $\Delta_{\text{СНО}}$ ) систематической погрешности измерений.

Поскольку  $\bar{\Delta}$  является случайной величиной, то и  $\Delta_{\text{СНО}} = \bar{\Delta} - m$  – случайная величина, характеризуемая в общем случае своим законом распределения, своими интервальными и точечными показателями. Этим и объясняется подход к систематическим погрешностям, как и случайным величинам.

Рассмотрим некоторые свойства математического ожидания, широко применяемые в теории погрешностей. Аналогичные свойства присущи и статистическим оценкам математического ожидания – средним арифметическим значениям.

Математическое ожидание постоянной величины  $C$  равняется этой величине, то есть

$$m[C] = C. \quad (2.28)$$

Математическое ожидание случайной функции  $y$ , равной произведению случайной величины  $x$  на постоянный коэффициент  $C$ ,

$$m[y] = Cm[x]. \quad (2.29)$$

Если функция  $y$  равна сумме случайных величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ,

то 
$$m[y] = \sum_{i=1}^n m[x_i] \quad (2.30)$$

свойство аддитивности математических ожиданий.

Для функции  $y = x_1 * x_2 * \dots * x_n$

$$m[y] = \left[ \prod_{i=1}^n m[x_i] \right] - \quad (2.31)$$

свойство мультипликативности.

В общем случае, если  $y = f(x_1, \dots, x_n)$ , то  $m[y] = f(m[x_1], \dots, m[x_n])$ .

Все рассмотренные свойства выводятся алгебраически на основе понятия о среднем арифметическом значении как о статистической оценке математического ожидания случайной величины.

Точечными характеристиками случайной части (составляющей) погрешности  $\left[ \overset{\circ}{\Delta} = \Delta - \bar{\Delta} \right]$  являются дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

*Дисперсия погрешности* характеризует степень рассеивания (разброса) отдельных значений погрешности относительно математического ожидания. Чем меньше дисперсия, тем меньше разброс, тем точнее выполнены измерения. Следовательно, дисперсия может служить характеристикой точности проведенных измерений.

Теоретически дисперсия  $D \left[ \overset{\circ}{\Delta} \right]$  определяется как средневзвешенная по вероятностям сумма квадратов отклонений погрешности (случайной величины) от ее математического ожидания:

- для дискретных погрешностей –

$$D \left[ \overset{\circ}{\Delta} \right] = \sum_{i=1}^N (\Delta_i - m)^2 P[\Delta_i], \quad (2.32)$$

- для непрерывных –

$$D \left[ \overset{\circ}{\Delta} \right] = \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta - m)^2 \varphi(\Delta) d\Delta. \quad (2.33)$$

Например, для равномерного распределения погрешностей на основании формул (2.26) и (2.33)

$$D_p \left[ \overset{\circ}{\Delta} \right] = \frac{1}{\Delta_{\max} - \Delta_{\min}} \int_{\Delta_{\min}}^{\Delta_{\max}} \left( \Delta - \frac{\Delta_{\max} + \Delta_{\min}}{2} \right)^2 d\Delta = \frac{(\Delta_{\max} - \Delta_{\min})^2}{12}. \quad (2.34)$$

Дисперсия постоянной величины  $C$  равна нулю.

Дисперсия случайной функции  $y = Cx$  равна

$$D[y] = C^2 D[x]. \quad (2.35)$$

Дисперсия случайной функции, равной сумме независимых случайных величин

$$D[y = x_1 + \dots + x_n] = \sum_{i=1}^n D[x_i] \quad (2.36)$$

Дисперсия суммы зависимых случайных величин

$$D = \left[ \sum_{i=1}^n x_i \right] = \sum_{i=1}^n D[x_i] + 2 \sum_{i < j} K_{ij} \quad (2.37)$$

где  $K_{ij}$  – корреляционный момент величин  $x_i, x_j$ , характеризующий «тесноту» их связи (влияние изменений значений одной из них на значения другой); знак  $i < j$  под суммой означает, что суммирование распространяется на все возможные попарные сочетания случайных величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Дисперсия произведения независимых величин

$$D[x * y] = D[x] * D[y] + m^2 [x] D[y] + m^2 [y] D[x] \quad (2.38)$$

Для независимых центрированных величин

$$D \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ x^* & y \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} 0 \\ x \end{bmatrix} D \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

И наконец, дисперсия любой произвольной функции  $F(x_1, \dots, x_n)$  случайных величин  $x_1, \dots, x_n$  с достаточным для практики приближением (обусловленным представлением функции  $F$  линейными членами ряда Тейлора) выражается как

$$D[F(x_1, \dots, x_n)] = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_0^2 D[x_i] \quad (2.40)$$

где  $\left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_0$  – частные производные функции  $F$  по соответствующим аргументам при всех  $x_i$  равных  $m(x_i)$ .

Все указанные свойства теоретических дисперсий, широко используемые в метрологической практике, в полной мере относятся и к их (дисперсии) статистическим оценкам.

При этом статистической оценкой дисперсии центрированных погрешностей является

$$\tilde{D} \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \end{bmatrix} = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2}{n - 1} \quad (2.41)$$

Размерность дисперсии и ее выборочной оценки соответствует квадрату размерности случайной величины, дисперсию которой мы определяем. Поэтому для удобства практических расчетов в качестве характеристики рассеяния погрешности принимают ее *среднее квадратическое отклонение*

$\sqrt{\tilde{D} \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \end{bmatrix}}$ , равное положительному значению квадратно-

го корня из дисперсии и выражаемое в единицах погрешности, то есть:

$$\sigma \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \end{bmatrix} = + \sqrt{D \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \end{bmatrix}}. \quad (2.42)$$

Соответственно и статистическая оценка среднего квадратического отклонения равна

$$\tilde{\sigma} \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \end{bmatrix} = \sqrt{\tilde{D} \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \end{bmatrix}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2}{n-1}}. \quad (2.43)$$

Следует отметить, что, определяя по данным выборки характеристики закона распределения, получают не истинные значения дисперсии  $D$  и среднего квадратического отклонения  $\sigma$  (характерные для всей генеральной совокупности), а только некоторые, случайно отклоняющиеся от истинных значений  $D^*$ ,  $\sigma^*$ , называемые в статистике оценками этих характеристик.

Иногда при анализе эмпирических распределений пользуются понятиями моды и медианы распределения.

*Модой* называется наиболее вероятное значение случайной величины, соответствующее наибольшей плотности распределения. По числу максимумов в кривой распределения (по числу мод) законы распределения погрешностей подразделяются на безмодальные (не имеющие мод), одно-, двух- и полимодальные.

В ряде практических случаев оценка моды полезна тем, что она привлекает наше внимание к ошибке, которую иначе можно было бы проглядеть.

Большинство распределений погрешностей, когда они основаны на достаточно большом числе наблюдений, одномодальны, то есть имеют одно значение вероятности (или плотности), превышающее все остальные. Однако случается, что распределение погрешности бимодально или полимодально, т.е. имеет два или более сравнительно высоких значений вероятности (или плотности), разделенных полосой заметно меньших значений. Это означает, что имеется сильное неслучайное влияние. И прежде, чем приступить к обработке данных, источники этого влияния необходимо выявить и само влияние исключить.

Для определения срединного значения несимметричных распределений пользуются понятием медианы.

*Медианой* погрешности  $\Delta$  называется такое ее значение  $\Delta_M$ , для

которого функция распределения  $F(\Delta_{м}) = \frac{1}{2}$ , то есть вероятность значений, меньших медианы, равна вероятности значений, больших медианы. Для симметричных распределений погрешностей медиана совпадает с их математическим ожиданием. Это обстоятельство служит иногда для проверки симметричности распределений.

## 2.5. Доверительные интервалы и доверительные вероятности

Как бы тщательно не производился отбор и каким бы большим количеством данных мы не располагали, оценки всегда будут содержать ошибки, то есть всегда будут лишь более или менее точным приближением действительных характеристик всей неограниченно большой совокупности.

Обычно при проведении измерений стремятся получить результат измерения с погрешностью, не превышающей допустимое значение.

Знание только среднего квадратического отклонения не позволяет найти максимальную погрешность, которая может встретиться при измерениях, что свидетельствует об ограниченных возможностях такой числовой характеристики погрешности, как  $\sigma$ . Более того, при разных условиях измерений, когда законы распределения погрешностей могут отличаться друг от друга, погрешность с меньшей дисперсией может принимать большие значения.

Максимальные значения погрешности зависят не только от  $\sigma$ , но от вида закона распределения. Чем больше выборка  $n$  и чем точнее определена функция распределения измеряемой величины, тем точнее с помощью среднего арифметического значения  $\bar{X}$  оценивается истинное значение измеряемой величины, а с помощью среднего квадратического отклонения – разброс измеренных значений, что может характеризовать качество измерений.

Когда распределение погрешности теоретически неограниченно, например, при нормальном законе распределения, погрешность может быть любой по значению. В этом случае можно лишь говорить об интервале, за границы которого погрешность не выйдет с некоторой вероятностью.

Этот интервал называют доверительным интервалом, а характеризующую его вероятность – доверительной вероятностью, границы этого интервала – доверительными значениями погрешности (рис. 1.9).

Величина  $X_{ист}$  не случайна, но случаен интервал  $(\bar{X} - \Delta; \bar{X} + \Delta)$ , так как положение центра интервала в точке  $\bar{X}$  является случайным. Таким образом, доверительная вероятность  $P$  есть вероятность того, что истинное значение измеряемой величины попадает в доверительный интервал со случайными границами.

В практике измерений применяют различные значения доверительной вероятности, например: 0,90; 0,95; 0,98; 0,99; 0,9973; 0,999.

Доверительный интервал и доверительную вероятность выбирают в зависимости от конкретных условий измерений.

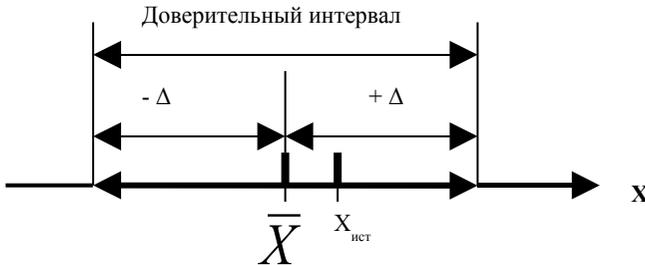


Рис. 2.4. Изображение доверительного интервала

Так, при нормальном законе распределения случайных погрешностей со средним квадратическим отклонением  $\sigma(\Delta_{сн})$  часто пользуются доверительным интервалом от  $+3 \sigma(\Delta_{сн})$  до  $-3 \sigma(\Delta_{сн})$ , для которого доверительная вероятность равна 0,9973. Такая доверительная вероятность означает, что в среднем из 370 случайных погрешностей только одна по абсолютному значению будет больше  $3\sigma$ .

Поскольку на практике число отдельных измерений редко превышает несколько десятков, появление даже одной случайной погрешности, большей, чем  $3\sigma$ , маловероятное событие, наличие же двух подобных погрешностей почти невозможно.

Это позволяет с достаточным основанием утверждать, что все возможные случайные погрешности измерения, распределенные по нормальному закону, практически не превышают по абсолютному значению  $3\sigma$  – правило трех сигм.

В соответствии с ГОСТ 8.011-72 доверительный интервал является одной из основных характеристик точности измерений. Одну из форм представления результата измерения этот стандарт устанавливает в интервально-вероятностном виде:

$$\boxed{x_i \pm \Delta x_i} \text{ от } \boxed{\mu} \text{ до } \boxed{\pm 1.5 \sigma} P, \quad (2.44)$$

где  $X$  – результат измерения в единицах измеряемой величины;  $\boxed{\Delta x_i, \Delta x_{i-1}, \Delta x_{i+1}}$  – соответственно, погрешность измерения с нижней и верхней ее границами, в тех же единицах;  $P$  – вероятность, с которой погрешность измерения находится в этих границах.

## 2.6. Систематические погрешности измерений

Систематические погрешности измерения остаются постоянными или закономерно изменяются при повторных измерениях одной и той же величины. Правильность измерений определяется как качество измерений, отражающее близость к нулю систематической составляющей погрешности результата измерения.

*Систематические погрешности* устойчиво искажают результаты измерений, поэтому анализ возможных причин появления погрешности, способы обнаружения и устранения их влияния на результат измерения являются основными задачами каждого точного измерения.

*Постоянные систематические погрешности* возникают при неправильной установке начала отсчета, неправильной градуировке шкалы прибора, неточной подгонке значения меры и др.

*Переменные систематические погрешности* делят на: прогрессирующие и периодические.

*Прогрессирующие погрешности* в процессе измерения монотонно возрастают или убывают в функции времени или внешних влияющих величин. Убывающие погрешности возникают, например, при падении напряжения источника питания в омметре.

*Периодические погрешности* изменяются с определенным периодом, например, в приборах с круговой шкалой, если ось вращения указателя не совпадает с осью шкалы. Систематические погрешности могут изменяться по сложному непериодическому закону.

Если удастся обнаружить систематическую погрешность и устранить ее, то результаты наблюдений называют исправленными. Неисправленными результатами измерений называются результаты, полученные при наличии систематических погрешностей и, в отличие от исправленных, обозначаются со штрихами (например,  $\boxed{x'_i, x'_i}$  и т. д.).

Если выполнить  $n$  измерений при наличии систематической погрешности, то неисправленный результат измерений

$$\boxed{x'_i = \bar{x} + \Delta_i + \Delta_c}; \quad (2.45)$$

среднее арифметическое значение

$$\bar{x}' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x'_i = \bar{x} + \sum_{i=1}^n \Delta_i^0 / n + \Delta_c \quad (2.46)$$

С ростом  $n$  случайная составляющая погрешности уменьшается, а систематическая остается неизменной. Общую систематическую погрешность определяют суммированием отдельных ее составляющих.

Математическое ожидание неисправленного результата измерений не совпадает с истинным значением  $X$  измеряемой величины и отличается от него на значение  $\Delta_c$ :

$$x = M[\bar{x}'] - \Delta_c \quad (2.47)$$

Случайные отклонения результатов отдельных измерений

$$\Delta'_i = x_i - \bar{x} \quad (2.48)$$

Если неисправленные отклонения результатов измерений резко изменяются при изменении условий измерений, то данные результаты содержат постоянную систематическую погрешность, зависящую от условий измерений. При прогрессирующей систематической погрешности в последовательности неисправленных отклонений результатов измерений обнаруживается тенденция к возрастанию или убыванию. Если знаки неисправленных отклонений результатов измерений чередуются « + » и « - », то данные результаты содержат периодическую погрешность.

Для того чтобы количественно оценить систематическую погрешность, проводят дополнительные исследования, специфичные для каждого конкретного измерения. Надежной методикой, дающей правильный результат при оценке систематической погрешности, можно считать измерение искомой величины несколькими и принципиально независимыми один от другого способами, основанными на разных физических явлениях, и сравнение этих результатов.

Для исключения постоянных систематических погрешностей можно использовать такие методы, как замещения, противопоставления и компенсации погрешности по знаку.

*Метод замещения* является разновидностью метода сравнения. Измеряемый объект заменяется эталонной мерой, при этом никаких изменений в состоянии и действии всех используемых средств измерений не происходит.

*Метод противопоставления* является также разновидностью метода сравнения. Измерение выполняется с двумя наблюдениями, проводимыми таким образом, чтобы причина постоянной систематической погрешности оказывала разные, но известные по закономерности воздействия на результаты измерений.

*Метод компенсации* погрешности по знаку предусматривает измерение с двумя наблюдениями так, чтобы постоянная систематическая погрешность в результат каждого из них входила с разным знаком. Тогда полусумма их результатов будет свободна от систематической погрешности.

Систематические погрешности с известными значениями и знаками можно исключить после проведения измерений при обработке их результатов. В неисправленные результаты измерений  $x$  вводят поправку  $A$ , равную по значению, но обратную по знаку систематической погрешности, или эти результаты умножают на поправочные множители  $k$ :

$$x - x' + A \quad \text{или} \quad x - x'k \quad (2.49)$$

Числовые значения  $k$  определяются по данным оценок соответствующих систематических погрешностей. Результаты измерений при этом будут исправленными.

Введением поправки устраняется влияние только одной вполне определенной систематической погрешности, поэтому в результаты измерений часто приходится вводить очень большое число поправок.

## 2.7. Правила суммирования случайных и систематических погрешностей

Погрешность сложных измерительных приборов зависит от погрешностей отдельных его узлов (блоков). Погрешности суммируются по определенным правилам.

Например, измерительный прибор состоит из  $m$  блоков, каждый из которых обладает независимыми друг от друга случайными погрешностями. При этом абсолютные значения средних квадратических  $\sigma_i$  или максимальных  $M_{i\max}$  погрешностей каждого блока известны. Арифметическое суммирование  $\sum_{i=1}^m x_i$  или  $\sum_{i=1}^m \Delta_{i\max}$  дает максимальную погрешность прибора, которая имеет ничтожно малую вероятность и поэтому редко используется для оценки точности работы прибора в целом. Согласно теории погрешностей результирующая погрешность  $\sigma_{рез}$  и  $M_{рез}$  определяется сложением по квадратическому закону:

$$\sigma_{рез} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2} \quad \text{или} \quad M_{рез} = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^m M_i^2} \quad (2.50)$$

Аналогично определяется и результирующая относительная погрешность измерения:

$$\delta_{рез} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \delta_i^2}. \quad (2.51)$$

Уравнение (2.51) можно использовать для допустимых погрешностей отдельных блоков разрабатываемых приборов с заданной погрешностью измерения.

При конструировании прибора обычно задаются равными погрешностями для отдельных входящих в него блоков. Если существует несколько источников погрешностей, которые на конечный результат измерения влияют неодинаково (или прибор состоит из нескольких блоков с разными погрешностями), в формулу (2.51) следует ввести весовые коэффициенты  $k_i$

$$\delta_{рез} = \sqrt{(k_1 \delta_1)^2 + (k_2 \delta_2)^2 + \dots + (k_m \delta_m)^2}, \quad (2.52)$$

где  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$  – относительные погрешности отдельных узлов (блоков) измерительного прибора;  $k_1, k_2, \dots, k_m$  – коэффициенты, учитывающие степень влияния случайной погрешности данного блока на результат измерения.

При наличии у измерительного прибора (или его блоков) также и систематических погрешностей общая погрешность определяется их суммой:

$$\delta_{общ} = \sum \delta_{с(и)} + \sqrt{\sum \delta_i^2}, \quad (2.53)$$

где  $\delta_{с(и)}$  – систематическая погрешность от воздействия на  $i$ -й блок  $\mu$ -го фактора;  $\delta_i$  – случайные погрешности для  $i$ -го блока.

Суммирование погрешностей, имеющих взаимную корреляционную связь, основано на следующем положении теории вероятностей: дисперсия суммы двух коррелированных случайных величин, характеризующихся дисперсиями  $\delta_1^2$  и  $\delta_2^2$  и коэффициентом корреляции  $r_{12}$ , определяется выражением:

$$\delta_{\Sigma} = \delta_1^2 + 2r_{12} \delta_1 \delta_2 + \delta_2^2. \quad (2.54)$$

Из этого следует, что средняя квадратическая результирующая погрешность вычисляется по формуле:

$$\delta_{\Sigma} = \sqrt{\delta_1^2 + 2r_{12} \delta_1 \delta_2 + \delta_2^2}. \quad (2.55)$$

На практике обычно пользуются двумя крайними случаями формулы (2.55): при  $r_{12} = \pm 1$ , когда составляющие погрешности суммируются алгебраически  $\delta_{\Sigma} = \sqrt{\delta_1^2 + 2r_{12} \delta_1 \delta_2 + \delta_2^2} = \delta_1 + \delta_2$ , и при  $r_{12} = 0$ , когда

погрешности суммируются геометрически  $\delta_x = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2}$ . Такой подход справедлив и для большего числа составляющих.

При оценке влияния погрешностей следует учитывать, что точность измерений в основном зависит от погрешностей, больших по абсолютной величине, а некоторые наименьшие погрешности можно вообще не учитывать. Частная погрешность оценивается на основании так называемого критерия ничтожной погрешности, который заключается в следующем.

Допустим, что суммарная погрешность  $\delta_x$  определена по формуле (2.51) с учетом всех  $m$  частных погрешностей, среди которых некоторая погрешность  $\delta_i$  имеет малое значение. Если суммарная погрешность  $\delta_x$ , вычисленная без учета погрешности  $\delta_i$ , отличается от  $\delta_x$  не более чем на 5%, то есть  $\delta_{\text{рез}} - \delta'_{\text{рез}} < 0,05\delta'_{\text{рез}}$ , или  $0,95\delta_{\text{рез}} < \delta'_{\text{рез}}$ , то  $\delta_i$  можно считать ничтожной погрешностью. Принимая во внимание, что  $(\delta'_{\text{рез}})^2 = \delta_x^2 - \delta_i^2$ , легко установить критерий ничтожной погрешности:  $\delta_i \leq 0,3\delta_{\text{рез}}$ . Это означает, что если частная погрешность меньше 30 % общей погрешности, то этой частной погрешностью можно пренебречь. В случае нескольких погрешностей критерий ничтожности их совокупности имеет вид:

$$\sqrt{\delta_1^2 + \delta_{i+1}^2 + \dots} \leq 0,3\delta_{\text{рез}} \quad (2.56)$$

В практике технических расчетов часто пользуются менее строгим критерием – в эти формулы вводят коэффициент 0,4.

При определении результирующей погрешности сложных измерительных устройств следует руководствоваться следующими практическими правилами:

1. Для определения значения оценки результирующей погрешности всего измерительного устройства должны учитываться взаимные корреляционные связи различных составляющих погрешности отдельных преобразователей, поэтому исходными данными для более точного расчета должны служить значения соответствующих оценок именно отдельных составляющих, а не значение оценки суммарных погрешностей преобразователей. Эти составляющие, прежде всего, разделяются на аддитивные и мультипликативные для их последующего раздельного суммирования.

2. Поскольку суммировать с учетом корреляционных связей можно лишь средние квадратические значения составляющих, то для каждой

составляющей должны быть по исходным данным найдены ее средние квадратические значения.

3. Далее должны быть выделены группы сильно коррелированных между собой составляющих погрешности и внутри этих групп произведено алгебраическое суммирование. К ним, как правило, относят погрешности, вызванные одной общей причиной (общий источник питания, примерно одинаковые изменения температуры и т.д.), когда тесные корреляционные связи определяются логически, и коэффициент корреляции  $r$  для них принимают равным  $+1$  или  $-1$ . Погрешности же, между которыми такие взаимосвязи не обнаруживаются, относят к некоррелированным, и для них принимают  $r = 0$ .

4. После того как все группы сильно коррелированных погрешностей выделены и внутри их произведено алгебраическое суммирование, суммарные по группам и оставшиеся вне группы погрешности можно считать уже некоррелированными и складывать по правилу

$$\sigma_{рез} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2}.$$

Таким образом, находятся только средние квадратические значения аддитивной и мультипликативной составляющих результирующей погрешности, которые не учитывают деформации законов распределения при образовании композиций, и остаются неизвестными параметры формы закона распределения результирующей погрешности.

## 2.8. Композиция законов распределения

Наиболее полным методом расчетного суммирования погрешностей является определение при суммировании не только среднего квадратического значения результирующей погрешности, но и параметров формы образующейся композиции распределений.

Для определения закона распределения общей погрешности измерений, если она складывается из небольшого числа составляющих, очень важно знать распределение плотности вероятности суммы этих нескольких независимых случайных величин.

Допустим, что полная погрешность измерения  $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$ , причем составляющие имеют плотности распределения вероятностей соответственно  $f_1(\Delta_1)$  и  $f_2(\Delta_2)$ .

Плотность распределения вероятностей суммы двух независимых случайных погрешностей:

$$f(\Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\Delta_1; \Delta - \Delta_1) d\Delta_1, \quad (2.57)$$

либо

$$f(\Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\Delta_2; \Delta - \Delta_2) d\Delta_2. \quad (2.58)$$

Плотность распределения суммы  $\Delta$  и  $\Delta_1$  с нормальными законами распределения:

$$f_1(\Delta_1) f_2(\Delta - \Delta_1) d\Delta_1 =$$

$$f(\Delta) = \int \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(\Delta_1 - m_{\Delta_1})^2}{2\sigma_1^2} - \frac{(\Delta - \Delta_1 - m_{\Delta_2})^2}{2\sigma_2^2}\right] d\Delta_1, \quad (2.59)$$

где  $m_{\Delta_1}; m_{\Delta_2}; \sigma_1; \sigma_2$  — математические ожидания и средние квадратические отклонения погрешностей  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ .

После интегрирования (2.59) получим:

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \exp\left[-\frac{[\Delta - (m_{\Delta_1} + m_{\Delta_2})]^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}\right] = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\Delta - m_{\Delta})^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (2.60)$$

Отсюда следует, что закон распределения суммы двух независимых случайных величин, распределенных по нормальному закону, также является нормальным.

Математическое ожидание:

$$m_{\Delta} = m_{\Delta_1} + m_{\Delta_2}. \quad (2.61)$$

Среднее квадратическое отклонение и погрешность измерения, соответственно:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}; \quad (2.62)$$

$$\Delta - z\sigma, \quad (2.63)$$

где  $z$  — квантиль Лапласа, определяющий доверительный интервал для заданной вероятности  $P$ .

Полученный результат может быть распространен и на случай суммы  $n$  случайных независимых погрешностей, распределенных по нормальному закону, что позволяет сформулировать правила суммирования случайных погрешностей измерения.

Случайные величины называются независимыми, если закон распределения каждой из них не зависит от того, какое значение приняла другая величина, т. е. коэффициент корреляции  $r_{12} = 0$ . Если это условие не выполняется, то случайные величины являются зависимыми, причем в вероятностном смысле, то есть:

$$r_{12} \neq 0; \sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + 2r_{12}\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} = \sigma_2 + \sigma_1, \quad (2.64)$$

где коэффициент корреляции, характеризующий степень тесноты линейной зависимости между случайными погрешностями.

Композиция двух законов равномерной плотности с одинаковыми дисперсиями дает результирующее распределение по треугольному закону (закону Симпсона); с разными дисперсиями – по трапециевидному закону (рис. 2.5).

Пусть имеются две независимые случайные погрешности  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  с разными дисперсиями, плотности распределения которых соответственно:

$$f_1(\Delta_1) = \frac{1}{2a}; f_2(\Delta_2) = \frac{1}{2b}. \quad (2.65)$$

Результирующая плотность распределения имеет форму трапеции (рис. 2.5.б):

$$\begin{aligned} f(\Delta) &= \frac{1}{2a} \quad \text{при} \quad \left| \Delta \right| < (a - b), \\ f(\Delta) &= \frac{a + b - \left| \Delta \right|}{4ab} \quad \text{при} \quad (a - b) \leq \left| \Delta \right| < (a + b), \\ f(\Delta) &= 0 \quad \text{при} \quad \left| \Delta \right| > (a + b); \end{aligned} \quad (2.66)$$

форму треугольника (рис. 2.5.а), если  $b = a$ :

$$f(\Delta) = \frac{2a - \left| \Delta \right|}{4a^2} \quad \text{при} \quad \left| \Delta \right| \leq 2a;$$

$$\boxed{f(x)} \text{ при } \boxed{\left| \frac{0}{1} \right| > 2a} \quad (2.67)$$

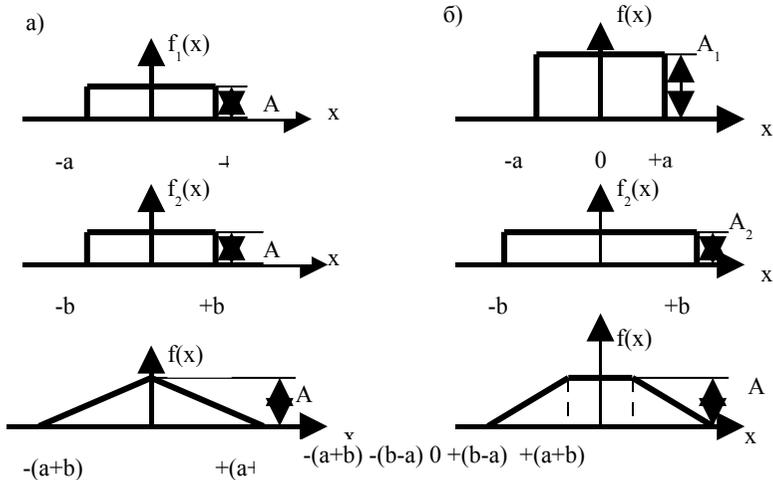


Рис. 2.5. Композиция двух равномерных распределений с одинаковыми (а) и разными (б) дисперсиями

Среднее квадратическое отклонение и погрешность измерения:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}; \quad \boxed{\Delta = 2\sigma} \quad (2.68)$$

Закон равномерной плотности является неустойчивым, композиция этих законов дает результирующее распределение, более близкое к нормальному (усеченному) распределению; при  $n \rightarrow 2$  приближение к нормальному распределению становится заметнее, при  $n \rightarrow 3$  суммарная погрешность принимает закон нормального распределения. Гораздо сложнее определить закон распределения суммарной погрешности, если отдельные составляющие распределены по разным законам.

### Контрольные вопросы

1. Что характеризует класс точности средства измерений?
2. Как обозначаются классы точности на шкалах приборов?

3. Приведите классификацию погрешностей.
4. Перечислите способы исключения систематических погрешностей.
5. Назовите теоремы вычисления вероятности сложных событий.
6. Дайте определения точечных характеристик случайных погрешностей.
7. Дайте характеристику нормального и равномерного законов распределения.
8. Дайте определение функции распределения случайных величин.
9. Перечислите числовые характеристики законов распределения.
10. Правила суммирования систематических и случайных погрешностей.
11. Сформулируйте критерий ничтожных погрешностей.
12. Композиция законов распределения.

## ГЛАВА 3

### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

#### 3.1. Подготовка измерительного эксперимента

Получение необходимой измерительной информации с минимальными (или ограниченными) материальными и временными затратами требует внимательного подхода к подготовке и проведению эксперимента при измерении физических величин. Особую значимость это приобретает при постановке сложных дорогостоящих экспериментов. Важным в понимании места измерительного эксперимента является то обстоятельство, что измерения проводят не ради измерений, а для достижения цели, поставленной в том или ином исследовании или испытании. В связи с этим при подготовке измерительного эксперимента, прежде всего решается вопрос «Для чего измерять?», что оказывает существенное влияние на всю процедуру измерения, включающую подготовку, проведение и обработку результатов измерений. В зависимости от цели измерения решаются такие задачи, как: что измерять, с какой точностью, как и чем измерять. Ответы на эти вопросы определяют содержание подготовки эксперимента при измерении физических величин.

Перед проведением эксперимента в первую очередь необходимо составить, возможно, полную предварительную (априорную) модель объекта. Если, например, производится измерение напряжения переменного тока, то необходимо знать форму кривой этого напряжения, его частоту и диапазон возможных значений. Предварительные сведения об измеряемой величине могут быть известны при постановке задачи измерений. Так, измеряя напряжение питающей сети переменного тока, мы знаем, что кривая напряжения должна иметь синусоидальную форму, частоту 50 Гц и возможное значение примерно 220 В. Отклонение пара-

метров сигнала от заранее установленной модели (в частности, отклонение кривой напряжения питающей сети от синусоидальной формы) может привести к неправильным результатам измерений. Если нет уверенности в правильности (адекватности) модели, то следует уточнить ее, проведя ряд дополнительных измерений, или выбрать средство измерений, показания которого не зависят от одного или нескольких неинформативных параметров модели.

Модели одного и того же объекта измерений могут быть различными. Выбор той или иной модели диктуется задачами и условиями измерений. Так, измеряя сопротивление резистора, необходимо пользоваться различными его моделями в зависимости от частотного диапазона тока, протекающего через данный резистор. На высоких частотах следует учитывать влияние собственных емкостей и индуктивностей, а на сверхвысоких частотах – влияние поверхностного эффекта. Правильный выбор модели позволяет достоверно трактовать результаты измерений и обеспечивает при прочих условиях необходимую точность измерений.

Следующей задачей, решаемой при подготовке эксперимента, является обоснование необходимой точности эксперимента. В такой постановке решение этой задачи является достаточно сложным, так как должно учитывать поставленные цели, технические возможности, а также экономические и временные затраты. Стремление получить результат, с максимально возможной точностью не всегда оправдан на практике. Точность измерительного эксперимента должна быть согласована с основной целью измерения. Необоснованный «запас по точности» может сделать эксперимент неоправданным по сложности и стоимости. Иногда допускаемая погрешность, которая должна быть обеспечена в результате эксперимента, задается заранее.

Для обеспечения требуемой точности результатов измерения необходимо учитывать влияние на точность результатов метода измерения, средства измерений, а также внешних факторов. При этом возникает трудная задача, какими должны быть составляющие погрешности, чтобы суммарная погрешность не превышала требуемую. Решается она обычно просмотром вариантов измерений, с подсчетом каждый раз суммарной погрешности, и выбором наиболее удобного, простого и, естественно, удовлетворяющего требуемой точности.

При подготовке измерительного эксперимента должна быть выработана методика проведения эксперимента, определяющая совокупность приемов и способов использования средств измерений, средств вычислений и вспомогательных средств, обеспечивающих получение результата измерений с необходимой точностью. Разработка методики вы-

полнения измерений неразрывно связана с обеспечением требуемой точности. При этом необходимо учитывать, проводятся ли прямые, косвенные, совместные или совокупные измерения, используется ли метод непосредственной оценки или методы сравнения с мерой, производятся ли однократные или многократные измерения и др.

В результате этого этапа подготовки эксперимента должна быть разработана схема измерений, выработан план проведения эксперимента, подготовлена методика обработки результатов наблюдений и оценки влияния условий проведения эксперимента на полученные результаты измерений. В настоящее время при проведении сложных измерительных экспериментов начинают применять теорию планирования эксперимента, позволяющую выработать наиболее оптимальный план проведения эксперимента.

Важным этапом подготовки эксперимента является выбор средств измерений, соответствующих принятым моделям и измеряемым величинам. Критерии, по которым выбирают средства измерений, определяются целями и условиями проведения эксперимента. Это могут быть переносные или регистрирующие приборы, лабораторные или переносные, аналоговые или цифровые, позволяющие вводить информацию в ЭВМ, и т. д. Однако во всех случаях необходимо правильно оценивать влияние метрологических характеристик приборов на результаты измерений. Рассмотрим некоторые основные факторы, которые следует учитывать при выборе средств измерений.

1. Воздействие средства измерений на объект. Средство измерений, подключенное к объекту измерения, может существенно исказить измеряемую величину, что приведет к неверному результату измерения. Так, включая амперметр в измеряемую цепь, мы уменьшаем ток в этой цепи за счет сопротивления самого амперметра или, измеряя температуру некоторого тела с помощью термопары, подключением термопары мы изменяем температурный режим этого тела. Для уменьшения этого влияния необходимо, чтобы мощность, потребляемая от объекта (или выделяемая на объекте) средством измерений, была относительно небольшой.

Ориентировочно относительную погрешность, вызванную потреблением мощности  $P_u$  от измеряемого объекта, можно оценить формулой

$$\beta \approx P_u / P,$$

где  $P$  – мощность, выделяемая на объекте измерения.

В тех случаях, когда средство измерений выделяет на объекте некоторую мощность (при измерении параметров электрических цепей), также

следует оценить влияние средства на измеряемую величину. Например, при измерении малых сопротивлений двойными мостами постоянного тока через измеряемый объект протекает большой ток (5 А и более), что может вызвать нагрев объекта и изменение его сопротивления.

2. Неполная адекватность принятой модели объекту измерений. Измерительные приборы следует по возможности выбирать такими, показания которых не зависят (или минимально зависят) от неинформативных параметров принятой модели измеряемой величины. В этом случае эксперимент может быть проведен меньшим числом приборов и с большей точностью.

Так, при необходимости измерить действующее значение переменного напряжения лучше выбрать, например, электронный вольтметр действующего значения, а не электронный вольтметр среднего значения, градуированный в действующих значениях. Последний при отклонении формы кривой напряжения от синусоидальной, дает неверные результаты измерений, для коррекции которых требуются дополнительные измерения для уточнения модели объекта. Хотя такой подход также возможен, однако следует иметь в виду, что результат измерения будет иметь большую погрешность, зависящую, в частности, от неточности оценки модели измеряемой величины.

3. Погрешности, вносимые средствами измерений. Составляющими погрешности результата измерений (иногда основными) являются погрешности, вносимые используемыми средствами измерений. Эти погрешности оцениваются по метрологическим характеристикам выбранных средств измерений. Не следует необоснованно применять средства измерений высокой точности, что обычно приводит к усложнению и удорожанию эксперимента. Кроме того, при выборе средства измерений следует учитывать влияние внешних факторов (температуры, электромагнитных и электростатических полей и др.) на используемые средства.

4. Пределы измерений. Для многих измерительных приборов погрешность измерения минимальна на верхнем пределе измерений. Руководствуясь этим, следует выбирать такие пределы измерения, при которых ожидаемые показания прибора будут находиться ближе к верхнему пределу. Например, измеряя напряжение 10 В двумя вольтметрами, имеющими одинаковые классы точности (1, 0), но разные верхние пределы (15 и 150 В), получим относительные погрешности измерения соответственно  $\pm 1,5$  и  $\pm 15$  %.

5. Частотный диапазон. Выбирая частотный диапазон средства измерений, необходимо, прежде всего, обеспечить неискаженное прохо-

ждение сигналов измерительной информации. Для этого частотный диапазон средства измерений должен быть шире частотного спектра входных сигналов. С другой стороны, среди прочих причин появление погрешности измерения вызывает помехи, влияние которых растет с увеличением частотного диапазона. Поэтому не следует стремиться использовать средства измерений с необоснованно широким частотным диапазоном. При заметном влиянии помех наилучшими будут средства, которые при минимальном искажении сигналов измерительной информации максимально отфильтровывают помеху.

Рассмотренный перечень факторов, который необходимо учитывать при выборе средства измерений, не является исчерпывающим. Он может быть дополнен требованиями быстродействия, исключения влияния внешних факторов, оптимального конструктивного исполнения и т. д. Важно отметить, что при подготовке эксперимента необходимо учитывать влияние на результаты измерения характеристик средства измерений, указанных в соответствующих нормативно-технических документах этих средств.

Таким образом, правильное понимание цели измерений, предварительная (доопытная) оценка модели объекта измерений, обоснованный выбор методики проведения эксперимента и соответствующих средств измерений, обеспечивающих в совокупности необходимую точность, являются основными задачами подготовки эксперимента при измерении физических величин.

### **3.2. Выбор количества измерений**

Цель любого измерения – это получение результата измерений с оценкой истинного значения измеряемой величины. Для достижения конечной цели проводится обработка результатов измерений. При этом выбор методов обработки результатов измерений определяется рядом факторов, к которым, прежде всего, относятся: количество выполненных измерений искомой величины (однократные или многократные), примененный метод измерений, способ получения результатов измерений (прямые, косвенные, совокупные, совместные измерения), форма закона распределения результатов измерений и др.

Точную оценку действительного значения измеряемой величины можно получить лишь путем ее многократных измерений и соответствующей обработки их результатов. Правильно обработать полученные результаты наблюдений – значит получить наиболее точную оценку действительного значения измеряемой величины на основе имеющегося в

нашем распоряжении статистического материала (совокупности результатов наблюдений) и правильно определить точность полученной оценки.

Для достижения этого необходимо в процессе обработки результатов наблюдений последовательно решить следующие основные задачи:

1. Установить отсутствие результатов, содержащих грубые погрешности, в совокупности результатов наблюдений и исключить их из этой совокупности, если они имеются (в дальнейшем результаты наблюдений, содержащие грубые погрешности, будем называть «промахами»).

2. Оценить и максимально возможно исключить систематические погрешности измерений, существенно искажающие их результаты.

3. Оценить действительное значение измеряемой величины и установить показатели точности этой оценки.

Если обработке подлежат различные совокупности (ряды) результатов наблюдений, выполненных в разных условиях, в разное время или различными операторами, то для выбора рациональных способов решения третьей задачи необходимо предварительно проверить их равнозначность (однородность).

В большинстве случаев обработка результатов измерений производится с помощью вероятностно-статистических методов.

На практике часто приходится встречаться со сравнительно небольшим количеством измерений (от одного до 25–30). Можно считать, что однократные измерения допустимы только в порядке исключения, так как они, по существу, не позволяют судить о достоверности измерительной информации. Более того, по однократным измерениям очень сложно сделать заключение о значении того или иного параметра объекта измерений.

Сколько измерений необходимо производить, чтобы считать их результаты вполне надежными? Однозначного ответа данный вопрос не имеет. Все зависит от целей проводимых измерений, ответственности их результатов для оценки состояния объекта измерений, а также от степени исключения (компенсации) систематических погрешностей измерений.

Если можно принять, что в погрешности результата измерений роль систематической погрешности пренебрежимо мала, по сравнению со случайной погрешностью, то при определении необходимого количества измерений следует исходить из возможности проведения статистической обработки результатов измерений. Известно, что уже при 7–8 измерениях оценки их результатов приобретают некоторую устойчивость. Вместе с тем параметры ряда законов распределения, применяемых при оценке результатов и случайных погрешностей измерений, при увеличе-

нии числа наблюдений более 25–30 изменяются незначительно. Так, значения коэффициента Стьюдента при  $P = 90 \%$  и числе наблюдений от 1 до 30 изменяются от 6,31 до 1,70, а при увеличении числа наблюдений от 30 до бесконечности – от 1,70 до 1,64. Таким образом, если речь идет о получении достоверных результатов измерений, то их число 25–30 является достаточным.

При постановке измерительной задачи, когда объект измерений до этого не исследовался и, кроме предварительных, обычно расчетных значений величин, о нем мало что известно, тогда число измерений должно быть увеличено в 2–3 раза (против 25–30). Если же необходимо определить закон распределения оцениваемых величин, тогда число измерений целесообразно увеличить на порядок.

Главная цель увеличения числа измерений (если известно, например, что систематическая составляющая погрешности исключена) состоит в уменьшении случайности результата измерений и, следовательно, в наилучшем приближении результата к истинному значению величины. Но увеличивать число измерений с целью найти истинное значение величины бессмысленно, так как оно не зависит от организации измерений: истинное значение существует независимо от того, проводятся или нет измерения, в том числе и от того, сколько произведено измерений. По результатам измерений чаще всего рассчитывают среднее арифметическое значение и статистическое среднее квадратическое отклонение (СКО) величины. Среднее арифметическое значение является оценкой математического ожидания величины. А статистическое СКО – оценкой теоретического СКО. Чем большее число измерений использовано для нахождения оценок, тем ближе эти оценки к неизвестным значениям математического ожидания измеряемой величины, а значит, к неизвестному истинному значению (при исключенной систематической составляющей погрешности).

При достаточно большом числе наблюдений  $n$  положительные и отрицательные значения одинаковой величины появляются одинаково часто, большие отклонения встречаются реже, чем малые, – распределение отклонений  $x_i - \bar{X} = \Delta x_i$  около нулевого значения будет симметричным. При этом оказывается, что приблизительно в 68% случаев отклонения  $\Delta x_i$  по модулю не превышают некоторой величины  $\sigma$  – стандартное отклонение, а в 32 % превышают ее. Иными словами, с вероятностью 68 % отклонение  $\Delta x_i$  лежит в интервале  $[-\sigma; +\sigma]$ . Для интервала  $[-2\sigma; +2\sigma]$  эта вероятность равна 95 %, а для  $[-3\sigma; +3\sigma]$  – 99,7 %. Для любого значения вероятности  $P$  доверительный интервал  $[-\lambda_p \sigma; +$

$\lambda_{p\sigma}$ ] определяется числовым множителем  $\lambda_p$ , зависящим от  $P$  (прил., табл. 2.1).

Например,  $\lambda_{0,68} \approx 1,0$ ;  $\lambda_{0,95} \approx 2,0$ ;  $\lambda_{0,997} \approx 3,0$ .

### **3.3. Выбор характеристик погрешности измерений и способов их представления**

Оценивание погрешностей производится с целью получения объективных данных о точности результата измерения. Точность результата измерения характеризуется погрешностью. Погрешность измерения описывается определенной математической моделью, выбор которой обуславливается имеющимися априорными сведениями об источниках погрешности, а также данными, полученными в ходе измерений. С помощью выбранной модели определяются характеристики и параметры погрешности, используемые для количественного выражения тех или иных ее свойств. Характеристики погрешности делятся на точечные и интервальные. К точечным характеристикам относятся среднеквадратическое отклонение случайной погрешности и предел сверху для модуля систематической погрешности, к интервальным – границы неопределенности результата измерения. Если эти границы определяются как отвечающие некоторой доверительной вероятности, то они называются доверительными интервалами. Если же минимально возможные в конкретном случае границы погрешности оценивают так, что погрешность, выходящую за них, встретить нельзя, то они называются предельными интервалами. В основу выбора оценок погрешностей положен ряд принципов.

Значения характеристик погрешностей измерений приписываются любому результату измерений, как только он фиксируется в технической документации (протоколах, отчетах и т. п.), справочной литературе, нормативных документах. Таким образом, каждый результат, предназначенный для практического использования, должен сопровождаться указанием конкретных значений характеристик погрешности измерений, на основе которых он получен.

Все практически используемые характеристики погрешности измерений могут быть разбиты на две группы, отличающиеся областью применения и способами выражения.

- К первой группе относятся характеристики, задаваемые в виде требуемых или допускаемых значений, а также приписываемые методикам выполнения измерений на основании их предварительной аттестации. Характеристики этой группы яв-

ляются вероятностными, отражающими вероятностные свойства генеральной совокупности случайной величины – погрешности измерений. Значения этих характеристик (пределы допускаемых значений или максимально возможные значения) приписываются всей возможной совокупности результатов измерений, выполняемых по определенным, фиксируемым в технической документации правилам или по аттестованным методикам выполнения измерений. Основной областью применения характеристик этой группы являются массовые технические измерения, выполняемые при технологической подготовке производства, в процессе производства (испытаниях, контроле), эксплуатации и потребления продукции.

- Ко второй группе относятся характеристики, оцениваемые непосредственно в процессе выполнения измерений и обработки их результатов. Данные характеристики являются статистическими (выборочными) оценками характеристик погрешности первой группы и отражают близость отдельного результата измерений (для которого они оценены) к истинному значению измеряемой величины. Основной областью их применения являются измерения, выполняемые при проведении научных исследований и метрологических работ (например, определении физических констант, свойств и состава стандартных образцов, аттестации средств измерений и др.).

В зависимости от назначения результатов измерений, сложности и ответственности, решаемых с их использованием задач номенклатура выбираемых характеристик погрешности измерений может быть различной. Однако во всех случаях она должна обеспечивать возможность сопоставления и совместного использования результатов измерений, достоверную оценку качества и эффективности решаемых измерительных задач. Это значит, что выбираемые характеристики должны быть связаны с соответствующими критериями качества и эффективности решения этих задач.

Указанным требованиям (естественно, в большей или меньшей степени) удовлетворяют следующие комплексы интервальных и точечных характеристик погрешности измерений:

- границы (нижняя  $\Delta_{\text{нижн}}$  и верхняя  $\Delta_{\text{верхн}}$ ), в пределах которых погрешность измерений находится с заданной вероятностью  $P$ ;
- среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  погрешности измерений;

- характеристики случайной и неисключенной систематической составляющих погрешности измерений.

При этом в качестве характеристик случайной составляющей погрешности измерений используются ее среднее квадратическое отклонение  $\sigma [\Delta^0]$ .

В качестве же характеристик неисключенной систематической составляющей используются ее среднее квадратическое отклонение  $\sigma [\Delta_c]$  или границы (нижняя  $\Delta_{с\text{ нижн}}$  и верхняя  $\Delta_{с\text{ верхн}}$ ), в пределах которых эта составляющая находится с заданной вероятностью  $P$ .

Способы представления (нормирования) указанных характеристик погрешности (их числовых значений) различны в зависимости от того, к какой из приведенных выше групп они относятся. Так, вероятностные характеристики, задаваемые в виде требований к измерительным процессам, нормируются и указываются в технической документации пределами допускаемых значений, например пределом  $\sigma_p$  допускаемых значений среднего квадратического отклонения погрешности измерений; нижней  $\Delta_{p\text{ нижн}}$  и верхней  $\Delta_{p\text{ верхн}}$  границами допускаемого интервала, в котором погрешность измерений находится с вероятностью  $P = 1$  и т. п.

Вероятностные характеристики, приписываемые методикам выполнения измерений на основании их предварительной аттестации, указываются в виде наибольших возможных значений, например наибольшего возможного значения  $\sigma_m$ , среднего квадратического отклонения погрешности измерений и т. д.

И, наконец, статистические характеристики, оцениваемые непосредственно в процессе выполнения измерений и обработки их результатов, указываются в виде выборочных оценок соответствующих характеристик, например оценок нижней  $\Delta_{\text{нижн}}$ , и верхней  $\Delta_{\text{верхн}}$  границ интервала погрешности измерений и т.п.

Там, где в номенклатуру показателей входят точечные характеристики (средние квадратические отклонения), целесообразно (если это возможно и необходимо) указывать теоретический вид или качественное описание распределения генеральной совокупности (законов распределения), из которой отобраны данные для оценки этих характеристик, а также число  $n$  данных.

Точечные характеристики погрешности рекомендуется применять в тех случаях, когда результаты измерений используются (могут использоваться) совместно с другими результатами измерений, а также когда именно эти (точечные) характеристики удобно или целесообразно ис-

пользовать для расчетов функционально связанных с ними величин (например, функций потерь, критериев эффективности и т.п.).

Интервальные характеристики погрешности рекомендуется применять в тех случаях, когда результаты измерений являются окончательными, пригодными для решения определенной технической задачи и не предназначены для совместного использования с другими результатами измерений.

Суммарное среднее квадратическое отклонение погрешности измерений используется тогда, когда характеристики погрешности определяются расчетным путем по нормированным значениям их частных составляющих, и в тех случаях, когда не интересуются той частью погрешности, которую можно скомпенсировать повторными измерениями.

### 3.4. Метод наименьших квадратов

Очень часто измеряемая величина меняется с изменением условий эксперимента и измерительная задача заключается в нахождении функциональной зависимости, которая наилучшим образом описывает закон изменения интересующей нас величины.

Метод наименьших квадратов позволяет провести обработку результатов измерений так, чтобы случайные разбросы экспериментальных точек приводили экспериментальную зависимость и ее параметры к близкому соответствию истинной зависимости.

При применении этого метода наилучшее согласование некоторой зависимости  $y = f(x, a, b, c, \dots)$  и экспериментально полученных отдельных точек достигается выполнением требования, чтобы сумма квадратов отклонений экспериментальной зависимости (отдельных точек) от сглаженной зависимости обращалась в минимум.

Если  $y = f(x, a, b, c, \dots)$  квазиистинная зависимость, причем  $x$  – величина на входе средства измерения,  $y$  – на выходе, то измеренные точки отклоняются от этой зависимости или из-за погрешностей средства измерений, или из-за неправильно выбранной модели объекта измерений.

При использовании метода наименьших квадратов принимается ряд допущений:

- считается, что систематические погрешности устранены;
- погрешности измерений распределены по нормальному закону с одним и тем же средним квадратическим отклонением;
- измерения рассматриваются как равноточные;

- результаты измерений не зависят друг от друга.

С учетом этих допущений закон распределения случайной величины  $y_i$ , полученной как результат данного измерения, будет:

$$f(y_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{[y_i - \varphi(x_i; a, b, c, \dots)]^2}{2\sigma^2}}. \quad (3.1)$$

Таким образом, значения  $(y_i, x_i)$  можно рассматривать не как совокупность событий непрерывных случайных величин (вероятность любого события непрерывной случайной величины равна нулю), а как совокупность случайных величин  $y_1, \dots, y_i, \dots, y_n$ .

При проведении  $n$  измерений получим совокупность случайных величин  $y_1, \dots, y_i, \dots, y_n$ . Плотность распределения системы независимых случайных величин, как известно, равна произведению плотностей распределения отдельных величин, входящих в систему:

$$f(y_1, \dots, y_n) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^n e^{-\frac{\sum_{i=1}^n [y_i - \varphi(x_i; a, b, c, \dots)]^2}{2\sigma^2}}. \quad (3.2)$$

Задача состоит в таком подборе математических ожиданий  $\varphi(x_1; \dots), \varphi(x_n; \dots)$ , чтобы плотность системы  $y_1, \dots, y_i, \dots, y_n$  была максимальной, а значит, и вероятность соответствия экспериментальной зависимости истинной стала бы максимальной.

Значение функции  $f(y_1, \dots, y_n)$  обратится в максимум, когда в правой части равенства (3.2) показатель степени обратится в минимум, то есть:

$$\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n [(y_i - \varphi(x_i; a, b, c, \dots))]^2 = \min. \quad (3.3)$$

Отбрасывая постоянный множитель  $\frac{1}{2\sigma^2}$ , выполним требование метода наименьших квадратов: чтобы совокупность измеренных значений  $y_1, \dots, y_i, \dots, y_n$  наивероятнейшим образом соответствовала истинным значениям  $\varphi(x_1; \dots), \varphi(x_n; \dots)$ , необходимо, чтобы сумма квадратов отклонений измеренных значений от истинных была минимальной:

$$\sum_{i=1}^n [y_i - \varphi(x_i; a, b, c, \dots)]^2 = \min. \quad (3.4)$$

Для некоторой конкретизации ограничим вид истинной функции тремя числовыми параметрами (а, b, c), которые и требуется определить, чтобы удовлетворить условию (3.4.), общность решения задач при этом не уменьшится.

Найдем значения  $(a, b, c)$ , обращающие левую часть уравнения (3.4) в минимум, для чего продифференцируем ее по указанным параметрам и приравняем полученные производные нулю:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n [y_i - \varphi(x_i; a, b, c)] \frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial a} &= 0; \\ \sum_{i=1}^n [y_i - \varphi(x_i; a, b, c)] \frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial b} &= 0; \\ \sum_{i=1}^n [y_i - \varphi(x_i; a, b, c)] \frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial c} &= 0, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где  $\frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial a}$  – значение частной производной функции  $\varphi(x_i; a, b, c)$  по параметру  $a$  в точке  $x_i$  и т. д.

Система уравнений (3.5) называется системой нормальных уравнений.

Если функция  $\varphi(\bullet)$  будет содержать большее число параметров, соответственно этому увеличится и число уравнений системы (3.5).

### 3.5. Определение промахов

Промахом или грубой погрешностью называется погрешность, которая существенно превышает значение ожидаемой погрешности при данных условиях проведения измерительного эксперимента. Как правило, грубая погрешность является следствием резкого изменения условий проведения эксперимента:

- неучтенное экспериментатором изменение окружающей температуры;
- броски напряжения питающей цепи;
- неверный отсчет показаний средства измерений из-за невнимательности экспериментатора и т. д.

Если известно точное значение среднего квадратического отклонения  $\sigma$ , то, как отмечено в параграфе 3.2, вероятность появления значения, отклоняющегося от среднего арифметического значения  $\bar{X}$  более чем на  $3\sigma$ , равна 0,003, и все измерения, отличающиеся от  $\bar{X}$  на эту (или большую) величину, могут быть отброшены как очень маловероятные. Можно считать, что результаты, вероятность получения которых меньше 0,003, могут появиться как следствие промаха (грубой погрешности). Но, отбрасывая такие значения, следует учитывать, что все-таки существует очень малая, но отличная от нуля вероятность того, что такое значение не является промахом, а естественным статистическим от-

клонением. Однако если такой маловероятный случай и произойдет, то есть один из результатов измерений будет ошибочно отброшен, то это обычно не приводит к существенному ухудшению оценки результатов измерений.

Как правило, для совокупности измерений вероятность появления результата измерения, отличающегося на величину более  $3\sigma$  от среднего значения, всегда больше 0,003. Действительно, вероятность того, что результат первого измерения не будет отличаться от истинного значения более чем на  $3\sigma$ , составляет:

$$1 - 0,003 = 0,997.$$

Вероятность того, что такое отклонение будет наблюдаться и для второго измерения, также равна 0,997. А вероятность того, что и первое, и второе измерения не выйдут за указанный предел, согласно правилу умножения вероятностей, будет равна:

$$(1 - 0,003)^2.$$

Соответственно, вероятность того, что ни один из  $n$  результатов измерений не будет отличаться от среднего более чем на  $3\sigma$ , равна:

$$P = (1 - 0,003)^n. \quad (3.6)$$

Для малых значений  $n$  приближенно можно считать:

$$(1 - 0,003)^n \approx 1 - 0,003n. \quad (3.7)$$

Это значит, что вероятность того, что из 10 измерений хотя бы одно будет случайно отличаться от среднего более чем на  $3\sigma$ , будет уже не 0,003, а 0,03, или 3%. А при 100 измерениях вероятность такого события составит уже около 30 %.

Обычно число производимых измерений не очень велико, редко оно превышает 10–20 измерений. При этом точное значение среднего квадратического отклонения неизвестно, поэтому отбрасывать результаты измерений, отличающихся от среднего значения более чем на  $3\sigma$ , нельзя.

Поскольку грубые погрешности относятся к случайным погрешностям, то для их выявления и исключения применяются методы теории вероятностей (методы статистической проверки гипотез).

Проверяемая гипотеза заключается в утверждении, что некоторый результат измерения  $x_i$  (наибольший  $x_{max}$  или наименьший  $x_{min}$  из результатов измерений) из общего числа измерений  $n$  не содержит промаха и не принадлежит возможным значениям величины  $X$  с законом распределения  $F(x)$ . Обычно в качестве закона распределения случайной величины принимают нормальный закон распределения. За критерий правильности гипотезы принимается распределение нормализованных величин:

$$v = \frac{|x_i - \bar{X}|}{S}, \quad (3.8)$$

где  $\bar{X}$  и  $S$  – среднее арифметическое значение и средняя квадратическая погрешность единичного измерения  $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}$ , которые определены по результатам измерений.

В случае нормального закона распределения величины  $X$  значения определяются по данным табл. 3.2, (см. прил.).

В зависимости от выбранной доверительной вероятности  $P$ , то есть от желания экспериментатора получить уверенный результат проверки гипотезы, и числа измерений из табл. 3.2 (прил.) находят допускаемое значение критерия  $v_d$  и сравнивают с ним расчетное значение  $v$ , полученное с помощью формулы (3.8). Если при этом  $v > v_d$ , то результат  $x_i$  следует отбросить как не согласующийся с возможными значениями, которые может принимать при измерениях случайная величина. Если  $v < v_d$ , то вероятность того, что результат принадлежит выборке возможных значений случайной величины, достаточно большая, и, следовательно, отклонение значения  $x_i$  чисто случайно, его следует сохранить в полученной выборке.

### 3.6. Погрешность прибора

Систематическая погрешность конкретного прибора (например, связанная с неправильностью разбивки шкалы линейки или амперметра) является вполне определенной. Ее можно найти путем сравнения с эталоном и ввести в качестве поправки к прибору. Можно переградуировать шкалу прибора или изготовить для него новую. Однако это очень трудоемкая и практически ненужная задача (для каждого штриха каждой линейки определять и задавать знак и величину поправок или для каждого амперметра изготавливать свою шкалу). Значительно проще изготовить для всех приборов одного типа единую шкалу, такую, чтобы возможная погрешность не превышала некоторой определенной максимальной (предельной) величины. Погрешности разных приборов одного типа будут разными и по знаку, и по величине, но не должны превышать предельной. Значения соответствующих предельных погрешностей оговорены ГОСТами и гарантируются при изготовлении и проверке приборов. Тогда, несмотря на то, что погрешность конкретного прибора является систематической, в силу отсутствия информации об этой ошибке

(не известны ни знак, ни ее величина; известно только, что она не превышает предельной) ее можно рассматривать и учитывать при расчетах как случайную. При этом погрешность измерения несколько увеличивается, но заметно сокращаются затраты труда и времени.

Предельная погрешность прибора обычно указывается в его паспорте. Для одних приборов стандартами задается предельная абсолютная погрешность  $\Delta$ , а для других – предельная относительная погрешность (класс точности  $k$ ). Классом точности измерительного прибора называется выраженное в процентах отношение предельной абсолютной погрешности прибора  $\Delta$  к максимальному значению измеряемой им величины  $x_{\max}$  (для многопредельных приборов на рабочем пределе):

$$k = \frac{\Delta}{x_{\max}} 100\% . \quad (3.9)$$

По известному классу точности находится предельная абсолютная погрешность прибора

$$\Delta = \frac{k}{100\%} x_{\max} . \quad (3.10)$$

Пример. Амперметр класса  $k = 0,5$ , рассчитанный на максимальную силу тока  $I_{\max} = 2,00$  А, измеряет протекающий через него ток с погрешностью, не превышающей величину

$$\Delta = \frac{0,5}{100} 2,00 \text{ А} = 0,01 \text{ А} .$$

Для магазинов сопротивлений, индуктивностей, емкостей класс точности  $k$  характеризует предельную относительную погрешность каждого элемента в наборе магазина (для магазинов с широкими пределами для различных диапазонов возможны разные классы точности). Поэтому предельная абсолютная погрешность  $\Delta$ , содержащаяся в значении включенной в цепь величины  $x_{\text{вкл}}$ , определяется соотношением

$$\Delta = \frac{k}{100\%} x_{\text{вкл}} . \quad (3.11)$$

Предельная абсолютная погрешность  $\Delta$  и класс точности  $k$  задаются с доверительной вероятностью  $P = 0,997$ . Это означает, что полуширина доверительного интервала, в котором может быть заключена измеряемая величина, равна  $3\sigma$ . При технических расчетах ограничиваются значением  $P = 0,95$ , которому соответствует полуширина  $2\sigma$ .

Поэтому при вычислениях приборных погрешностей, следует брать не полную величину  $\Delta$ , а только  $2/3$  от нее:

$$\Delta x_{\text{пр}} = \frac{2}{3} \sigma = \frac{2}{3} \frac{k}{100\%} x_{\max} . \quad (3.12)$$

Для произвольной надежности  $P$  абсолютная погрешность

$$\Delta x_{np} = \frac{\lambda_p}{3,0} \Delta = \frac{\lambda_p}{3,0} \frac{k}{100\%} x_{max}. \quad (3.13)$$

где коэффициент  $\lambda_p$ , зависящей от доверительной вероятности  $P$ , определяется по табл. 3.1 (см. прил.). Из (3.13) видно, что абсолютная погрешность  $\Delta x_{np}$  не зависит от значения измеряемой величины  $x_{изм}$  и для данного прибора (на данном пределе) есть величина постоянная.

Пример. Электрическое напряжение измеряется с помощью вольтметра, рассчитанного на предельное напряжение  $U_{max} = 15$  В. Класс точности вольтметра  $k = 0,5$ . Тогда абсолютная погрешность, которую может внести вольтметр при измерении:

$$\Delta U = \frac{\lambda_p}{3,0} \frac{k}{100\%} U_{max} = \frac{2,0}{3,0} \frac{0,5}{100} 15 В = 0,05 В.$$

Относительная погрешность измерения, обусловленная прибором:

$$\delta_{xnp} = \frac{\Delta x_{np}}{x_{изм}} 100\% = \frac{\lambda_p}{3,0} \frac{x_{max}}{x_{изм}} k. \quad (3.14)$$

Следовательно, в отличие от абсолютной, относительная погрешность зависит от значения измеряемой величины  $x_{изм}$ : чем она ближе к максимальной  $x_{max}$ , тем меньше относительная погрешность.

Для обеспечения хорошей точности рекомендуется выбирать такой прибор (предел), предельное значение  $x_{max}$  которого было бы близким к значению измеряемой величины  $x_{изм}$  (для стрелочных приборов отклонение стрелки было бы почти на всю шкалу).

При правильно подобранном приборе (пределе) величина  $x_{изм}$  составляет не менее 0,6–0,8 долей от  $x_{max}$ . Тогда при доверительной вероятности  $P = 0,95$  ( $\lambda_p = 2,0$ ) величина  $\frac{\lambda_p}{3,0} \frac{x_{max}}{x_{изм}}$  близка к единице, а относи-

тельная погрешность  $\delta_{xnp}$  – к значению класса точности. Такой приближенной оценкой погрешности можно пользоваться, например, при планировании эксперимента.

### 3.7. Погрешность округления

Правильное округление результатов расчета погрешностей особенно важно при использовании электронной вычислительной машины или электронного калькулятора, так как машина выдает их с заранее заданной разрядностью (5 или 9 десятичных знаков) и они гипнотизируют своей кажущейся точностью. Однако исходными данными, как правило, являются или малая выборка наблюдений, или нормируемые значения

погрешностей с одной-двумя значащими цифрами. Поэтому при любых расчетах следует всегда находить погрешности полученной оценки и оставлять в округленном результате лишь 1–2 недостоверных десятичных знака. Но при оценке погрешности может оказаться недостоверной даже первая значащая цифра. В этом случае приходится учитывать следующее обстоятельство. Если первая значащая цифра есть 1 или 2, то отбрасывание второго десятичного знака приводит к слишком большой ошибке (до 30–50%). Но если первая значащая цифра, например, 9, то сохранение второго знака (т. е. указание оценки, например, в виде 0,94 вместо 0,9) является дезинформацией, так как исходные данные не обеспечивают такой достоверности. Исходя из этого, на практике установилось следующее правило: если первая недостоверная цифра есть 1 или 2, то сохраняется и второй недостоверный знак; если же она 3 и более, то второй недостоверный знак опускается. В соответствии с этим правилом установлены и нормируемые значения погрешностей средств измерений: в числах 1,5 и 2,5 % указываются два десятичных знака, но в числах 0,5; 4; 6 % – лишь один знак.

При измерениях отсчеты показаний приборов нередко округляются в соответствии со следующими правилами округления результата измерений:

1) погрешность результата измерений представляется с одной или двумя значащими цифрами. Две значащие цифры приводятся в случае выполнения точных измерений;

2) результат измерения округляется так, чтобы он оканчивался цифрой того же разряда, что и значение погрешности. Если числовое значение результата измерения представляется десятичной дробью, оканчивающейся нулями, то нули отбрасываются только до того разряда, который соответствует разряду числового значения погрешности;

3) если цифра старшего из отбрасываемых разрядов меньше 5, то остающиеся цифры в числе не изменяют. Если эта цифра равна или больше 5, то последнюю оставляемую цифру увеличивают на единицу. Лишние цифры в целых числах заменяют нулями, а в десятичных дробях отбрасывают. Например, числовое значение результата измерения составляет 25,458 при погрешности результата, выраженной пределами  $\pm 0,02$ ; округление результата будет 25,46. Если пределы погрешности имеют  $\pm 0,002$ , то числовое значение результата сохраняется полностью. Числовое значение результата измерений 105553 получено с погрешностью  $\pm 0,0005$ . В нем сохраняются четыре значащие цифры, и округление даст число 105600. Если числовое значение результата 105,553, то при тех же условиях округление дает число 105,6;

4) если отбрасываемая цифра равна пяти, а следующие за ней цифры неизвестны (отсутствуют) или нули, то последнюю сохраняемую цифру числа не изменяют, если она четная, и увеличивают на единицу, если она нечетная. Число 105,5 при сохранении трех значащих цифр округляют до 106;

5) правила, изложенные в п. 1–4, применяются только при округлении окончательных результатов. Все промежуточные результаты целесообразно представлять тем числом разрядов, которые удастся получить.

В результате округления возникают погрешности. Это случайные погрешности. Их распределение, как правило, равномерное (неравномерным оно будет для приборов с неравномерной шкалой, например для омметров).

Интервал округления  $h$  может быть различным. Если отсчет снимается с точностью до целого деления, то интервал округления равен цене деления шкалы прибора; если отсчет округляется до половины деления, интервал округления равен половине цены деления и т. д.

Максимальная погрешность округления, очевидно, не превышает половины интервала округления, то есть величины  $h/2$ . Действительно, если при отсчитывании производится округление до целых делений, то любое показание между 75,5 и 76,4 будет округлено до ближайшего целого, то есть до 76. Погрешность округления (разность между принятым отсчетом и показанием прибора) не превысит 0,5, то есть половины интервала округления. Показания между 76,5 и 77,4 будут приняты за 77 (максимальная погрешность округления опять равна 0,5) и т. д.

Для доверительной вероятности  $P$  величину

$$\Delta x_{\text{окр}} = P \frac{h}{2} \quad (3.15)$$

принимают за абсолютную погрешность округления при измерении величины  $x$ .

**Пример.** Пусть длина некоторого предмета, измеренная при помощи линейки с миллиметровыми делениями, равна 1. Отсчет округляется до одного деления, то есть до 1 мм. Значит, величина  $h = 1$  мм, а абсолютная погрешность округления

$$\Delta l_{\text{окр}} = P \frac{h}{2} = 0,95 \frac{1 \text{ мм}}{2} \approx 0,48 \text{ мм} \approx 0,5 \text{ мм}.$$

Каждый экспериментатор стремится как можно точнее выполнить измерения. Однако надо ясно сознавать, что отсчет «на глаз» десятых долей деления даже при оптимальных условиях требует большого навыка и под силу только опытным экспериментаторам.

### 3.8. Обработка результатов прямых измерений

В задачу прямого измерения входит определение наиболее вероятного значения измеряемой величины, учет поправок на систематическую погрешность, вычисление случайной погрешности, погрешности средства измерения, погрешности округления и расчет полной погрешности прямого измерения.

Окончательный результат прямого измерения – наиболее вероятное значение измеряемой величины – определяется как среднее арифметическое значений, найденных при многократных измерениях:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (3.16)$$

где  $x_i$  – значение измеряемой величины в  $i$ -м измерении;  $n$  – число повторных измерений.

Отдельные наблюдения проводятся в одинаковых условиях и с одинаковой тщательностью. Однако понятие неизменности условий проведения опыта всегда относительно. Экспериментатор может гарантировать (и то не абсолютно точно) постоянство только некоторого ограниченного набора параметров, определяющих эти условия. Другие, неконтролируемые, параметры от опыта к опыту изменяются. Эти неизвестные экспериментатору изменения приведут к появлению ошибок, которые он рассматривает как случайные. При достаточном числе наблюдений ошибки, завышающие и занижающие значение измеряемой величины, то есть ошибки разного знака, будут встречаться одинаково часто. При суммировании результатов всех наблюдений эти ошибки почти компенсируют друг друга. При очень большом числе наблюдений эта компенсация будет полной. Поэтому среднее арифметическое значение измеряемой величины в серии прямых наблюдений и принимается за наиболее вероятное значение и рассматривается как окончательный результат измерения.

Определить случайное отклонение результата  $i$ -го измерения от среднего:

$$x_i - \bar{X} = \Delta x_i. \quad (3.17)$$

Эта разность называется случайным отклонением результата  $i$ -го наблюдения от среднего. Отклонения  $\Delta x_i$  могут быть положительными и отрицательными, большими и малыми.

Проверить правильность расчетов, то есть равенство нулю алгебраической суммы всех величин  $\Delta x_i$ :

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0. \quad (3.18)$$

Если  $\sum_{i=1}^n \Delta x_i \neq 0$ , в вычислениях допущена ошибка, необходимо проверить расчеты.

4. Определить среднюю квадратическую погрешность единичного измерения по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}. \quad (3.19)$$

5. Проверить наличие промахов, то есть таких отклонений, модули которых превышают предельную погрешность:  $|\Delta x_i| > \Delta x_{пред.}$ , где  $\Delta x_{пред.} = 3S$ . Если отклонение результата  $i$ -го измерения от среднего превышает предельную погрешность, то результаты таких измерений следует отбросить и расчет среднего значения  $\bar{X}$  и отклонений  $\Delta x_i$  произвести заново.

6. Рассчитать среднее квадратическое отклонение окончательного результата:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}. \quad (3.20)$$

7. Определить случайную погрешность результата измерений, определяющую полуширину доверительного интервала около среднего значения измеряемой величины:

$$\Delta x_{сл.} = t_{n,P} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}, \quad (3.21)$$

где  $t_{n,P}$  – коэффициент Стьюдента;  $n$  – число измерений;  $P$  – заданная доверительная вероятность (прил., табл. 3.3).

8. Определить относительную погрешность результата измерения:

$$\varepsilon_{сл.} = \frac{\Delta x_{сл.}}{\bar{X}} 100\%. \quad (3.22)$$

9. По известному классу точности определить погрешность средства измерения. Если класс точности прибора выражен в форме приведенной погрешности, то его абсолютная погрешность определяется по формуле:

$$\Delta x_{cu} = \frac{k}{100\%} X_N, \quad (3.23)$$

где  $X_N$  – нормирующее значение;  $k$  – класс точности прибора.

10. Определить относительную погрешность измерения, обусловленную средством измерения:

$$\varepsilon_{\text{си}} = \frac{\Delta x_{\text{си}}}{x_{\text{изм}}} 100\%, \quad (3.24)$$

где  $x_{\text{изм}}$  – значение измеряемой величины.

11. Определить погрешность округления отсчета показания:

$$\Delta x_{\text{окр}} = P \frac{h}{2}, \quad (3.25)$$

где  $P$  – доверительная вероятность;  $h$  – интервал округления.

Если отсчет снимается с точностью до целого деления, то интервал округления равен цене деления шкалы прибора; если отсчет округляется до половины деления, интервал округления равен половине цены деления и т. д.

12. Определить относительную погрешность округления:

$$\varepsilon_{\text{окр}} = \frac{\Delta x_{\text{окр}}}{\bar{X}}. \quad (3.26)$$

13. Определить полную погрешность прямого измерения:

$$\Delta x_{\text{полн}} = \sqrt{\Delta x_{\text{сл}}^2 + \Delta x_{\text{си}}^2 + \Delta x_{\text{окр}}^2}. \quad (3.27)$$

14. Определить полную относительную погрешность прямого измерения:

$$\varepsilon_{\text{полн}} = \frac{\Delta x_{\text{полн}}}{\bar{X}} 100\% = \sqrt{\varepsilon_{\text{сл}}^2 + \varepsilon_{\text{си}}^2 + \varepsilon_{\text{окр}}^2}. \quad (3.28)$$

#### Пример обработки результатов прямых измерений.

Пусть секундомером измеряется время  $t$  некоторого определенно-го числа колебаний маятника. В результатах проявляются случайные ошибки, приведенные в нижеследующей таблице. Поэтому проведено десять ( $n = 10$ ) повторных наблюдений времени  $t$ .

Номер измерения	$t$	$\Delta t = t - \bar{t}$
	с	с
1	32,3	-0,22
2	32,8	+0,28
3	32,4	-0,12
4	32,7	+0,18
5	32,4	-0,12
6	32,0	-0,52

7	32,6	+0,08
8	32,9	+0,38
9	32,2	-0,32
10	32,9	+0,38
	$\bar{t} = 32,52$	$\sum_{i=1}^n \Delta t_i = 0$

Определим результат и случайную погрешность измерения.

1. Найдем результат измерения – среднее арифметическое

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = 32,52 \text{ с.}$$

Промежуточные вычисления проводим с большей (на один знак) точностью, чем точность измерений, чтобы избежать заметного влияния ошибок округления. В окончательном ответе последняя ученная цифра отбрасывается.

2. Определим случайные отклонения  $\Delta t_i = t_i - \bar{t}$  всех наблюдений. Значения  $\Delta t_i$  записаны в последнем столбце таблицы.

3. Проверим правильность расчетов, то есть равенство нулю алгебраической суммы всех величин  $\Delta t_i$ . Если  $\sum_{i=1}^n \Delta t_i \neq 0$ , в вычислениях допущена ошибка.

4. В ряду значений  $t_i$  есть заметно отличающееся наблюдение (шестой опыт), которое можно подозревать на промах. Для его проверки рассчитаем среднюю квадратичную погрешность одного наблюдения:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2} = 0,31 \text{ с.}$$

Найдем предельную погрешность наблюдения, то есть погрешность, в три раза превышающую значение величины  $S$ :

$$\Delta t_{пред} = 3S = 0,93 \text{ с.}$$

Проверим наличие промахов, т. е. таких отклонений, модули которых превышают предельную погрешность:  $|\Delta t_i| > \Delta t_{пред}$ . В нашем случае  $|\Delta t| = 0,52 \text{ с} < \Delta t_{пред}$ . Следовательно, промахи отсутствуют. Если бы они были обнаружены, то результаты таких наблюдений надо отбросить и расчет среднего значения  $\bar{t}$  и отклонений  $\Delta t_i$  – произвести заново. Если подозрений на промахи нет, то пп. 4–6 пропускают.

Рассчитаем среднюю квадратичную погрешность измерения:

$$\Delta t_{cl} = t_{n,p} \cdot \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2} = 2,26 \sqrt{\frac{8560 \times 10^{-4}}{10 \times 9}} \text{ с} = 0,22 \text{ с},$$

где коэффициент Стьюдента  $t_{n,p} = 2,26$  найден по таблице для числа наблюдений  $n = 10$  и доверительной вероятности  $P = 0,95$ .

5. Определим относительную погрешность

$$\delta_{cl} = \frac{\Delta t_{cl}}{\bar{t}} 100\% = 0,67\% \approx 0,7\%.$$

Таким образом, получили:

$$\bar{t} = 32,5 \text{ с}; \Delta t_{cl} = 0,2 \text{ с}; \delta_{cl} = 0,7\% \text{ при } P = 0,95.$$

### 3.9. Косвенные измерения

При косвенных измерениях физическая величина  $y$  задается как некоторая функция других величин  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , определяемых путем прямых измерений.

$$Y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n). \quad (3.29)$$

При этом предполагается, что все аргументы  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  являются независимыми и измеряются независимыми способами. Наиболее вероятное значение функции  $Y$ , то есть результат косвенного измерения, получается при подстановке в (3.29.) средних значений аргументов:

$$Y_{изм} = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_n). \quad (3.30)$$

Поскольку каждая из величин  $X_i$  определена с погрешностью, то и величина  $Y_{изм}$  будет вычислена с некоторой погрешностью  $\Delta y$ . Эта погрешность вычисляется по формуле:

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{df}{dx_i} \Delta x_i \right)^2}, \quad (3.31)$$

где  $\Delta x_i$  – погрешности величин  $x_i$ , определенные по правилам (3.16.–3.28) для прямых измерений;  $df/dx_i$  – частные производные функции (3.30) по аргументам, вычисленные при средних значениях  $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_n$ .

Относительная погрешность косвенного измерения вычисляется по формуле:

$$\varepsilon_Y = \frac{\Delta y}{Y} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{Y} \frac{df}{dx_i} \Delta x_i \right)^2}. \quad (3.32)$$

Расчет погрешности косвенного измерения удобно представить в виде граф-схемы (рис. 3.1). В нее входит пять блоков, смысл которых ясен из надписей на рисунке.

Формулы расчета каждого блока.

*Блок 1:*

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \Delta x_{cl.} = t_{n,P} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}; \varepsilon_{cl} = \frac{\Delta x_{cl}}{\bar{X}} 100\%.$$

*Блок 2:* при известном классе точности  $k$  средства измерений;

$$\Delta x_{ci} = \frac{k}{100\%} X_N; \quad \varepsilon_{ci} = \frac{\Delta x_{ci}}{x_{изм}} 100\%.$$

*Блок 3:*

$$\Delta x_{окр} = P \frac{h}{2}; \quad \varepsilon_{окр} = \frac{\Delta x_{окр}}{\bar{X}}.$$

*Блок 4:*

$$\Delta x_{полн} = \sqrt{\Delta x_{cl}^2 + \Delta x_{ci}^2 + \Delta x_{окр}^2}; \quad \varepsilon_{полн} = \frac{\Delta x_{полн}}{\bar{X}} 100\% = \sqrt{\varepsilon_{cl}^2 + \varepsilon_{ci}^2 + \varepsilon_{окр}^2}.$$

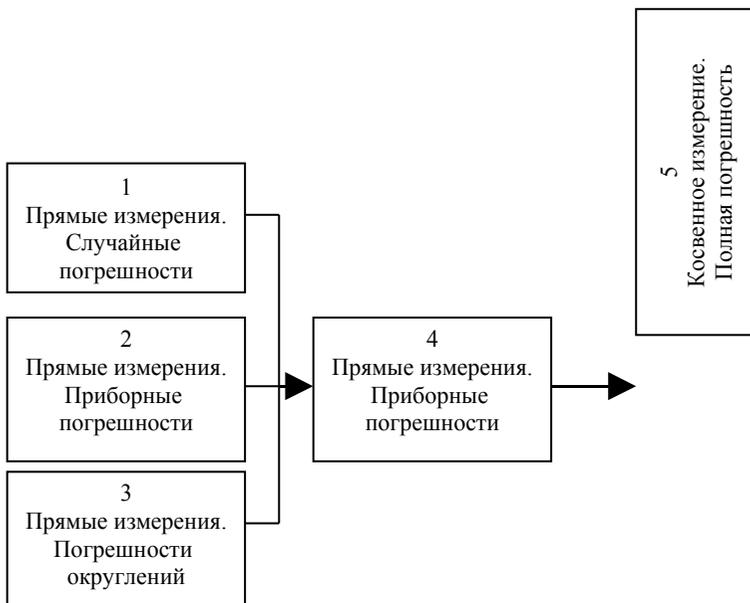


Рис. 3.1. Граф-схема расчета погрешности косвенного измерения

Блок 5:

$$Y_{\text{изм}} = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_n); \Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{df}{dx_i} \Delta x_i\right)^2}; \quad \varepsilon_Y = \frac{\Delta y}{Y} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{Y} \frac{df}{dx_i} \Delta x_i\right)^2}.$$

Абсолютные и относительные погрешности для некоторых математических формул приведены в таблице 3.1. (Приложение).

#### Пример обработки результатов косвенных измерений.

Пусть определяется объем цилиндра  $V = \frac{\pi D^2}{4} H$ , где  $H$  – высота цилиндра;  $D$  – его диаметр. В эту формулу все аргументы входят в виде сомножителей. Поэтому сначала рассчитаем относительную погрешность  $\delta_v = \frac{\Delta V}{V}$ , а затем абсолютную  $\Delta V$ .

В соответствии с (3. 32.)

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = \sqrt{\left(\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial \pi} \Delta \pi\right)^2 + \left(\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial D} \Delta D\right)^2 + \left(\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial H} \Delta H\right)^2}.$$

Здесь число  $\pi$  не считается постоянным, так как в зависимости от степени округления оно будет различным ( $\Delta \pi$  – погрешность, обусловленная округлением).

Найдем производные

$$\frac{\partial V}{\partial \pi} = \frac{D^2 H}{4}, \quad \frac{\partial V}{\partial D} = \frac{\pi D H}{2}, \quad \frac{\partial V}{\partial H} = \frac{\pi D^2}{4},$$

тогда

$$\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial \pi} = \frac{1}{\pi}, \quad \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial D} = \frac{2}{D}, \quad \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial H} = \frac{1}{H},$$

следовательно,

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \pi}{\pi}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2} = \sqrt{\varepsilon_\pi^2 + 4\varepsilon_D^2 + \varepsilon_H^2}.$$

Предположим, что высота цилиндра  $H$  измеряется штангенциркулем, диаметр  $D$  – микрометром. Результаты наблюдений представляются в форме таблицы.

№	$D$	$\Delta D$	$H$	$\Delta H$
	мм	мм	мм	мм
1	6,40	-0,020	20,8	+0,12
2	6,42	0,000	20,4	-0,28
3	6,41	-0,010	20,7	+0,02
4	6,43	+0,010	20,9	+0,22
5	6,44	+0,020	20,5	-0,18
6	6,42	0,000	20,8	+0,12
7	6,41	-0,010	20,5	-0,18
8	6,43	+0,010	20,8	-0,12
9	6,41	-0,010	20,9	+0,22
10	6,43	+0,010	20,5	-0,18

$$\bar{D} = 6,420; \sum_{i=1}^n \Delta D_i = 0; \bar{H} = 20,68; \sum_{i=1}^n \Delta H_i = 0.$$

Для каждой величины находится среднее арифметическое, отклонения от среднего и алгебраическая сумма отклонений. Эти данные также заносятся в таблицу. Случайная погрешность

$$\Delta H_{сл} = t_{n,p} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \Delta H_i^2} = 2,26 \sqrt{\frac{3160 \times 10^{-4}}{10 \times 9}} \text{ мм} = 0,13 \text{ мм}.$$

Здесь коэффициент Стьюдента  $t_{n,P} = 2,26$  определен по таблице для доверительной вероятности  $P = 0,95$  и числа наблюдений  $n = 10$ . Погрешность прибора

$$\Delta H_{np} = \frac{\lambda_P}{3,0} \Delta = \frac{2,0}{3,0} 0,1 \text{ мм} = 0,067 \text{ мм}.$$

Коэффициент  $\lambda_P = \lambda_{0,95} = 2,0$ . Предельная абсолютная погрешность штангенциркуля  $\Delta = 0,1$  мм. Погрешность округления

$$\Delta H_{окр} = P \frac{h}{2} = 0,95 \frac{0,1}{2} \text{ мм} = 0,048 \text{ мм}.$$

Отсчет по нониусу штангенциркуля округлялся до целого деления, поэтому интервал округления  $h = 0,1$  мм. Полная погрешность

$$\Delta H = \sqrt{\Delta H_{сл}^2 + \Delta H_{np}^2 + \Delta H_{окр}^2} = 0,16 \text{ мм}.$$

При вычислении величины  $\Delta H$  погрешностями  $\Delta H_{np}$  и  $\Delta H_{окр}$  можно было бы пренебречь: полная погрешность  $\Delta H$  при этом изменилась бы несущественно (0,13 мм вместо 0,16 мм). Относительная погрешность

$$\varepsilon_H = \frac{\Delta H}{H} 100\% = 0,77\%.$$

Аналогично рассчитываются погрешности по величине  $D$ :

$$\Delta D_{сл} = 2,26 \sqrt{\frac{14 \times 10^{-9}}{10 \times 9}} \text{ мм} = 0,0090 \text{ мм},$$

$$\Delta D_{np} = 0,0027 \text{ мм},$$

$$\Delta D_{окр} = 0,0048 \text{ мм},$$

$$\Delta D = 0,011 \text{ мм},$$

$$\varepsilon_D = \frac{\Delta D}{D} 100\% = 0,17\%.$$

Для того чтобы погрешностью  $\Delta \pi / \pi$  можно было бы пренебречь, необходимо число  $\pi$  использовать с четырьмя значащими цифрами:  $\pi = 3,142$ .

Тогда  $\Delta \pi < 0,0005$  и  $\varepsilon_{\pi} = \frac{\Delta \pi}{\pi} 100\% < 0,02\%$ , то есть на порядок меньше остальных погрешностей. В этом случае относительная погрешность косвенного измерения

$$\varepsilon_V = \sqrt{4\varepsilon_D^2 + \varepsilon_H^2} = 0,84\% \approx 0,8\%.$$

Объем цилиндра  $V_{изм} = \frac{1}{4} \pi \overline{D}^2 \overline{H} = 670 \text{ мм}^3$  (точность, с которой вычислен объем, определяется точностью сомножителей  $D$  и  $H$  – до трех значащих цифр). Абсолютная погрешность

$$\Delta V = \frac{\varepsilon_H V_{изм}}{100\%} = 5,6 \text{ мм}^3 \approx 6 \text{ мм}^3.$$

Результат измерения:

$$V = (670 - 6) \text{ мм}^3; \varepsilon_V = 0,8\%; P = 0,95.$$

### 3.10. Обработка результатов совокупных и совместных измерений

Напомним определение понятий совокупных и совместных измерений (гл. 1).

*Совокупные измерения* – одновременно производимые измерения нескольких однородных величин с определением значения искомой величины путем решения системы уравнений.

*Совместными измерениями* называются измерения нескольких неоднородных физических величин с целью определения зависимости между ними.

Оба вида измерений имеют много общего, так как и при совокупных, и при совместных измерениях значения искомой величины приходится находить из системы уравнений. Поэтому чаще всего при обработке результатов измерений этих видов, при нахождении оценок истинных значений искомых величин применяется метод наименьших квадратов.

Рассмотрим случай, когда необходимо в предположении линейности функции преобразования средства измерения вида

$$y = a + bx \tag{3.33}$$

оценить экспериментально полученные параметры  $a$  и  $b$ , значения которых наилучшим образом соответствовали бы этой функции. Измерительный эксперимент при этом заключается в следующем. На вход исследуемого измерительного прибора, например, подается эталонное, известное электрическое напряжение  $x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$ . На выходе средства из-

мерения каждому из указанных значений входных величин соответствуют измеренные значения  $y_1, \dots, y_i, \dots, y_n$ . Применим метод наименьших квадратов, который предполагает, что значения аргументов  $x_i$  точно известны. Величины  $(x_i, y_i; i = 1, \dots, n)$  являются однородными, то есть если на вход прибора подается электрическое напряжение, то на выходе регистрируется также электрическое напряжение.

Таким образом, в данном примере мы имеем один из частных случаев совокупных измерений, если рассматривать параметр  $a$  как измеряемый.

Продифференцируем (3.33) по  $a$  и  $b$ :

$$\frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial a} = 1; \left( \frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial a} \right)_i = 1; \frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial b} = x_i; \left( \frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial b} \right)_i = x_i,$$

где, например,  $\left( \frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial a} \right)_i$  – значение частной производной функции  $\varphi(\bullet)$  по параметру  $a$  в точке  $x_i$ .

Подставляя полученные значения в систему нормальных уравнений (3.5), имеем:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n [y_i - (bx_i + a)]x_i &= 0; \\ \sum_{i=1}^n [y_i - (bx_i + a)] &= 0. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Раскрывая скобки и суммируя, найдем:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i y_i - b \sum_{i=1}^n x_i^2 - a \sum_{i=1}^n x_i &= 0; \\ \sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i - na &= 0. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Из второго уравнения (3.35) можно определить искомое значение  $a$  и подставив его в первое уравнение найти значение  $b$ .

Таким образом, применяя метод наименьших квадратов, решая систему уравнений (3.35) можно определить числовой параметр  $a$  и безразмерный параметр  $b$ .

В большинстве встречающихся в измерительной практике нелинейных зависимостей функций преобразования их стремятся привести к линейным зависимостям или заменой переменных или подбором линейной комбинации известных функций.

Например, переход нелинейной показательной функции вида  $y = ae^{bx}$  с помощью введения переменной  $y' = \ln y$  линейной функции

$y' = \ln a + bx$ . В этом случае мы приходим к решению задачи, рассмотренной выше.

В некоторых случаях приходится пользоваться нелинейными функциями преобразования. Например, известно, что сопротивление терморезисторов имеет зависимость от температуры вида:

$$R_t = R_{20} + b(t - 20) + a(t - 20)^2, \quad (3.36)$$

где  $R_t$  – сопротивление при температуре  $t(^{\circ}C)$ ;  $R_{20}$  – сопротивление при температуре  $t=20^{\circ}C$ ;  $a$  и  $b$  – параметры.

Данный пример иллюстрирует случай совместных измерений, так как параметры  $a$  и  $n$  неоднородны (параметр  $R$  измеряется в Ом, параметр  $a$  – в Ом/ $(^{\circ}C)^2$ , параметр  $b$  – в Ом/ $^{\circ}C$ ).

Измерительную задачу можно сформулировать следующим образом: при изменении температуры в некотором числе точек  $n$  шкалы Цельсия, в каждой из которых температура измеряется с помощью высокоточного термометра, одновременно измеряется и значение сопротивления терморезистора  $R_t$ . Параметры  $R_{20}$ ,  $a$ ,  $b$  являются искомыми. Обозначая  $R_t = y$ ,  $R_{20} = c$ ,  $(t-20) = x$ , получим уравнение параболы второго порядка;  $y = ax^2 + bx + c$ .

С помощью метода наименьших квадратов требуется подобрать параметры  $a$ ,  $b$ ,  $c$  так, чтобы они наилучшим образом соответствовали экспериментальной зависимости, полученной при измерениях. В данном случае:  $y = \varphi(x; a, b, c) = ax^2 + bx + c$ . С целью получения системы нормальных уравнений (3.5) произведем дифференцирование функции  $y = \varphi(\bullet)$  по  $a$ ,  $b$  и  $c$ :

$$\frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial a} = x^2; \left( \frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial a} \right)_i = x_i^2; \frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial b} = x; \left( \frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial b} \right)_i = x_i; \frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial c} = 1; \left( \frac{\partial \varphi(\bullet)}{\partial c} \right)_i = 1.$$

Подставляя полученные значения в уравнения (3.5), запишем:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)]x_i^2 &= 0; \\ \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)]x_i &= 0; \\ \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)] &= 0. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Раскроем скобки, произведем суммирование и получим систему уравнений:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n x_i^2 y_i - a \sum_{i=1}^n x_i^4 - b \sum_{i=1}^n x_i^3 - c \sum_{i=1}^n x_i^2 &= 0; \\
\sum_{i=1}^n x_i y_i - a \sum_{i=1}^n x_i^3 - b \sum_{i=1}^n x_i^2 - c \sum_{i=1}^n x_i &= 0; \\
\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i^2 - b \sum_{i=1}^n x_i - c &= 0.
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Решение системы уравнений (3.38) довольно громоздко, но при сравнительно небольшом числе  $n$  измерений (менее 10) система просто решается последовательным исключением неизвестных параметров  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Вместе с тем увеличение числа измерений позволяет повысить точность подбора этих параметров.

### 3.11. Методы подбора эмпирических формул

В процессе экспериментальных исследований получается статистический ряд измерений двух величин, когда каждому значению функции  $y_1, y_2, \dots, y_n$  соответствует определенное значение аргумента  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

На основе экспериментальных данных можно подобрать алгебраические выражения функции

$$y = f(x), \tag{3.39}$$

которые называют эмпирическими формулами. Такие формулы подбираются лишь в пределах измеренных значений аргумента  $x_1 - x_n$  и имеют тем большую ценность, чем больше соответствуют результатам эксперимента.

Необходимость в подборе эмпирических формул возникает во многих случаях. Так, если аналитическое выражение (3.39) сложное, требует громоздких вычислений, составления программ для ЭВМ или вообще не имеет аналитического выражения, то эффективнее пользоваться упрощенной приближенной эмпирической формулой.

Эмпирические формулы должны быть по возможности наиболее простыми и точно соответствовать экспериментальным данным в пределах изменения аргумента. Таким образом, эмпирические формулы являются приближенными выражениями аналитических формул. Замену точных аналитических выражений приближенными, более простыми называют аппроксимацией, а функции – аппроксимирующими.

Процесс подбора эмпирических формул состоит из двух этапов:

*I этап.* Данные измерений наносят на сетку прямоугольных координат, соединяют экспериментальные точки плавной кривой и выбирают ориентировочно вид формулы.

*II этап.* Вычисляют параметры формул, которые наилучшим образом соответствовали бы принятой формуле. Подбор эмпирических формул необходимо начинать с самых простых выражений. Так, результаты измерений многих явлений и процессов аппроксимируются простейшими эмпирическими уравнениями типа

$$y = a + bx, \quad (3.40)$$

где  $a$ ,  $b$  – постоянные коэффициенты.

Поэтому при анализе графического материала необходимо по возможности стремиться к использованию линейной функции. Для этого применяют метод выравнивания, заключающийся в том, что кривую, построенную по экспериментальным точкам, представляют линейной функцией.

Для преобразования некоторой кривой (3.39) в прямую линию вводят новые переменные:

$$X = f_1(x, y), \quad Y = f_2(x, y). \quad (3.41)$$

В искомом уравнении они должны быть связаны линейной зависимостью

$$Y = a + bX. \quad (3.42)$$

Значения  $X$  и  $Y$  можно вычислить на основе решения системы уравнений (3.41). Далее строят прямую (рис. 3.1), по которой легко графически вычислить параметры  $a$  (ордината точки пересечения прямой с осью  $Y$ ) и  $b$  (тангенс угла наклона прямой с осью  $X$ ):  $b = \operatorname{tg} \alpha = (Y_i - a) / X_i$ .

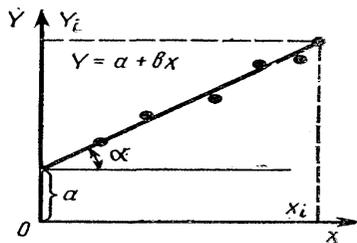


Рис. 3.1. Графическое определение параметров  $x$  и  $y$ .

При графическом определении параметров  $a$  и  $b$  обязательно, чтобы прямая (3.40 10.26) строилась на координатной сетке, у которой началом является точка  $Y = 0$  и  $X = 0$ . Для расчета необходимо точки  $Y_i$  и  $X_i$  принимать на крайних участках прямой.

Для определения параметров прямой можно применить также другой графический метод. В уравнение (3.42) подставляют координаты двух крайних точек, взятых с графика. Получают систему двух уравнений, из которых вычисляют  $a$  и  $b$ .

После установления параметров  $a$  и  $b$  получают эмпирическую формулу (3.40), которая связывает  $Y$  и  $X$ , позволяет установить функциональную связь между  $x$  и  $y$  и эмпирическую зависимость (3.39).

Линеаризацию кривых можно легко осуществить на полу- или логарифмических координатных сетках, которые сравнительно широко применяются при графическом методе подбора эмпирических формул.

Пример. Подобрать эмпирическую формулу следующих измерений:

12,1	19,2	25,9	33,3	40,5	46,4	54,0
1	2	3	4	5	6	7

Графический анализ этих измерений показывает, что в прямоугольных координатах точки хорошо ложатся на прямую линию и их можно выразить зависимостью (3.40). Выбираем координаты крайних точек и подставляем в (3.40). Тогда  $A_0 + 7A_1 = 54,0$ ;  $A_0 + A_1 = 12,1$ , откуда  $A_1 = 41,9 : 6 = 6,98$  и  $A_0 = 12,10 - 6,98 = 5,12$ . Эмпирическая формула примет вид  $y = 5,12 + 6,98 A_1$ .

Таким образом, аппроксимация экспериментальных данных прямыми функциями позволяет просто и быстро установить вид эмпирических формул.

Графический метод выравнивания может быть применен в тех случаях, когда экспериментальная кривая на сетке прямоугольных координат имеет вид плавной кривой. Так, если экспериментальный график имеет вид, показанный на рис. 3.2,а, то необходимо применить формулу

$$y = ax^b. \quad (3.43)$$

Заменяя  $X = \lg x$  и  $Y = \lg y$ , получим  $Y = \lg a + bX$ . При этом экспериментальная кривая превращается в прямую линию на логарифмической сетке. Если экспериментальный график имеет вид, показанный на рис. 3.2,б, то целесообразно использовать выражение

$$y = ae^{bx}. \quad (3.44)$$

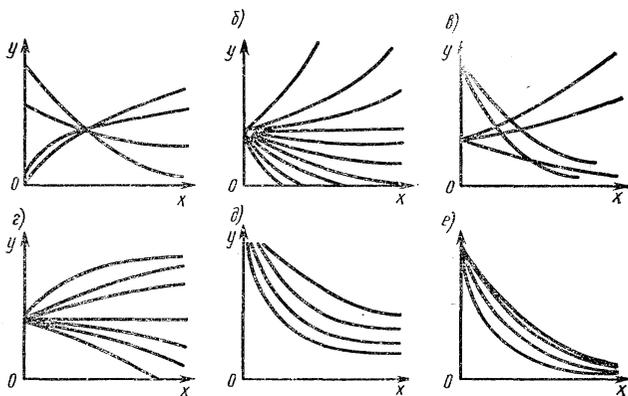


Рис. 3.2. Основные виды графиков эмпирических формул

При замене  $Y = \lg y$  получим  $Y = \lg a + bx \lg e$ . Здесь экспериментальная кривая превращается в прямую линию на полулогарифмической сетке. Если экспериментальный график имеет вид, представленный на рис. 3.2,в, то эмпирическая формула принимает вид

$$y = c + ax^b. \quad (3.45)$$

Если  $b$  задано, то надо принять  $X = x^b$ , и тогда получим прямую линию на сетке прямоугольных координат  $y = c + aX$ .

Если же  $b$  неизвестно, то надо принять  $X = \lg x$  и  $Y = \lg (y - c)$ , в этом случае будет прямая линия, но на логарифмической сетке  $Y = \lg a + bX$ .

В последнем случае необходимо предварительно вычислить  $c$ . Для этого по экспериментальной кривой принимают три произвольные точки  $x_1, y_1; x_2, y_2$  и  $x_3 = \sqrt{x_1 x_2}, y_3$  и вычисляют  $c$  в виде отношения

$$c = \frac{y_1 y_2 - y_3^2}{y_1 + y_2 - 2y_3}. \quad (3.46)$$

Если экспериментальный график имеет вид, показанный на рис. 3.2,г, то нужно пользоваться формулой

$$y = c + ae^{bx}. \quad (3.47)$$

Путем замены  $Y = \lg (y - c)$  можно построить прямую на полулогарифмической сетке:

$$Y = \lg a + bx \lg e,$$

где  $c$  предварительно определено с помощью формулы (3.46). В этом случае  $x_3 = 0,5 (x_1 + x_2)$ .

Если экспериментальный график имеет вид, представленный на рис. 3.2,д, то применяется выражение

$$y = a + b/x. \quad (3.48)$$

Путем замены  $x = 1/z$  можно получить прямую линию на сетке прямоугольных координат

$$y = a + bz.$$

Если график имеет вид, соответствующий кривым на рис. 3.2,е, то используют формулу

$$Y = 1/(a + bx). \quad (3.49)$$

Если принять  $y = 1/z$ , то  $z = a + bx$ , т.е. прямая на сетке прямоугольных координат. Аналогично, уравнению

$$y = \frac{1}{a + bx + cx^2} \quad (3.50)$$

путем замены  $y = 1/z$  можно придать вид  $z = a + bx + cx^2$ .

Сложную степенную функцию

$$y = ae^{nx+mx^2} \quad (3.51)$$

можно преобразовать в более простую. При  $\lg y = z$ ;  $\lg a = p$ ;  $n \lg e = q$ ,  $m \lg e = r$  получается зависимость

$$z = p + qx + rx^2.$$

С помощью приведенных на рис. 3.2 графиков и выражений (3.43)–(3.51) можно практически всегда подобрать уравнение эмпирической формулы.

Пусть, например, необходимо подобрать эмпирическую формулу для следующих измерений:

1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
15,2	20,6	27,4	36,7	49,2	66,0	87,4	117,5.

На основе этих данных строится график (рис. 3.3,а), соответствующий кривым (3.44) (рис. 3.2,б).

После логарифмирования выражения (3.44)  $\lg y = \lg a + bx \lg e$ . Если обозначить  $\lg y = Y$ , то  $Y = \lg a + bx \lg e$ , т.е. в полулогарифмических координатах выражение для  $Y$  представляет собой прямую линию (рис. 3.3,б). Подстановка в уравнение координат крайних точек дает  $\lg 15,2 = \lg a + b \lg e$  и  $\lg 117,5 = \lg a + 4,5 b \lg e$ .

Следовательно,

$$\lg a + b \lg e = 1,183,$$

$$\lg a + 4,5b \lg e = 2,070,$$

откуда  $b = 0,887/(3,5 \lg e) = 0,579$ ;  $\lg a = 1,183 - 0,254 = 0,929$ ;  $a = 1,85$ . Окончательно эмпирическая формула получит вид  $y = 1,85 \times e^{0,579x}$ .

При подборе эмпирических формул широко используются полиномы



Число точек, то есть число уравнений, должно быть не меньше числа коэффициентов  $A$ , что позволит их вычислить путем решения системы (3.53).

Разбивают систему начальных уравнений (3.53) последовательно сверху вниз на группы, число которых должно быть равно количеству коэффициентов  $A_0$ . В каждой группе складывают уравнения и получают новую систему уравнений, равную количеству групп (обычно 2–3). Решая систему, вычисляют коэффициенты  $A$ .

Метод средних обладает высокой точностью, если число точек достаточно велико (не менее 3–4). Однако степень точности можно повысить, если начальные условия сгруппировать по 2–3 варианта и вычислить для каждого варианта эмпирическую формулу. Предпочтение следует отдать той формуле, у которой  $\sum \varepsilon^2 = \min$ .

Пусть, например, выполнено семь измерений:

4	5	6	7	8	9	10
10,2	6,7	4,8	3,6	2,7	2,1	1,7.

Для подбора эмпирической формулы можно выбрать полином

$$y = A_0 + A_1x + A_2x^2.$$

Путем подстановки в это уравнение значений измерений систему начальных уравнений можно разделить на три группы: 1–2, 3–4; 5–7 в виде:

- 1)  $A_0 + 4A_1 + 16A_2 - 10,2 = \varepsilon_1$ ;
- 2)  $A_0 + 5A_1 + 25A_2 - 6,7 = \varepsilon_2$ ;
- 3)  $A_0 + 6A_1 + 36A_2 - 4,8 = \varepsilon_3$ ;
- 4)  $A_0 + 7A_1 + 49A_2 - 3,6 = \varepsilon_4$ ;
- 5)  $A_0 + 8A_1 + 64A_2 - 2,7 = \varepsilon_5$ ;
- 6)  $A_0 + 9A_1 + 81A_2 - 2,1 = \varepsilon_6$ ;
- 7)  $A_0 + 10A_1 + 100A_2 - 1,7 = \varepsilon_7$ .

Сложение уравнений в каждой подгруппе дает:

1-я группа  $2A_0 + 9A_1 + 41A_2 = 16,9$ ;

2-я группа  $2A_0 + 13A_1 + 85A_2 = 8,4$ ;

3-я группа  $3A_0 + 27A_1 + 24A_2 = 6,5$ .

Определение из этих выражений коэффициентов  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_2$  приводит к эмпирической формуле

$$y = 26,168 - 5,2168x + 0,2811x^2.$$

Метод средних квадратов может быть применен для различных кривых после их выравнивания. Пусть, например, имеется восемь измерений:

3	6	9	12	15	18	21	24
57,6	41,9	31,0	22,7	16,6	12,2	8,9	6,5.

Анализ кривой в системе прямоугольных координат дает возможность применить формулу (3.44)

$$y = ae^{-bx}.$$

Произведем выравнивание путем замены переменных  $Y = \lg y$ ,  $X = x/2,303$ . Тогда  $Y = A + BX$ , где  $A = \lg a$ ,  $B = b$ . Так как необходимо определить два параметра, то все измерения делятся на две группы по четыре измерения. Это приводит к уравнениям:

$$\begin{aligned} 1,7604 &= A + \frac{3}{2,303}B; & 1,2201 &= A + \frac{15}{2,303}B; \\ 1,6222 &= A + \frac{6}{2,303}B; & 1,0864 &= A + \frac{18}{2,303}B; \\ 1,4914 &= A + \frac{9}{2,303}B; & 0,9494 &= A + \frac{21}{2,303}B; \\ 1,3560 &= A + \frac{12}{2,303}B; & 0,8129 &= A + \frac{24}{2,303}B; \\ \hline 6,2300 &= 4A + \frac{30}{2,303}B; & 4,0688 &= 4A + \frac{78}{2,303}B. \end{aligned}$$

После суммирования по группам можно получить систему двух уравнений с двумя неизвестными  $A$  и  $B$ , решение которых дает:  $A = 1,8952$ ;  $a = 78,56$ ;  $B = -0,1037$ ;  $b = -0,1037$ ; окончательно  $y = 78,56 e^{-0,1037x}$

Хорошие результаты при определении параметров заданного уравнения дает использование метода наименьших квадратов, суть которого заключается в том, что если все измерения функций  $y_1, y_2, \dots, y_n$  произведены с одинаковой точностью и распределенные величины ошибок измерения соответствуют нормальному закону, то параметры исследуемого уравнения определяются из условия, при котором сумма квадратов отклонений измеренных значений от расчетных принимает наименьшее значение. Для нахождения неизвестных параметров  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  необходимо решить систему линейных уравнений:

$$y_i = a_1 x_i + a_2 u_i + \dots + a_n z_i;$$

$$y_2 = a_1 x_2 + a_2 u_2 + \dots + a_n z_2; \quad (3.54)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$y_n = a_1 x_m + a_2 u_m + \dots + a_n z_m,$$

где  $y_1, \dots, y_n$  – частные значения измеренных величин функции  $y$ ;  $x, u, z$  – переменные величины. Эту систему приводят к системе линейных уравнений путем умножения каждого уравнения соответственно на  $x_1 \dots x_m$  и последующего их сложения, затем умножения соответственно на  $u_1, \dots, u_m$ . Это позволяет получить так называемую систему нормальных уравнений:

$$\sum_1^m yx = a_1 \sum_1^m xx + a_2 \sum_1^m xu + \dots + a_n \sum_1^m xz ;$$

$$\sum_1^m yu = a_1 \sum_1^m ux + a_2 \sum_1^m uu + \dots + a_n \sum_1^m uz ; \quad (3.55)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\sum_1^m yz = a_1 \sum_1^m zx + a_2 \sum_1^m zu + \dots + a_n \sum_1^m zz ,$$

решение которой и дает искомые коэффициенты.

Пусть, например, необходимо определить коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$  в уравнении  $k_p = a_1 + a_2 u$ . Поскольку требуется определить два параметра, то система уравнений может быть представлена в виде двух уравнений  $y = a_1 x_1 + a_2 x_2$  и  $yu_2 = a_2 x_1 u_2 + a_2 u_2^2$ , где  $y = k_p$ ;  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = u$ .

Поскольку уравнения линейные, можно ограничиться четырьмя сериями опытов. Если они сведены в табл., то систему нормальных уравнений можно записать в виде  $5,48 = 4a_1 - 1100a_2$ ;  $1519 = 1100a_1 + 307350a_2$ , решение которых дает  $a_1 = 0,78$ ;  $a_2 = 0,0025$ .

Результаты опытов

$u_2$	$y = k_p$	$u^2$	$yx$
230	1,26	52900	289,8
255	1,32	65025	336,6
295	1,40	87025	413,0
320	1,50	102400	480,0
1100	5,48	307350	1519,4

Следовательно, эмпирическая формула получит вид  $k_p = 0,78 + 0,0025 u$ .

Метод наименьших квадратов обеспечивает достаточно надежные результаты. При этом степень точности коэффициентов  $A$  в (3.52) должна быть такой, чтобы вычисленные значения  $y$  совпадали со значениями в исходных табличных значениях. Это требует вычислять значения  $A$  тем точнее, чем выше индекс  $A$ , то есть  $A_1$  должно быть точнее (больше число десятичных знаков), чем  $A_3$ ;  $A_3$  – точнее, чем  $A_2$ , и т.д. Для вычисления коэффициентов  $A$  методом наименьших квадратов необходимо пользоваться типовыми программами для ЭВМ.

### 3.12. Стандартные формы представления результатов измерений

Результат измерения пригоден для дальнейшего использования лишь тогда, когда помимо измеренного значения физической величины в нем указывается и значение погрешности. Как правило, на производстве измерения проводят однократно, а точность полученного результата оценивают по нормируемым метрологическим характеристикам используемых средств измерений.

При более точных измерениях должны вычисляться как абсолютные, так и относительные погрешности результата измерения. Абсолютная погрешность необходима для округления результата и его правильной записи. Относительная погрешность нужна для однозначной сравнительной характеристики его точности. В общем случае, суммарная погрешность результата измерения содержит как систематическую, так и случайную составляющие погрешности:

$$\Delta = \Delta_c + \overset{0}{\Delta} . \quad (3.56)$$

Если систематическая и случайная составляющие погрешности не разделены, то в соответствии с ГОСТ 8.011-72 («Показатели точности и формы представления результатов измерений») записывают в виде  $x, \Delta$  от  $\Delta_{нижн}$  до  $\Delta_{верхн}, P$ , где  $x$  – результат измерения в единицах измеряемой величины;  $\Delta, \Delta_{нижн} = \Delta_{г.нижн}$ ,  $\Delta_{верхн} = \Delta_{г.верхн}$  – соответственно погрешность измерения с нижней и верхней ее границами;  $P$  – доверительная вероятность.

Таким образом, результат измерений записывается вместе с погрешностью и доверительной вероятностью (интервально-вероятностная форма представления результата измерений):

$$X = (\bar{X} \pm \Delta x); P; \varepsilon .$$

Точную оценку действительного значения измеряемой величины при равноточных измерениях можно получить только путем статистической обработки группы результатов измерений.

Для обеспечения сопоставимости результатов измерений ГОСТ 8.011-72 – устанавливает единообразные показатели точности измерений в одной из четырех форм:

1. Интервал, в котором находится суммарная погрешность с заданной вероятностью:

$$\Delta_{\Sigma} \rightarrow P.$$

2. Интервал, в котором находится систематическая погрешность с заданной вероятностью:

$$\Delta_c \rightarrow P_c.$$

3. Законы распределения систематической и случайной погрешностей:

$$\Delta_c \rightarrow f_{\Delta_c}^0(x); \Delta \rightarrow f_{\Delta}^0(x).$$

Числовые характеристики систематической и случайной погрешностей:

$$\Delta_c; \Delta \rightarrow m_{\Delta_c}; \sigma_{\Delta_c}; \sigma_{\Delta}.$$

Показатели точности в зависимости от потребности могут даваться с различной полнотой информации.

ГОСТ 8.011-72 предусматривает четыре формы представления результатов измерений:

$$1. X, \text{ от } \Delta_{\text{нижн}} \text{ до } \Delta_{\text{верхн}}; P,$$

где  $X$  – результат измерения.

Если  $P$  не указывается, то имеется в виду  $P=0,95$  – техническая вероятность.

Показатель точности результата измерений выражен интервально-вероятностной оценкой  $\Delta_n - \Delta_B$ .

$$220 B; \Delta \text{ от } -2B \text{ до } +2B; P=0,90.$$

$$2. X; \Delta_c \text{ от } \Delta_{\text{сн}} \text{ до } \Delta_{\text{св}}; P_c; f_{\Delta}^{\text{см}}(x); \sigma_{\Delta},$$

где  $f_{\Delta}^{\text{см}}(x)$  – стандартная аппроксимация случайной погрешности.

В этом случае систематическая погрешность выражена интервально-вероятностной оценкой, а случайная погрешность оценена полной вероятностной оценкой.

Такая форма рекомендуется, когда контролируется партия и поток продукции на качество.

164 кг;  $\Delta_c$  от 3кг до 5кг;  $P=0,9$ ; равномерный;  $\sigma_{\Delta} \leq 2кг$ .

$$3. X; f_{\Delta_c}^{cm}(x); \sigma_{\Delta_c}; f_{\Delta_0}^{cm}(x); \sigma_{\Delta_0},$$

где  $X$  – результат измерения;  $f_{\Delta_c}^{cm}(x)$  – стандартная аппроксимация систематической погрешности;  $\sigma_{\Delta_c}$  – среднее квадратическое отклонение систематической погрешности и т. д.

127В; трапецевидный;  $\sigma_{\Delta_c} \leq 5B$ ; равномерный;  $\sigma_{\Delta_0} \leq 2B$ .

$$4. X; f_{\Delta_c}(x); f_{\Delta_0}(x).$$

Наиболее информативная форма, поскольку в нее входят экспериментально полученные законы распределения случайных величин.

$f_{\Delta_c}(x)$  – реальный закон распределения систематической погрешности;  $f_{\Delta_0}(x)$  – реальный закон распределения случайной погрешности.

Экспериментальные законы распределения случайных величин могут задаваться таблицами, графиками или формулами. Эта форма применяется при тщательных метрологических исследованиях, когда замена экспериментального закона распределения на стандартную аппроксимацию существенно искажает результат измерения.

Примеры записи результатов измерений.

1. Результат измерений записывается вместе с погрешностью и доверительной вероятностью (интервально-вероятностная форма представления результата измерений).

$$X = (\bar{X} \pm \Delta x); P; \varepsilon.$$

2. При записи погрешности ограничиваются одной значащей цифрой.

Правильно:

$$m = (9,4 \pm 0,2) г$$

Неправильно:

$$m = (9,4 \pm 0,23) г$$

3. Если в погрешности первая значащая цифра единица, то после нее сохраняется еще одна.

Правильно:

$$m = (9,43 \pm 0,12) г$$

Неправильно:

$$m = (9,43 \pm 0,1) г$$

4. Последняя цифра результата и последняя цифра его абсолютной погрешности должны принадлежать к одному и тому же десятичному разряду.

Правильно:

$$\rho = (1,83 \pm 0,22) г/см^3$$

Неправильно:

$$\rho = (1,83 \pm 0,2) г/см^3$$

5. Если в результате измерений содержится множитель вида  $10^n$ , то показатель степени  $n$  и в его абсолютной погрешности должен быть одинаковым.

Правильно:  $R = (5,43 \pm 0,33) \times 10^6 \text{ Ом}$       Неправильно:  $R = (5,43 \times 10^6 \pm 0,33 \times 10^6) \text{ Ом}$

6. Измеренная величина и ее абсолютная погрешность выражаются в одних единицах измерений.

Правильно:  $I = (0,643 \pm 0,003) \text{ А}$       Неправильно:  $I = (0,643 \text{ А} \pm 3 \text{ мА})$

### 3.13. Графическое представление результатов измерений

При обработке результатов измерений широко используются методы графического изображения, так как результаты измерений, представленные в табличной форме, иногда не позволяют достаточно наглядно характеризовать закономерности изучаемых процессов. *Графическое изображение* дает наиболее наглядное представление о результатах эксперимента, позволяет лучше понять физическую сущность исследуемого процесса, выявить общий характер функциональной зависимости изучаемых переменных величин, установить наличие максимума или минимума функции.

Графические методы обработки результатов измерений отличаются простотой и наглядностью. Этими методами можно решать самые разнообразные задачи:

- находить значения физических величин (графическое интерполирование и экстраполирование);
- выявлять характер функциональной зависимости между величинами;
- обнаруживать и устанавливать различные особенности (максимумов, минимумов, точек перегиба и т. д.);
- находить значения различных параметров;
- сопоставлять экспериментальные данные с теорией;
- выполнять дифференцирование и интегрирование;
- решать уравнения;
- легко и быстро обнаружить грубые ошибки (промахи).

Для графического изображения результатов измерений, как правило, применяют систему прямоугольных координат. График выражает изменение одной величины в зависимости от изменения другой. Переменную величину  $X$  называют функцией другой переменной величины  $Y$ , если каждому значению  $Y$  (из некоторой области) поставлено в соот-

ветствие вполне определенное значение величины  $X$ . В основе понятия функциональной зависимости лежит полная определенность соответствия между переменными величинами.

Графиком функции (в декартовой системе координат) называют геометрическое место точек, абсциссы которых являются аргументами (значениями независимой переменной), и откладываются по оси  $X$ , а значения функции (зависимой величины) откладываются по оси ординат –  $Y$ .

Например, при изучении вольт-амперной характеристики резистора, то есть функциональной зависимости силы тока от  $I$  в резисторе от приложенного к нему напряжения  $U$  ( $I=f(U)$ ), по оси ординат откладывают силу тока  $I$ , а по оси абсцисс – напряжение  $U$ . Для того, чтобы правильно построить график необходимо руководствоваться определенными правилами.

1. Масштаб графика должен выбираться таким образом, чтобы наименьшее расстояние, отсчитываемое по графику, было бы не меньше наибольшей абсолютной погрешности измерения и все измеренные точки располагались на всей площади графика. Иногда, для большей наглядности, удобнее выбирать разные масштабы на координатных осях, но желательно, чтобы расстояния по оси между наибольшими и наименьшими значениями одной величины отличались не более чем в два раза от такого же масштаба другой величины на соответствующей ей оси. Оптимальным по точности для обеих осей одновременно будет наклон основной части кривой под углом, близким к углу  $45^\circ$ .

2. Оси графика должны иметь ясные, четкие обозначения наименования величин и их единицы измерения. На осях необходимо указать, какая физическая величина и в каком масштабе на ней отложена. Рядом с делениями, на выбранных расстояниях, должны быть нанесены цифры, позволяющие установить значения, соответствующие делениям шкалы.

Например, если некоторая величина  $N$  изменяется в диапазоне  $[3,6 \times 10^{-5}; 8,6 \times 10^{-5}]$ , то по соответствующей оси при построении графика вместо величины удобно откладывать величину, в  $10^{+5}$  раз большую, то есть  $N \times 10^{+5}$ . У соответствующей оси в этом случае указывают обозначение  $N \times 10^{+5}$ .

3. На каждой из осей приводят только тот интервал изменения соответствующей величины, в котором велось исследование. При этом пересечение координатных осей не обязательно должно совпадать с нулевыми значениями  $X$  и  $Y$ .

Например, при изучении зависимости сопротивления проводника от температуры, проводник нагревали от  $22,5$  до  $75,5$  °C. При этом со-

противление проводника изменялось от 122,6 до 97,3 Ом. Следовательно, по оси ординат достаточно отложить интервал [97,0; 122,0] Ом, а по оси абсцисс – интервал [22,0; 76,0] °С.

4. На координатной сетке следует отмечать не экспериментальную точку, а область значений аргумента и функции, которая определяется их абсолютными погрешностями. На графике это можно изобразить горизонтальными и вертикальными отрезками разной длины, пересекающимися в экспериментальной точке. Длина каждого отрезка должна соответствовать абсолютной погрешности аргумента и функции, в выбранном масштабе.

5. Через экспериментальные точки всегда следует проводить самую простую кривую, без изгибов и переломов, так, чтобы она располагалась возможно ближе ко всем точкам и по обе ее стороны оказывалось приблизительно равное их количество. Не следует стремиться проводить кривую через каждую точку, отклонение точки от кривой отражает наличие погрешности, это объективный и закономерный факт. Любая особенность на графике (максимум, минимум, точка перегиба, резкое изменение кривизны) должна быть тщательно обоснована и объяснена.

6. Если на одном графике построено несколько кривых, то используют различные линии (сплошные, штриховые, разноцветные) или отмечают экспериментальные точки различными значками (кружок, крестик, квадрат и т. д.). Каждой кривой присваивается номер, а на свободном поле графика указывается название, обозначение, цифровое значение и единицу параметра.

7. Для того чтобы график наиболее четко отражал характерные особенности изучаемой зависимости, иногда удобнее пользоваться функциональными масштабами, полулогарифмической или логарифмической шкалами. Такие координаты удобны для графического изображения функций, имеющих показательный вид. Полулогарифмическая система координат – это прямоугольная система координат, по одной оси которой отложен равномерный масштаб, а по второй – логарифмический. Полулогарифмический масштаб очень удобен для изображения зависимости вида:  $y = a \times e^{\pm kx}$ , поскольку

$$\lg y = \lg a \pm k \times \lg e \times x = \lg a \pm nx,$$

где  $n = k \times \lg e$ .

Если построить график зависимости  $\lg y = f(x)$  то, как следует из формулы (3.40), он будет представлять собой прямую линию ( $y = kx + b$ ). Использование такого графика сводится к отысканию величины по таблице логарифмов. Поэтому вместо  $\lg y$  по оси ординат откладывают значения  $y$  и получают логарифмический масштаб.

Логарифмическая система координат – это тоже прямоугольная система координат, на обеих осях которой отложены логарифмические масштабы. Логарифмические координаты удобны для изображения зависимости вида  $x^n y^m = const$ , поскольку  $n \lg x + m \lg y = \lg C$  в таких координатах изобразится прямой линией. При построении графика в логарифмическом масштабе происходит смещение нуля отсчета, которое явится причиной сильного искажения прямолинейного характера кривой. Такой масштаб необходим в тех случаях, когда исследуемая величина изменяется очень сильно и если искомая величина является степенной, но показатель степени неизвестен.

8. Используя график, можно в пределах произведенных измерений интерполировать, то есть находить промежуточное значение величины  $y$  для таких значений  $x$ , которые непосредственно не наблюдались. Для этого из любой точки абсцисс надо провести ординату до пересечения с кривой, длина такой ординаты будет представлять значение величины  $y$  для соответствующего значения величины  $x$ .

*Графической интерполяцией* называется нахождение промежуточных значений функции по ее графику. *Графической экстраполяцией* называется определение значения функции  $f(x)$  в точках  $x$ , лежащих вне области экспериментально измеренных значений аргумента. Экстраполяцию проводят только при полной уверенности отсутствия особых точек (точек перегиба, экстремумов, точек разрыва) в избранном интервале значений аргумента.

9. По графику можно определить скорость изменения функции. Для этого необходимо провести касательную в различных точках кривой и определить скорость изменения по формуле:  $V = \operatorname{tg} \alpha = y/x$ .

10. Каждый график должен быть подписан. В подписи отражается основное его содержание, объясняются все приведенные кривые.

### Контрольные вопросы

1. Каковы критерии выбора количества измерений?
2. Какие задачи необходимо решить для правильной обработки результатов измерений?
3. Что такое точечные и интервальные оценки истинного значения измеряемой величины?
4. Способы представления точечных и интервальных характеристик погрешностей измерений.
5. Изложите суть метода наименьших квадратов.
6. Как определяются грубые погрешности?
7. Как определяется погрешность прибора?
8. Дайте определение погрешности округления.

9. Приведите алгоритм обработки результатов многократных прямых измерений.
10. Приведите граф-схему обработки косвенных измерений.
11. Дайте пример обработки совокупных измерений.
12. Оцените параметры нелинейной функции преобразования методом наименьших квадратов.
13. Формы представления показателей точности измерений.
14. Стандартные формы представления результатов измерений.
15. Какие задачи можно решить графическим методом представления результатов измерений?
16. Дайте определения понятиям графической экстраполяции и графической интерполяции.

## ГЛАВА 4

### МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

#### 4.1. Средства измерений физических величин

Для практического измерения единиц физических величин применяются технические устройства, которые имеют нормированные метрологические характеристики, воспроизводящие и хранящие единицу величины. Такие технические устройства называются *средствами измерений*. Средства измерений используются для определения значений величин. Основными классификационными признаками средств измерений являются: тип, вид и функциональное назначение.

*Тип* – это совокупность средств измерений, которые имеют одинаковую принципиальную схему, конструкцию и изготавливаются по одним и тем же техническим условиям.

*Вид* – это совокупность типов средств измерений, предназначенных для измерений какой-либо одной физической величины.

По функциональному назначению средства измерений делят на следующие группы: меры, измерительные приборы, измерительные преобразователи, измерительные комплексы.

*Измерительный прибор* – средство измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем и удобной для отображения (регистрации).

Измерительные приборы подразделяются на приборы: прямого действия и сравнения, аналоговые и цифровые, показывающие и регистрирующие.

*Измерительный прибор прямого действия* – средство измерений, в котором осуществляется одно или несколько последовательных преобразований сигнала измерительной информации в одном направлении, без возвращения к исходной величине. К приборам прямого действия относят, например, манометры, амперметры, вольтметры, термометры и другие.

*Измерительный прибор сравнения* – средство измерений, предназначенное для непосредственного сравнения измеряемого значения величины с известным значением величины, воспроизводимым встроенной или внешней мерой. Такие приборы широко применяют на практике, например: равноплечие весы, электроизмерительный потенциометр.

*Аналоговый измерительный прибором* называется средство измерений, показания которого являются непрерывной функцией изменений измеряемой величины. В аналоговых средствах измерений устанавливается прямая связь между значением измеряемой величины и значением сигнала физической величины. Аналоговые измерительные приборы, как правило, обеспечивают выполнение прямых измерений, отсчет результата измерений производится по шкале. Режим измерений, выполняемых аналоговыми средствами измерений, – статический. Большинство аналоговых измерительных приборов – стрелочные с неподвижной шкалой и подвижной стрелкой, перемещение которой (поворот или линейное перемещение) относительно шкалы функционально взаимно однозначно связано со значением измеряемой величины. Другие разновидности аналоговых измерительных приборов:

- с неподвижной стрелкой или иным указателем и подвижной шкалой,

- с линейным индикатором в виде совмещенной со шкалой полосы, длина которой функционально взаимно однозначно связана со значением измеряемой величины (например, ртутный термометр – высота столбика ртути соответствует некоторому значению температуры, при этом используется не само числовое значение, а аналоговая величина).

*Цифровым измерительным прибором* называется средство измерений, автоматически вырабатывающее дискретные сигналы измерительной информации, показания которого представлены в цифровой форме. Цифровые приборы находят широкое применение, так как их показания легко фиксировать, они удобны для сопряжения с ЭВМ, при применении цифровых приборов исключается погрешность оператора.

*Показывающим измерительным прибором* называется средство измерений, позволяющее только отсчитывать показания. Указатель отсчетного устройства показывающего прибора перемещается относительно шкалы и наблюдается визуально.

*Регистрирующим измерительным прибором* называется средство измерений, в котором предусмотрена регистрация показаний. По способу записи показаний, регистрирующие приборы делятся на: *самотишущие* и *печатающие* – информация о значении измеряемой величины выдается в числовой форме на бумажной ленте (барограф, автоматический

потенциометр), запись показаний в которых представляет собой график или диаграмму.

При проведении измерений большое значение имеет выбор средства измерения. *Средства измерений* – это техническая основа метрологического обеспечения. Ими определяются решения основных проблем метрологического обеспечения – точности и достоверности измерений и испытаний, достоверности измерительного контроля, единство измерений.

Занижение точности средства измерения вызывает снижение качества продукции, а завышение влечет увеличение затрат на измерения, сложности конструкции, снижает их устойчивость к влияющим факторам.

Из этого следует, что выбор средств измерений целесообразно осуществлять на основе следующих принципов:

- оптимизация измеряемых и контролируемых параметров;
- допускаемые значения характеристик точности и достоверности измерений;
- учет всех факторов и характеристик, влияющих на точность измерений и достоверность измерительного контроля;
- альтернативный подход к определению оптимального варианта выбираемого средства измерения;
- оптимизация системы измерений и контроль параметров по показателям точности и достоверности.

#### **4.2. Свойства и метрологические характеристики средств измерений**

Важнейшей задачей измерений является обеспечение единства измерений, но единство измерений невозможно обеспечить без единообразия средств измерений.

*Единообразие средств измерений* – состояние средств измерений, когда они проградуированы в законных единицах и их метрологические характеристики соответствуют установленным нормам.

При использовании средства измерений принципиально важно знать степень соответствия информации об измеряемой величине, содержащейся в выходном сигнале, ее истинному значению. С этой целью для каждого средства измерений вводятся и нормируются определенные метрологические характеристики.

*Метрологические характеристики* – это характеристики свойств средства измерений, оказывающие влияние на результат измерения и его погрешности. Характеристики, устанавливаемые нормативно-техни-

ческими документами, называются *нормируемыми*, а определяемые экспериментально – *действительными*. Номенклатура метрологических характеристик, правила выбора комплексов нормируемых метрологических характеристик для средств измерений и способы их нормирования определяются стандартом ГОСТ 8.009-84 «ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений».

Метрологические характеристики средств измерений позволяют:

- определять результаты измерений и рассчитывать оценки характеристик инструментальной составляющей погрешности измерения в реальных условиях применения средств измерений;
- рассчитывать метрологические характеристики каналов измерительных систем, состоящих из ряда средств измерений с известными метрологическими характеристиками;
- производить оптимальный выбор средств измерений, обеспечивающих требуемое качество измерений при известных условиях их применения;
- сравнивать средства измерений различных типов с учетом условий применения.

Нормирование метрологических характеристик средств измерений производится исходя из единых теоретических предпосылок. Это связано с тем, что в измерительных процессах могут участвовать средства измерений, построенные на различных принципах. Нормируемые метрологические характеристики выражаются в такой форме, чтобы с их помощью можно было обоснованно решать практически любые измерительные задачи и одновременно достаточно просто проводить контроль средств измерений на соответствие этим характеристикам.

Нормируемые метрологические характеристики, приводимые в нормативно-технической документации, отражают свойства не отдельно взятого экземпляра средства измерений, а всей совокупности средств измерений данного типа, то есть являются номинальными. Отдельные типы средств измерений обладают своими специфическими свойствами, но у них есть и некоторые общие свойства, позволяющие сопоставлять средства между собой. Метрологические характеристики отдельного средства измерений данного типа могут быть любыми в пределах области значений номинальных метрологических характеристик. Отсюда следует, что метрологическая характеристика средства измерений данного типа должна описываться как нестационарный случайный процесс. Математически строгий учет данного обстоятельства требует нормирования не только пределов метрологических характеристик как случайных величин, но и их временной зависимости (то есть автокорреля-

ционных функций). Это приведет к чрезвычайно сложной системе нормирования и практической невозможности контроля метрологических характеристик, поскольку при этом он должен был бы осуществляться в строго определенные промежутки времени. Вследствие этого принята упрощенная система нормирования, предусматривающая разумный компромисс между математической строгостью и необходимой практической простотой.

В принятой системе низкочастотные изменения случайных составляющих погрешности, период которых соизмерим с длительностью межповерочного интервала, при нормировании метрологических характеристик не учитываются. Они определяют показатели надежности СИ, обуславливают выбор рациональных межповерочных интервалов и других аналогичных характеристик. Высокочастотные изменения случайных составляющих погрешности, интервалы, корреляции которых соизмеримы с длительностью процесса измерения, необходимо учитывать путем нормирования, например, их автокорреляционных функций.

*Межповерочный интервал* – интервал времени, в течение которого гарантировано сохранение метрологических характеристик средств измерений.

Продолжительность межповерочных интервалов должна быть в пределах допустимых значений. При определении межповерочного интервала учитывают:

- рекомендации изготовителя средства измерений;
- предполагаемую интенсивность эксплуатации и строгость соблюдения требований эксплуатации;
- влияние окружающей среды;
- точность используемого метода поверки.

В соответствии с установившейся практикой, для оптимизации критериев вероятности выхода погрешности за допустимые значения, производится корректировка межповерочных интервалов.

При этом может быть обнаружено следующее:

- первоначально выбранные интервалы не дают необходимых результатов;
- средства измерений менее надежны, чем предполагалось;
- эксплуатация средств измерений трудно предсказуема;
- вместо полного объема поверки достаточно осуществлять ограниченную поверку некоторых средств измерений;
- дрейф, определяемый при поверке средств измерений, который может показать, что возможны более продолжительные

межповерочные интервалы без увеличения вероятности выхода за допустимые значения.

В конструкторских и нормативных документах на аналоговые измерительные приборы устанавливаются свойства средств измерений, которые описываются следующим *комплексом метрологических характеристик*:

1. Характеристики, предназначенные для определения результатов измерений:

- функция преобразования измерительного прибора с неименованной шкалой;
- значение однозначной или значения многозначной меры;
- цена деления шкалы измерительного прибора или многозначной меры;
- вид выходного кода;
- число разрядов кода;
- цена единицы наименьшего разряда кода цифрового средства измерений.

2. Характеристики погрешностей средств измерений:

- характеристики систематической составляющей погрешности;
- характеристики случайной составляющей погрешности;
- характеристики полной погрешности.

3. Характеристики чувствительности средств измерений к влияющим величинам:

- функции влияния;
- изменения значений метрологических характеристик средств измерений от изменения влияющих величин в установленных пределах.

4. Динамические характеристики средств измерений:

- полная динамическая характеристика средств измерений;
- частные динамические характеристики средств измерений.

5. Характеристики взаимодействия средств измерений с объектом исследования и нагрузкой:

- полное входное сопротивление;
- полное выходное сопротивление.

6. Неинформативные параметры выходного сигнала средств измерений:

- параметры сигнала, не связанные функционально с измеряемым свойством объекта измерений, но оказывающие влияние на результат измерения, например, частота переменного электрического тока при измерении его амплитуды.

Обычно метрологические характеристики нормируются отдельно для нормальных и рабочих условий применения средств измерений. Нормальными считаются такие условия, при которых изменением метрологических характеристик под воздействием влияющих величин можно пренебречь. Так, для многих типов средств измерений нормальными условиями применения являются: температура  $(20 \pm 5)^\circ\text{C}$ , атмосферное давление 84–106 кПа, относительная влажность 30–80 %.

Рабочие условия отличаются от нормальных более широкими диапазонами влияющих величин, например:

1. Для измерительного конденсатора нормируют дополнительную погрешность на отклонение температуры окружающего воздуха от нормальной.

2. Для амперметра нормируют изменение показаний, вызванное отклонением частоты переменного тока от 50 Гц (50 Гц в данном случае принимают за нормальное значение частоты).

Для конкретных средств измерений выбирают такие характеристики, которые достаточны для оценки погрешностей измерений. В технической документации метрологические характеристики средств измерений представляют в виде чисел, формул, таблиц и графиков.

Для большинства средств измерений, используемых в статическом режиме, нормируют предел допускаемой погрешности, которым называется наибольшая (без учета знака) его погрешность, при которой это средство может быть признано годным и допущено к применению. Пределы допускаемых дополнительных погрешностей устанавливают в виде: постоянного значения для всей рабочей области влияющей величины; отношения предела допускаемой дополнительной погрешности соответствующего интервала значений влияющей величины, к этому интервалу; предельной функции влияния.

Нормы на указанные метрологические характеристики устанавливаются следующим образом:

- Нормы на предел допускаемой основной абсолютной погрешности устанавливаются в единицах измеряемой величины числом, содержащим не более двух значащих цифр.

- Нормы на предел допускаемой основной приведенной, в том числе относительной погрешности, устанавливаются числом, выраженным в процентах, из ряда чисел по ГОСТ 8.401-80.
- Нормы на предел допускаемой дополнительной погрешности устанавливаются, как на дополнение к пределу основной (абсолютной или приведенной) погрешности в следующих долях от предела основной погрешности:
  - для дополнительной погрешности от температуры окружающей среды – на половину или на целый предел основной погрешности при отклонении температуры от нормального значения на каждые  $10^\circ$ .
  - для остальных влияющих величин – на половину или на целый предел основной погрешности при отклонении каждой влияющей величины от нормального значения на весь диапазон изменения каждой влияющей величины в рабочих условиях применения прибора.
- Нормы на параметры, влияющие на погрешность, устанавливаются указанием номинального значения и пределов допускаемых отклонений от этого значения.

Рассмотренные метрологические характеристики позволяют выявить такую качественную характеристику, как точность средств измерений, положенную в основу деления средств измерений на классы точности.

*Класс точности* – это обобщенная характеристика средств измерений, которая определяется пределами допускаемых основной и дополнительной погрешностей. Они указываются в стандартах, содержащих конкретные технические требования к тем или иным типам средств измерения. Если средство измерений предназначено для измерений нескольких величин (например, для измерения напряжения, силы тока, сопротивления), то класс точности определяется для каждой из величин. В случае, если средство измерений имеет несколько диапазонов измерений, каждый диапазон имеет свой класс точности (прил., табл. 4.1). Класс точности дает возможность судить о том, в каких пределах находится погрешность средства измерений одного типа, но не является непосредственным показателем точности измерений, выполняемых с помощью каждого из этих средств. Это важно при выборе средств измерений в зависимости от заданной точности измерений.

Классы точности присваиваются средствам измерений при их разработке (по результатам государственных испытаний). В процессе эксплуатации метрологические характеристики средств измерений обычно ухудшаются, поэтому по результатам поверки (калибровки) средства измерений допускается понижать класс точности.

Кроме метрологических характеристик, при эксплуатации средств измерений необходимо учитывать и неметрологические характеристики средств измерений, такие, как: показатели надежности (безотказность, ремонтпригодность, долговечность), электрическую прочность, сопротивление изоляции, устойчивость к климатическим и механическим воздействиям, время установления рабочего режима и другие.

### 4.3. Электромеханические приборы непосредственной оценки

Электромеханические приборы относятся к широко распространенному классу приборов непосредственной оценки. Любой электромеханический измерительный прибор состоит из ряда функциональных преобразователей, каждый из которых решает свою элементарную задачу в цепи преобразований. Большинство из них состоит из трех основных преобразователей: измерительной цепи, измерительного механизма и отсчетного устройства (рис. 4.1).



Рис. 4.1. Схема электроизмерительного прибора непосредственной оценки

*Измерительная цепь* представляет собой совокупность сопротивлений, индуктивностей, емкостей и иных элементов электрической цепи прибора и имеет своей основной задачей преобразовать измеряемую физическую величину  $X$  в некоторую новую электрическую величину  $Y$ , под воздействием которой происходит перемещение  $\alpha$  подвижной части измерительного механизма, отсчитываемое с помощью отсчетного устройства.

Измерительная цепь обеспечивает преобразование измеряемой величины  $X$  в промежуточную электрическую величину  $Y$ , удобную для измерения измерительным механизмом. Между величинами  $X$  и  $Y$  долж-

на существовать функциональная зависимость:  $Y = \varphi(X)$ . Величина  $Y$  воздействует на измерительный механизм и преобразуется в перемещение его подвижной части, чаще всего угловое. Таким образом, измерительные механизмы электромеханических приборов также являются функциональными измерительными преобразователями электрических величин  $Y$  в механическое перемещение  $\alpha$ , то есть  $\alpha = f(Y)$ . В конечном итоге перемещение подвижной части электромеханического измерительного прибора является мерой измеряемой величины  $X$ :

$$\alpha = f(Y) = f[\varphi(X)] = F(X).$$

Таким образом, если выполняется зависимость  $\alpha = F(X)$ , то прибор может быть градуирован в единицах измеряемой величины. Понятно, что для этого необходимо, чтобы каждому значению измеряемой величины соответствовало одно, и только одно, определенное отклонение  $\alpha$ . Не менее важно, чтобы параметры схемы и измерительного механизма не изменялись при изменении внешних условий, например температуры окружающей среды, частоты питающего схему тока и других факторов. Если измеряется электрическая величина  $X=Y$ , то отпадает необходимость в измерительном преобразователе.

*Измерительные механизмы электромеханических приборов работают на принципе преобразования энергии электромагнитного поля в механическую энергию, т.е. в наглядное аналоговое показание  $\alpha$ .*

*Отсчетное устройство* состоит из указателя, жестко связанного с подвижной частью измерительного механизма, и неподвижной шкалы. Указатели бывают стрелочные (механические) и световые. Шкала – совокупность отметок в виде штрихов, расположенных вдоль линии, по которым определяют числовое значение измеряемой величины. Шкалы градуируют в единицах измеряемой величины (именованная шкала) или в делениях (неименованная шкала).

В зависимости от вида преобразования измерительные механизмы разделяются на следующие системы:

- магнитоэлектрические, основанные на взаимодействии поля постоянного магнита и одного или нескольких контуров (рамок) с электрическим током; подвижной частью может быть как рамка, так и магнит;
- электромагнитные измерительные механизмы, основанные на взаимодействии поля неподвижного соленоида с подвижным сердечником из ферромагнитного материала;
- электродинамические измерительные механизмы, основанные на взаимодействии подвижных и неподвижных контуров (катушек) с токами;

- электростатические измерительные механизмы, основанные на взаимодействии электрически заряженных тел (электродов), одно из которых является подвижной частью механизма;
- индукционные измерительные механизмы, в которых взаимодействуют переменные магнитные потоки с индуктированными ими в металлических подвижных частях (диски, барабанчики) электрическими токами;
- тепловые измерительные механизмы, в которых отклонение подвижной части происходит вследствие изменения геометрических размеров тела при нагревании его электрическим током.

В табл. 4.1. (прил.) даны условные обозначения измерительных механизмов, которые указываются на шкалах приборов. Приборы этих систем часто входят в состав и других, более сложных, средств измерений. По физическому принципу, положенному в основу построения и конструктивному исполнению, эти приборы относятся к группе аналоговых средств измерения, то есть средств измерения, показания которых являются непрерывной функцией измеряемой величины.

В зависимости от системы применяемого измерительного механизма измерительные приборы делятся на амперметры магнитоэлектрической системы, вольтметры электростатической системы и т. д. Кроме перечисленных приборов, имеются приборы, содержащие измерительные механизмы магнитоэлектрической системы и дополнительные преобразователи. В зависимости от вида преобразователя эти приборы называются выпрямительными (детекторными) или термоэлектрическими.

#### **4.4. Общие узлы и детали приборов электромеханической группы**

Существует большое разнообразие конструкций и типов механизмов электроизмерительных приборов, однако все они содержат ряд общих деталей и узлов. К ним относятся корпус прибора, отсчетное устройство, приспособления для установки подвижной части, устройство для создания противодействующего момента, корректор.

*Корпус прибора* предназначен для защиты измерительного механизма от пыли, влаги и внешних механических воздействий. Корпус изготавливают из стали, сплавов цветных металлов, пластмассы, дерева

или из их сочетаний. Приборы специального назначения имеют герметический корпус. Размеры и форма корпусов могут быть различны.

*Отсчетное устройство* служит для наблюдения значения измеряемой величины, а в самопишущих приборах – для записи показаний в виде диаграммы. Оно состоит из шкалы и указателя. Шкала прибора представляет собой совокупность отметок, соответствующих отдельным значениям измеряемой величины. Расстояние между осями двух соседних отметок называется делением шкалы, а изменение измеряемой величины, вызывающее перемещение указателя на одно деление, – ценой деления  $C$ .

Обычно цена деления выбирается больше погрешности показаний прибора:

$$A/n = C \geq \Delta,$$

где  $A$  – предел измерений по шкале;  $n$  – число делений шкалы;  $\Delta$  – погрешность показаний прибора в единицах измеряемой величины.

У многих приборов  $C=2\Delta$  или  $C=4\Delta$ .

Шкалы приборов могут быть равномерными и неравномерными, то есть с практически одинаковыми или неодинаковыми делениями. Приборы с равномерной шкалой более удобны и позволяют производить отсчет с большей точностью. От способа нанесения штрихов, их размеров, окраски шкалы и штрихов, формы указателя и т. д. зависят удобство, быстрота и точность отсчетов. У электромеханических приборов шкалы наносят черной тушью на пластинку из алюминия (основание шкалы), окрашенную белым нитролаком. Иногда для усиления контрастности на черном фоне проставляют белые или желтые штрихи. Кроме штрихов, на лицевой стороне прибора (циферблате) указывают:

- единицы измеряемой величины ( $A$  – амперметр,  $V$  – вольтметр,  $mA$  – миллиамперметр и т. д.);
- класс точности прибора;
- условное обозначение системы прибора;
- условное обозначение рабочего положения прибора;
- условное обозначение степени защищенности от магнитных и электрических влияний;
- условное обозначение испытательного напряжения изоляции;
- год выпуска и заводской номер.

Указатели должны быть легкими и достаточно прочными. Этим требованиям удовлетворяют дюралюминиевые стрелки. Точность отсчета зависит от расстояния между шкалой и указателем. При больших расстояниях возникает погрешность от параллакса (*parallaxis* – уклонение),

то есть при неподвижной стрелке получаются разные отсчеты в зависимости от изменения точки наблюдения.

В некоторых приборах применяют оптическое отсчетное приспособление, *увеличивающее чувствительность прибора*. Луч света от лампы проходит через диафрагму с нитью или стрелкой и фокусирующую линзу и попадает на зеркальце, прикрепленное к подвижной части измерительного механизма. Отразившись от зеркальца, луч падает на шкалу в виде светового пятна с тенью изображением нити или стрелки. Такое оптическое приспособление монтируется внутри корпуса прибора, а шкала может быть расположена и вне корпуса.

*Подвижная часть прибора* поворачивается вокруг некоторой оси, для чего устанавливается на опорах, растяжках или подвесе. Опоры содержат подпятники, закрепленные в стойках, между которыми располагаются оси (полуоси) с кернами. Керны представляют собой отрезки стальной проволоки, концы которых затачивают и шлифуют на конус с закруглением на конце. Керн опирается на подпятник, представляющий собой цилиндр с коническим углублением по оси. Подпятники изготовляют из материалов, способных выдерживать большие давления: агата, рубина или корунда. Недостаток установок подвижной части измерительного механизма на опорах – трение, которое вызывает погрешность.

Подвижная часть на растяжках устанавливается с помощью двух ленточек или нитей (растяжек), которые одним концом прикрепляются к неподвижной части прибора, а другим – к подвижной. Концы растяжек с помощью букс прикрепляются к пружинам, создающим необходимое натяжение. При таком способе крепления *повышается чувствительность механизма*, устраняется механическое трение в опорах, улучшается устойчивость к тряске и вибрации. Ток к рамке подается через пружины и растяжки.

*У высокочувствительных приборов* – гальванометров – легкая подвижная часть подвешивается на конце нити – подвесе. Растяжки и подвесы изготовляют из различных, бронзовых или платиновых сплавов. Приборы, в которых применен подвес, требуют установки по уровню, поскольку подвижная часть висит свободно и отклонение прибора от вертикального положения может вызвать ее касание с неподвижной частью.

*Уprungие элементы создают противодействующие моменты*. Для установки указателя на требуемую отметку в электромеханических приборах применяют устройство, называемое *корректором*. Корректор позволяет установить перед началом измерения стрелку отсчетного устройства на нуль, так как она под влиянием различных причин (изменения

температуры, остаточных механических напряжений в деталях, сотрясения прибора и т. д.) может смещаться с нулевой отметки. Корректор содержит винт, укрепленный на корпусе прибора, поворачивая который, можно закручивать пружинки, растяжки или подвес и тем самым поворачивать подвижную часть прибора и устанавливать указатель на требуемую отметку.

Некоторые приборы снабжают арретиром – устройством, затормаживающим подвижную часть. Подвижная часть механизма представляет собой массу, соединенную с упругим элементом, то есть является колебательной системой. Для успокоения колебательной подвижной системы применяются *успокоители* (демпферы). Успокоители служат для уменьшения времени движения подвижной части прибора перед достижением ею установившегося положения. Применяют воздушные, магнитоиндукционные и жидкостные успокоители.

Воздушные успокоители изготавливают крыльчатого или поршневого типа. На оси подвижной части жестко укрепляется алюминиевое крыло или поршень, которые могут свободно перемещаться внутри закрытой камеры. Зазоры между крылом и камерой малы (0,3–0,5 мм), поэтому сопротивление воздуха в камере движения подвижной части достаточно велико. При перемещении сопротивление воздуха в камере быстро успокаивает колебания подвижной части.

Магнитоиндукционные успокоители состоят из постоянного магнита и элемента в виде алюминиевого сектора, диска, пластины, цилиндра, жестко связанного с осью подвижной части. Например в зазоре постоянного магнита перемещается тонкий алюминиевый сектор, в котором при пересечении магнитного потока индуцируются токи; взаимодействие этих токов с полем постоянного магнита создает тормозящий успокаивающий момент.

Жидкостное успокоение достигается тем, что подвижная часть измерительного механизма или ее отдельные детали помещаются в вязкую жидкость. Поэтому при колебаниях подвижной части расходуется энергия колебаний подвижной части, то есть создается необходимое успокоение.

#### **4.5. Моменты измерительных механизмов**

Измерительный механизм, являясь основной частью конструкции прибора, преобразует электромагнитную энергию в механическую энергию, необходимую для угла отклонения  $\alpha$  его подвижной части относительно неподвижной, то есть:

$$\alpha = f(Y) = F(X). \quad (4.1)$$

Подвижная часть измерительного механизма представляет собой механическую систему с одной степенью свободы относительно оси вращения. *Момент количества* движения равен сумме моментов, действующих на подвижную часть.

Дифференциальное уравнение моментов, описывающее работу механизма, имеет вид

$$J(d^2\alpha/dt^2) = \sum M_i, \quad (4.2)$$

где  $J d^2\alpha/dt^2$  – момент количества движения подвижной части прибора;  $J$  – момент инерции относительно оси вращения;  $d^2\alpha/dt^2$  – угловое ускорение;  $\sum M_i$  – сумма всех моментов, действующих на подвижную часть прибора. На подвижную часть измерительного механизма при ее движении, кроме момента инерции, воздействуют:

- вращающий момент  $M_{вр}$ ;
- противодействующий момент  $M_{пр}$ ;
- момент успокоения  $M_{усп}$ .

*Вращающий момент*  $M_{вр}$  определяется для всех электромеханических измерительных приборов скоростью изменения энергии электромагнитного поля  $w_э$ , сосредоточенной в механизме, по углу отклонения  $\alpha$  подвижной части. Вращающий момент является некоторой функцией измеряемой величины  $X$ , а следовательно,  $Y$  (тока, напряжения, произведения токов) и  $\alpha$ :

$$M_{вр} = (dw_э / d\alpha) = f(\alpha)Y^n, \quad (4.3)$$

где  $w_э$  – электрокинетическая энергия, т.е. запас энергии электрического и магнитного полей измерительного механизма;  $n = 1, 2$ .

Электрокинетическая энергия  $w_э$  функционально зависит от величины  $Y$ , которая подводится к измерительному механизму (рис. 4.1), и от параметров этого механизма.

В большинстве электромеханических приборов выходным перемещением  $\alpha$  является угловое перемещение стрелки. Реже встречаются конструкции приборов с линейным перемещением указателя. Рассмотрим работу электромеханического прибора с угловым перемещением стрелки. Подвижная часть измерительного механизма с угловым перемещением изображена на рис. 4.2 и представляет собой ось (1) со стрелкой (2), вращающуюся в подпятниках (3). Возможный угол поворота стрелки ограничен упорами (4); (5) – шкала прибора.

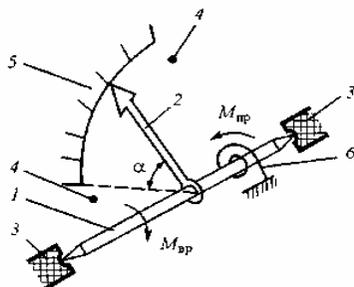


Рис. 4.2. Подвижная часть измерительного механизма электромеханического прибора

При подаче на вход измерительной схемы прибора измеряемой величины возникает вращающий момент, описываемый выражением:

$$M_{вp} = f(X). \quad (4.4)$$

Воздействие одного вращающего момента на подвижную часть измерительного механизма не позволяет получить зависимость между моментом  $M_{вp}$  и углом поворота подвижной части  $\alpha$ , так как при любом значении  $M_{вp}$  (отличном от нуля) подвижная часть без препятствия всегда будет поворачиваться до упора.

Чтобы каждому значению измеряемой величины  $X$  соответствовало определенное отклонение стрелки  $\alpha$  необходимо уравновесить вращающий момент  $M_{вp}$  *противодействующим моментом*  $M_{нp}$ , противоположным вращающему и возрастающим по мере увеличения угла поворота подвижной части. В большинстве электроизмерительных приборов противодействующий момент создается плоской спиральной пружинкой (6) (рис. 4.2), для которой справедливо соотношение:

$$M_{нp} = W\alpha, \quad (4.5)$$

где  $W$  – коэффициент, зависящий от механических свойств материала и размеров пружинки (удельный противодействующий момент).

При совместном воздействии вращающего и противодействующего моментов положение равновесия, то есть установившееся отклонение стрелки, определяется из условия  $M_{вp} = M_{нp}$ .

Подвижная часть измерительного механизма представляет собой колебательную систему. Для того чтобы в процессе достижения установившегося положения стрелка прибора не испытывала слишком долгих колебаний в электромеханических приборах, применяются успокоители,

создающие момент успокоения, пропорциональный скорости перемещения стрелки.

Момент успокоения  $M_{усп}$  – момент сил сопротивления движению, всегда направленный навстречу движению и пропорциональный угловой скорости отклонения:

$$M_{усп} = P(d\alpha/dt), \quad (4.7)$$

где  $P$  – коэффициент успокоения (демпфирования);  $d\alpha/dt$  – угловая скорость.

Различают воздушные, жидкостные и магнитоиндукционные успокоители. В воздушных и жидкостных успокоителях успокоение достигается торможением специального элемента подвижной части (лепестка, поршня) за счет трения о воздух или жидкость, то есть механическим путем.

В магнитоиндукционных успокоителях торможение осуществляется за счет взаимодействия магнитных полей магнита и токов, индуцированных в проводящих элементах подвижной части при их движении в поле этого магнита. В этом случае противодействующий и вращающий моменты создаются за счет энергии электромагнитного поля. Приборы такого типа называются логометрами.

Подставив (4.3)–(4.6) в (4.2), получим дифференциальное уравнение отклонения подвижной части механизма:

$$J(d^2\alpha/dt^2) = M_{сп} + M_{np} + M_{усп}, \quad (4.8.)$$

или

$$J(d^2\alpha/dt^2) + P(d\alpha/dt) + W\alpha = M_{сп}. \quad (4.9)$$

Установившееся отклонение подвижной части измерительного механизма (когда подвижная часть отклонится на конечный угол  $\alpha$ ) определяется равенством вращающего и противодействующего моментов, то есть  $M_{сп} = M_{np}$ , в том случае, если два первых члена левой части дифференциального уравнения (4.10) равны нулю. Подставив в равенство  $M_{сп} = M_{np}$  аналитические выражения моментов, получим уравнение шкалы прибора:

$$\alpha = \frac{1}{W} M = \frac{1}{W} \frac{\partial w_3}{\partial \alpha}. \quad (4.10)$$

Уравнение (4.10) показывает зависимость угла отклонения  $\alpha$  подвижной части от значения измеряемой величины и параметров измерительного механизма. Решение этого уравнения представляет собой градуировочную характеристику прибора. Из (4.10) следует, что характер градуировочной характеристики определяется видом функциональной зависимости.

## 4.6. Характеристики электромеханических приборов

При выборе измерительного прибора представляют интерес следующие *свойства*, характеризующие его качество и возможности: чувствительность, точность, вариация показаний, время успокоения и потребляемая мощность.

*Чувствительность*  $S$  характеризует способность прибора реагировать на изменение измеряемой величины и оценивается отношением перемещения указателя относительно шкалы к изменению измеряемой величины, вызвавшему это перемещение. Величина, обратная чувствительности прибора, называется постоянной прибора:

$$C_x = 1/S_x = dx/da. \quad (4.11)$$

Чувствительность прибора зависит от чувствительности измерительного преобразователя и измерительного механизма

$$S_x = da/dx, \quad da/dy \quad dy/dx = S_{им} S_{пр}, \quad (4.12)$$

где  $S_{им}$  – чувствительность измерительного механизма;  $S_{пр}$  – чувствительность измерительного преобразователя.

В зависимости от характера измеряемой величины чувствительность электроизмерительных приборов делится на чувствительность к току и чувствительность к напряжению.

*Вариация*, или различие показаний, при измерении одной и той же величины при неизменных внешних условиях может возникать в результате трения в опорах, механического гистерезиса пружин, магнитного гистерезиса деталей измерительного механизма, наличия люфта кернов в подпятниках. Вариация показаний влияет на погрешность измерительного прибора.

Время установления показаний прибора, или *время успокоения*, характеризует возможную продуктивность работы прибора, так как из-за инерционности его подвижной части после включения приходится некоторое время выждать, пока указатель не перестанет перемещаться. Желательно, чтобы время этого процесса было минимальным. Практически время успокоения определяется промежутком времени от момента изменения измеряемой величины до момента, когда амплитуда колебаний указателя становится не больше, чем погрешность прибора. Для большинства типов приборов время успокоения установлено ГОСТом не более 4 с.

*Потребление мощности* измерительным прибором является одной из важнейших характеристик. При измерениях в маломощных цепях потребление прибором мощности может нарушать режим работы цепи.

Потребляемая измерительным прибором мощность зависит от его системы и конструкции.

Характеристики *точности* приборов включают в себя понятия о погрешностях и классах точности приборов. При выборе пределов измерения аналоговых приборов необходимо иметь в виду, что из класса точности, установленного на их инструментальную погрешность, в форме приведенной к максимальному значению в диапазоне измерения, следует, что дается гарантии только того, что вне зависимости от истинного значения измеряемой величины в любой точке шкалы:

$$|\Delta_{инст}| \leq \frac{\gamma_{cu} |x|_{max}}{100}, \quad (4.13)$$

где  $\gamma_{cu}$  – гарантированное значение основной приведенной погрешности прибора, допущенного к применению и это же – численное обозначение класса точности прибора.

Это означает, что если истинное значение измеряемой величины составляет половину от максимального, то есть показание прибора оказывается в середине шкалы, то результирующая относительная погрешность  $\delta_{рез}$  результата такого измерения будет составлять:

$$|\delta_{рез}| = \frac{|\Delta_{инст}|}{|x_n|} 100\% \leq \frac{\gamma_{cu} |x|_{max}}{\frac{|x|_{max}}{2}} = 2\gamma_{cu}; \quad (4.14)$$

где  $x_n$  – показание прибора.

Если истинное значение измеряемой величины составляет треть от верхнего предела измерений, то относительная погрешность результата оказывается втрое больше, чем объявленный класс точности. Вообще, чем ближе к началу шкалы показания прибора, тем больше относительная погрешность результата измерения.

В связи с этим следует руководствоваться следующим *правилом выбора предела измерений*: предел измерений аналогового измерительного прибора следует выбирать таким образом, чтобы показания прибора находились в последней трети его шкалы.

### Контрольные вопросы

1. Назовите классификационные признаки средств измерений
2. Как подразделяются средства измерений по функциональному назначению?
3. Что такое «единообразие средств измерений»?
4. Дайте определение нормируемым и действительным метрологическим характеристикам.

5. Дайте определение понятия «межповерочный интервал».
6. Назовите комплекс нормируемых метрологических характеристик.
7. Каков принцип работы измерительных механизмов приборов электромеханической группы?
8. Назовите системы измерительных механизмов.
9. Назовите общие детали и узлы приборов электромеханической группы.
10. Каким образом повышается чувствительность электромеханических приборов?
11. Какими элементами создается противодействующий момент в приборах электромеханической группы?
12. Каково назначение успокоителей?
13. Назовите основные моменты, воздействующие на подвижную часть измерительного механизма.
14. Какие свойства средства измерений характеризуют его качество?
15. Каким правилом необходимо руководствоваться при выборе предела измерений?

## ГЛАВА 5

### ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ ПРИБОРОВ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ ГРУППЫ

#### 5.1. Магнитоэлектрические приборы

*Приборы магнитоэлектрической системы*, или магнитоэлектрические приборы, являются самыми распространенными стрелочными электроизмерительными приборами, обладают высокой чувствительностью и применяются не только как самостоятельные приборы для измерения силы тока и напряжения, но и встраиваются в другие, более сложные приборы, снабженные измерительными преобразователями различного назначения, принципа действия и исполнения. Принцип действия магнитоэлектрического прибора основан на взаимодействии проводника с током и магнитного поля.

Магнитоэлектрический измерительный механизм содержит магнитопровод с постоянным магнитом и контур с током, выполненный в виде катушки. Для перемещения подвижной части механизма используется энергия взаимодействия магнитных полей магнита и катушки. Конструктивно магнитоэлектрические измерительные механизмы выполняются либо с неподвижным постоянным магнитом и подвижной катушкой, изготовленной в виде рамки, либо с неподвижной катушкой и подвижным постоянным магнитом.

Наиболее часто применяют механизмы с подвижной рамкой (рис. 5.1). Магнитная система такого механизма состоит из сильного постоянного магнита, прошедшим стабилизацию из высококоэрцитивной стали, магнитопровода, полюсных наконечников и неподвижного сердечника. Магнитопровод, полюсные наконечники и сердечник изготавливаются из магнетомягких материалов. Полюсные наконечники имеют цилиндрическую выточку, в которую концентрически помещается сердечник. Магнитное поле создается постоянным магнитом, прошедшим стабилизацию. Между полюсами магнита расположен сердечник таким образом, чтобы воздушный зазор, в котором движется рамка с обмоткой, был равномерным. В обмотку рамки через пружинки или иные упругие элементы, например растяжки, поступает ток  $I$ , и в результате его взаимодействия с постоянным магнитным полем возникает вращающий момент.

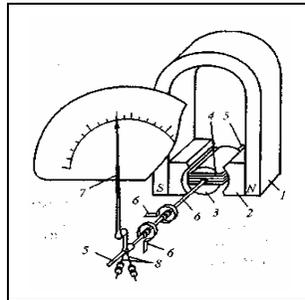


Рис. 5.1. Магнитоэлектрический измерительный механизм с подвижной рамкой

Постоянный магнит (1), магнитопровод с полюсными наконечниками (2) и неподвижный сердечник (3) составляют магнитную систему механизма. В зазоре между полюсными наконечниками и сердечником создается сильное радиальное магнитное поле с постоянным значением магнитной индукции  $B$ . Между полюсными наконечниками и сердечни-

ком располагается подвижная прямоугольная рамка (4), намотанная тонким медным или алюминиевым проводом (диаметром от 0,03 до 0,2 мм) на алюминиевом каркасе (или без каркаса). Рамка закреплена между полюсами (5). Спиральные пружинки (6), предназначенные для создания противодействующего момента, одновременно используются для подачи измеряемого тока в рамку. Рамка жестко соединена со стрелкой (7). Для балансировки подвижной части имеются передвигные грузики (8).

В магнитоэлектрических механизмах для успокоения колебаний подвижной части специальные успокоители не применяются: магнитоиндукционное успокоение происходит при перемещении алюминиевого каркаса катушки в поле постоянного магнита, а электромагнитное успокоение – от наведения ЭДС в обмотке перемещающейся в магнитном поле рамки (особенно, когда обмотка рамки замкнута на некоторое внешнее сопротивление). Для увеличения момента успокоения на рамку иногда наматывают несколько короткозамкнутых витков.

Рассмотрим теорию работы магнитоэлектрического механизма с подвижной рамкой и равномерным радиальным магнитным полем. Выражение для вращающего момента, действующего на подвижную систему, при прохождении через рамку тока  $I$ , можно получить, используя формулу для силы Лоренца, действующую на проводник с током, находящийся в магнитном поле (рис. 5.2.).

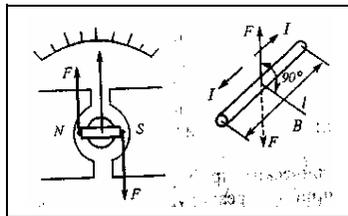


Рис. 5.2. Рамка с током в магнитном поле

При прохождении электрического тока  $I$  через проводник длиной  $l$ , расположенный в магнитном поле с индукцией  $B$ , на проводник действует сила  $F$ , определяемая формулой:

$$F = IBl \sin(\angle B, I),$$

где  $(\angle B, I)$  – угол между направлением тока и вектором магнитной индукции.

Рабочими участками витка проволоки, намотанной на рамку, являются отрезки длиной  $l$ , расположенные на сторонах рамки параллель-

ных оси вращения. Для этих отрезков угол между направлением тока и вектором магнитной индукции равен  $90^\circ$ ; следовательно, на отрезок проволоки длиной  $l$  действует сила  $F=IBl$ . При этом силы  $F$ , действующие на противоположные отрезки витков, равны, но противоположны по направлению. В результате, на рамку из  $n$  витков проволоки действует вращающий момент:

$$M_{ep} = \partial w_s / \partial \alpha = (\partial \Psi / \partial \alpha) I = 2F\alpha / 2 = BnIl, \quad (5.1)$$

где  $w_s$  – энергия магнитного поля системы, состоящей из постоянного магнита и рамки с током  $I$ ;  $\Psi$  – поток постоянного магнита, сцепленный с обмоткой рамки, по которой протекает ток;  $B$  – магнитная индукция в воздушном зазоре;  $l$  – активная длина рамки;  $a$  – ширина рамки;  $n$  – число витков обмотки рамки.

Произведение  $al$  равно активной площади  $s$  рамки. Соответственно:

$$M_{ep} = BsnI = \Psi_0 I, \quad (5.2)$$

где  $\Psi_0$  – потокосцепление обмотки рамки при повороте ее на угол  $\alpha = I \text{ рад}$ .

Вращающий момент измерительного механизма с радиальным равномерным магнитным полем в воздушном зазоре не зависит от угла отклонения  $\lambda$  подвижной части. Под действием момента  $M_{ep}$  подвижная часть поворачивается вокруг оси, тем самым, закручивая спиральные пружины, создающие противодействующий момент. При отклонении рамки на некоторый угол  $a$ , вращающий и противодействующий моменты станут равными по значению, дальнейшее отклонение рамки прекратится.

Из условия равенства моментов следует, что  $M = M_a$ , откуда угол отклонения подвижной части механизма

$$\alpha = (Bsn/W)I = S_I I, \quad (5.3)$$

где  $S_I$  – чувствительность измерительного механизма по току.

Из (5.3) следует, что отклонение  $a$ , подвижной части измерительного механизма линейно растет с увеличением тока  $I$ , то есть шкала прибора равномерная.

В переходном режиме, когда ток в рамке изменяется, движение рамки описывается дифференциальным уравнением второго порядка, как колебательной системы, имеющей инерционную массу и жесткость:

$$J\alpha'' + P\alpha' + W\alpha = B \cdot S_w \cdot i(t), \quad (5.4)$$

где  $J$  – момент инерции подвижной части (рамки и стрелки), второе слагаемое есть момент сопротивления, пропорциональный скорости движения рамки. Этот момент для магнитоэлектрических приборов складывается из момента сопротивления воздуха и момента торможения, вызванного током, возбужденным перемещением обмотки рамки в магнитном поле.

Указанное свойство магнитоэлектрических приборов используют для предохранения стрелки от повреждений при транспортировании путем закорачивания обмотки рамки. В этом случае ток, возбужденный в обмотке рамки при тряске и ударах, будет максимальным, следовательно, максимальным будет и торможение стрелки.

Предельно достижимые значения параметров магнитоэлектрических приборов:

- предел допускаемой основной приведенной погрешности – от 0,1 %,
- ток полного отклонения стрелки от 10 мкА.

В силу таких высоких показателей магнитоэлектрические приборы имеют широкое применение.

Повышение чувствительности измерительного механизма может быть достигнуто за счет увеличения индукции  $B$  в зазоре, числа витков  $n$  рамки или уменьшения удельного противодействующего момента  $W$  пружин. Увеличение индукции  $B$  за счет применения специальных сплавов (альнико, альни, магнико и др.) при изготовлении постоянных магнитов, обеспечивающих индукцию в зазоре 0,2–0,3 Тл, практически целесообразно.

При изменении направлении тока  $I$  изменяется направление отклонения подвижной части измерительного механизма. При включении измерительного механизма в цепь переменного тока из-за инерционности его подвижной части среднее значение вращающего момента за период будет равно нулю. Поэтому при включении прибора в электрическую цепь следует учитывать полярность постоянного тока.

В магнитоэлектрических измерительных механизмах успокоение подвижной части индукционное или электромагнитное. При отклонении подвижной части в поле постоянного магнита в алюминиевом каркасе рамки, а также в витках обмотки рамки, замкнутой на некоторое внешнее сопротивление, индуцируются токи, создающие совместно с полем постоянного магнита тормозной момент, быстро успокаивающий подвижную часть.

*Достоинства магнитоэлектрических измерительных механизмов:*

- высокая чувствительность (измерительный механизм обладает сильным собственным магнитным полем, поэтому даже при малых токах создается достаточный вращающий момент);
- большая точность (из-за высокой стабильности элементов измерительного механизма, незначительного влияния внешних магнитных полей);
- малое собственное потребление электрической энергии (мощность, потребляемая в рамках измерителей, составляет  $10^{-5}$ – $10^{-6}$  Вт, что оказывает незначительное влияние на режим измеряемой цепи);
- хорошее успокоение;
- равномерность шкалы.

*Недостатки магнитоэлектрического измерительного механизма:*

- сложность изготовления;
- плохая перегрузочная способность, обусловленная легким перегревом пружин и изменением их свойств;
- температурные влияния на точность измерения.

Магнитоэлектрические измерительные механизмы используют в:

- многопредельных, широкодиапазонных магнитоэлектрических амперметрах;
- вольтметрах для непосредственных измерений в цепях постоянного тока;
- гальванометрах – высокочувствительных измерительных приборах с неградуированной шкалой как для непосредственных измерений малых электрических токов  $10^{-5}$ – $10^{-12}$  А, напряжений менее  $10^{-4}$  В, зарядов, так и для обнаружения тока или напряжения в разнообразных мостовых и компенсационных цепях;
- светолучевых осциллографах (в вибраторах) при наблюдении и записи мгновенных значений тока, напряжения, мощности, частота которых может быть от единиц герц до 10–15 кГц, а также различных неэлектрических величин, преобразованных в электрические;
- аналоговых омметрах, электронных вольтметрах, термоэлектрических амперметрах, вольтметрах, электронных частотомерах, фазометрах;

- комбинированных аналоговых вольтметров, в которых магнитоэлектрические измерительные механизмы (ИМ) совместно с выпрямительными преобразователями используются при измерениях переменного тока, напряжения;
- логометрах (двухрамочных механизмах), используемых в омметрах, частотомерах и т.д.

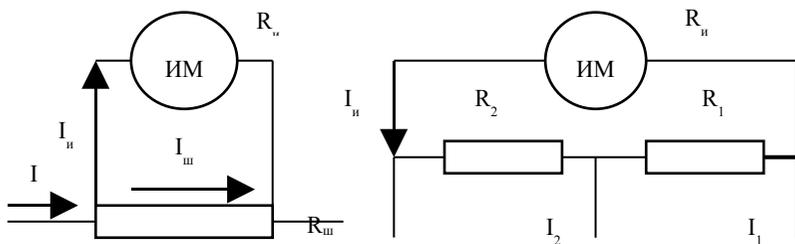
Из группы аналоговых электромеханических приборов приборы магнитоэлектрической системы относятся к числу наиболее точных и чувствительных. Изменения температуры окружающей среды и внешние магнитные поля мало влияют на их работу. Поскольку рамка прибора намотана тонким проводом, это не позволяет пропускать через нее токи, превышающие десятки миллиампер. Превышение указанных значений может привести к повреждению провода рамки или спиральной пружинки. Таким образом, возникает задача расширения пределов измерения магнитоэлектрических амперметров и вольтметров.

### 5.1.1. Магнитоэлектрические амперметры

Основой амперметров является измерительный механизм. В микро- и миллиамперметрах, предназначенных для измерения токов (не превосходящих 50 мА), измерительная цепь состоит из рамки и пружин, через которые подводится ток к рамке (сопротивление цепи измерительного механизма  $R_{и} = R_{р} + 2R_{пруж}$ ).

Значение тока полного отклонения ограничено влиянием его теплового действия на упругие свойства спиральных противодействующих пружин.

Если измеряемый ток  $I$  превышает по значению ток полного отклонения  $I_{и}$  подвижной части, то параллельно цепи измерительного механизма (ИМ) подключается шунт (резистор), через который пропускается ток  $I_{ш} = I - I_{и}$  (рис. 5.3,а).



а

б

Рис. 5.3. Схема микроамперметра с шунтом (а)  
и схема двухпредельного амперметра (б)

Сопротивление шунта  $R_{ш}$  определяется из условия

$$I_u R_u = I_{ш} R_{ш} = I [R_u R_{ш} / (R_u + R_{ш})] = const. \quad (5.5)$$

Если шунт рассматривать как делитель тока с коэффициентом деления  $n = I/I_u$ , то его сопротивление:

$$R_{ш} = R_u / (n - 1). \quad (5.6)$$

Обычно  $R_{ш} = 10^{-2} - 10^{-4}$  Ом.

Для исключения влияния на результат измерения сопротивления соединительных проводов и контактов, соизмеримых с сопротивлением шунта, последние выполняются четырехзажимными: два зажима (токовых) используют для включения шунта в цепь измеряемого тока, а два других зажима (потенциальных) – для подключения к измерительному механизму. Шунты обычно изготавливают из манганина, обладающего ничтожно малым температурным коэффициентом.

В двухпредельном амперметре (рис. 5.3,б), если принять  $I_1 < I_2$ , сопротивления шунта для пределов  $I_1$  и  $I_2$  соответственно равны:

$$R_{ш1} = R_1 + R_2 = R_u / (n_1 - 1); R_{ш2} = (R_1 + R_u) / (n_2 - 1), \quad (5.7)$$

где  $n_1 = I_1/I_u$ ;  $n_2 = I_2/I_u$  – коэффициенты шунтирования.

Совместно решая (5.7), можно определить сопротивления шунтов:

$$R_1 = R_u \frac{n_1}{n_1 - 1} \left( \frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right); \quad R_2 = R_u \frac{n_1}{n_2 (n_1 - 1)}. \quad (5.8)$$

Аналогично можно рассчитать сопротивление для многопредельного ступенчатого шунта.

Шунты бывают внутренние, вмонтированные в корпус прибора и наружные. Наружные шунты подразделяют на индивидуальные и взаимозаменяемые (калиброванные). Индивидуальные шунты применяют к конкретным измерительным механизмам. Взаимозаменяемые шунты изготавливают на номинальные токи и падения напряжения 60, 75 мВ, но допускают значения 100, 150, 300 мВ; эти шунты применяют к измерительным механизмам, рассчитанным на такие же падения напряжения. Внутренние шунты изготавливают на токи примерно до 50 А, наружные –

на токи до 10 кА. Наружные шунты обычно присоединяются к механизму двумя калиброванными проводниками с общим сопротивлением 0,035 Ом.

Классы точности шунтов – 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5 – показывают допустимое отклонение сопротивления шунта от номинального значения, выраженное в процентах. Применение шунтов позволяет расширить пределы измерения амперметров, но приводит к увеличению мощности потребления, снижению точности измерения и чувствительности. Для понижения температурной погрешности, вызванной изменением сопротивления обмотки рамки и пружин подвижной части измерительного механизма при протекании тока, последовательно с рамкой включается добавочное сопротивление из манганина.

### 5.1.2. Магнитоэлектрические вольтметры

Непосредственное включение магнитоэлектрического механизма между точками с разными электрическими потенциалами применяется только при незначительной разности потенциалов, исчисляемой милливольтами. В этом случае измерения проводят с помощью стрелочных милливольтметров или гальванометров. При измерении больших напряжений ток следует ограничивать добавочным резистором, который включается последовательно измерительному механизму и подключается параллельно к объекту измерения. В измерительной цепи вольтметра измеряемое напряжение преобразуется в ток, необходимый для отклонения подвижной части ИМ.

Предел измерения  $U_V$  вольтметра зависит от тока полного отклонения  $I_V$  подвижной части и внутреннего сопротивления  $R_V$  вольтметра (суммы сопротивлений обмотки рамки  $R_p$ , пружин  $2R_{пруж}$  и резистора  $R^I$ ):

$$U_V = I_V R_V; R_V = R_p + 2R_{пруж} + R^I. \quad (5.9)$$

Ток полного отклонения  $I_V$  рамки магнитоэлектрических вольтметров составляет примерно 50 мА.

Для изменения предела измерения напряжения  $U_V$  до  $U$  последовательно с вольтметром включается добавочный резистор, сопротивление  $R_d$  которого при заданном значении  $I_V$  определяется из выражений:

$$\begin{aligned} U_V / R_V = U / (R_V + R_d) = I_V = const; U = U_V + U_d; \\ R_d = R_V [(U / U_V) - 1] = R_V (n - 1), \end{aligned} \quad (5.10)$$

где  $n = U/U_V$  – коэффициент расширения предела измерения вольтметра (множитель шкалы).

В многопредельных вольтметрах (рис. 5.4) используют ступенчатое включение резисторов и для соответствующих пределов измерения напряжений  $U_1, U_2$  при заданном токе рамки  $I_V$  сопротивления добавочных резисторов рассчитывают по формулам:

$$R_{1д} = R_V(n_1 - 1), \text{ или } R_{1д} = (U_1/I_V) - R_V; \quad (5.11)$$

$$R_{2д} = R_V(n_2 - 1) - R_{1д}, \text{ или } R_{2д} = (U_2 - U_1)/I_V, \quad (5.12)$$

где  $n_1 = U_1/U_V$ ;  $n_2 = U_2/U_V$  – коэффициенты расширения пределов.

Добавочные резисторы в основном изготавливаются из материалов с высоким удельным сопротивлением (манганин, константан), имеющих температурный коэффициент сопротивления близкий к нулю.

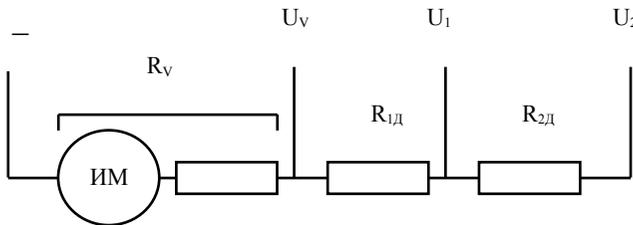


Рис. 5.4. Схема трехпредельного вольтметра

Добавочные сопротивления могут быть внутренними встроенными в корпус вольтметра (до 600 В) и наружными (до 1500 В). Наружные добавочные резисторы, в свою очередь, могут быть индивидуальными и взаимозаменяемыми на определенные номинальные токи 0,5; 1; 3; 7,5; 15 и 30 мА и имеют классы точности от 0,02 до 1

Высокая чувствительность магнитоэлектрических приборов позволяет достичь довольно высокого сопротивления подобных вольтметров. Так, при токе полного отклонения стрелки прибора 10 мкА сопротивление вольтметра на основе магнитоэлектрического прибора составит  $10^5$  Ом/В. При диапазоне измерений  $[0 \div 10]$  В собственное сопротивление вольтметра составит 1,0 МОм. Такое высокое сопротивление вольтметра обеспечивает благоприятные условия взаимодействия с объектом

Магнитоэлектрические вольтметры имеют равномерную шкалу, высокую точность, большую чувствительность, но малое внутреннее сопротивление. Диапазон измеряемых ими напряжений лежит в пределах от микровольт до 1,5 кВ.

### 5.1.3. Магнитоэлектрические гальванометры

Высокочувствительные магнитоэлектрические приборы для измерения очень малых токов и напряжений называются гальванометрами. Гальванометры часто используют в качестве нуль-индикаторов, которые фиксируют отсутствие тока в цепи. У таких гальванометров нулевая отметка находится в середине шкалы.

Поскольку чувствительность гальванометров очень высока, их градуировочная характеристика нестабильна и зависит от совокупности внешних влияющих факторов. Поэтому чувствительные гальванометры при выпуске из производства не градуируются в единицах измеряемой физической величины и им не присваиваются классы точности, они обычно имеют неградуированную шкалу. В качестве же метрологических характеристик гальванометров обычно указывают их чувствительность к току или напряжению и сопротивление рамки. Чувствительность гальванометров зависит от способа крепления рамки. Различают гальванометры с подвижной частью (рамкой) на кернах, на растяжках и на подвесе.

В гальванометрах с подвижной частью на кернах рамка снабжена двумя полюсами с впрыснутыми в них стальными кернами. Керны опираются на корундовые или рубиновые подпятники (рис. 5.5,а). Чувствительность такого гальванометра ограничивается трением керна о подпятники.

Для повышения чувствительности рамку гальванометра устанавливают на растяжках (рис. 5.5,б), а в особо чувствительных гальванометрах на подвесе (рис. 5.5,в).

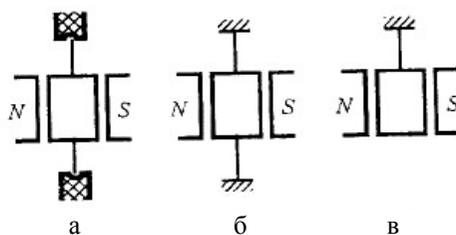


Рис. 5.5. Способы крепления рамки гальванометров

Растяжки и подвесы представляют собой тонкие упругие ленты или нити из специальных сплавов. Измеряемый ток поступает в рамку через эти ленты или нити; они же одновременно служат для создания противодействующего момента. В гальванометрах с рамкой на подвесе

вторым проводником является тончайшая лента или нить, не создающая противодействующего момента.

Цену деления шкалы (постоянную) гальванометра определяют экспериментальным путем или, по паспортным данным прибора, гальванометры широко применяют для измерения малых токов, напряжений, количества электричества или в качестве нулевых индикаторов при установлении наличия или отсутствия тока, напряжения в электрической цепи.

Отсчетное приспособление у гальванометров может быть стрелочным или зеркальным. Стрелочные гальванометры удобны в эксплуатации, зеркальные обладают более высокой чувствительностью. Гальванометры выполняются переносными и стационарными. Переносные гальванометры изготавливают с внутренней шкалой и стрелочным или оптическим указателем, стационарные – с внешними (относительно измерительного механизма) шкалой и осветителем. Чувствительность гальванометров зависит от способа установки подвижной части: она будет сравнительно невысокой, если подвижная часть установлена на кернах, средней – при установке ее на растяжках, а также высокой – при установке на подвесе.

Гальванометры могут быть различных систем. Наибольшее распространение получили гальванометры магнитоэлектрической системы с подвижной рамкой. Дифференциальное уравнение движения рамки гальванометра имеет вид

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + P \frac{d\alpha}{dt} + W\alpha = BnsI_r. \quad (5.13)$$

Полное сопротивление цепи рамки гальванометра  $R_{кр} = R_r + R_{н,кр}$  называют полным критическим сопротивлением гальванометра, где  $R_{н,кр}$  – внешнее (наружное) критическое сопротивление гальванометра. Важными характеристиками гальванометров являются их чувствительность к току  $S_I$ , и напряжению  $S_U$ .

Чувствительность к току

$$S_I = \alpha/I_r = Bns/W. \quad (5.14)$$

определяет отклонение подвижной части гальванометра при протекании единицы тока через его рамку. Если учесть, что падение напряжения на рамке  $U_r = I_r R_r$ , то можно определить чувствительность гальванометра к напряжению:

$$S_U = \alpha/U_r = Bns/WR_r = S_I/R_r. \quad (5.15)$$

На практике чувствительность гальванометра к напряжению часто определяется по соотношению угла поворота его подвижной части к напряжению, приложенному к цепи критически успокоенного гальванометра:

$$S_U^I = \alpha / IR_{кр} = S_I / R_{кр}. \quad (5.16)$$

Это обусловлено тем, что в большинстве практических случаев гальванометры работают в режиме, близком к критическому. Из выражений (5.14) и (5.15) видно, что повысить чувствительность можно уменьшением удельного противодействующего момента  $W$  и увеличением магнитной индукции  $B$ . Практически это осуществляется только в определенных границах. Например, получение малых значений удельного противодействующего момента  $W$  ограничивается механической прочностью подвеса и появлением у гальванометра повышенной чувствительности к сотрясениям и толчкам, микросейсмическим колебаниям и т. д.

Чувствительные к току гальванометры обычно изготавливают с большим периодом собственных незатухающих колебаний  $T_0$  и большим критическим сопротивлением, поэтому они обладают малой чувствительностью к напряжению. У гальванометров, чувствительных к напряжению, сопротивление рамки и критическое сопротивление незначительны.

При работе с гальванометрами не всегда требуется высокая чувствительность, и поэтому ее иногда уменьшают с помощью регулятора чувствительности (шунта).

Гальванометры, предназначенные для измерения кратковременных импульсов тока, называют баллистическими. Основное условие баллистического режима состоит в том, что длительность  $t$  импульса тока должна быть во много раз меньше длительности периода собственных незатухающих колебаний  $T$  гальванометра, то есть  $t \ll T$ . Поэтому баллистические гальванометры имеют увеличенный момент инерции подвижной части и обладают значительным периодом колебаний, достигающим 15–25 с и более.

Измерение импульсов тока с помощью баллистического гальванометра сводится к интегрированию тока  $i$  во времени, то есть определению количества электричества, прошедшего через рамку за время, равное длительности импульса  $t$ .

Максимальное отклонение  $a_m$  называется баллистическим отбросом. Он пропорционален количеству электричества  $Q$ , прошедшего через рамку гальванометра за время действия импульса тока:  $\alpha_m = S_\theta Q$  или

$Q = C_6 a_m$ , где  $S_6$  – баллистическая чувствительность, а  $C_6$  – баллистическая постоянная гальванометра (определяется обычно экспериментальным путем).

Современные гальванометры позволяют измерять токи в пределах  $10^{-5}$ – $10^{-12}$  А и напряжения до  $10^4$ В.

#### 5.1.4. Магнитоэлектрический кулонометр

Для того чтобы на основе магнитоэлектрического измерительного механизма создать прибор для измерения заряда, следует уменьшить по возможности момент инерции подвижной части и противодействующий момент. Поэтому у кулонометров отсутствуют пружинки (растяжки), ток в обмотку рамки подается через безмоментные подводы, а подвижная часть максимально облегчена. Тогда в идеальном случае уравнение движения подвижной части кулонометра находится из выражения:

$$P \cdot \alpha' = BS_w \cdot i(t), \quad (5.17)$$

откуда, по определению тока как скорости изменения заряда, получим

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{BS_w}{P} i(t), \quad (5.18)$$

$$\alpha(t_2) - \alpha(t_1) = \frac{BS_w}{P} \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt = \frac{BS_w}{P} q, \quad (5.19)$$

где  $[t_1, t_2]$  – интервал времени, в течение которого измеряемый заряд проходил через обмотку рамки. Результат измерения отсчитывается по шкале прибора в кулонах, как разница двух положений стрелки в момент времени присоединения к объекту и в момент завершения разряда объекта через обмотку рамки. В связи с таким действием магнитоэлектрический кулонометр снабжается устройством принудительной установки стрелки в некоторое начальное положение перед каждым измерением.

#### 5.1.5. Магнитоэлектрический веберметр

Магнитоэлектрический веберметр предназначен для измерения разности потокоцепления исследуемого постоянного магнитного поля с испытательной катушкой веберметра, площадь которой  $S$  и число витков  $n$  известны. Он устроен и действует точно так же, как магнитоэлектрический кулонометр.

Плоская катушка, присоединенная к зажимам веберметра, перемещается из одной в другую точку исследуемого магнитного поля.

Пусть  $\Phi_1, \Phi_2$  – магнитные потоки в двух точках поля, тогда  $\Psi_1 = W_{св1}$  и  $\Psi_2 = W_{св2}$  – потокосцепления в этих точках. Электродвижущая сила (ЭДС) и соответственно, ток, индуцирующиеся в катушке при ее перемещении из точки к точке, вычисляются через производную от потокосцепления по времени. В частности,  $i(t) = \Psi(t) / R$ , где  $R$  – сопротивление цепи. Подставляя эти выражения в формулы, записанные выше для кулонометра, получим:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{BSw}{P} i(t), \quad (5.20)$$

$$\alpha(t_2) - \alpha(t_1) = \frac{BSw}{P} \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt = \frac{BSw}{PR} (\Psi_2 - \Psi_1). \quad (5.21)$$

Таким образом, для измерения разности между магнитными потоками (или потокосцеплениями) в двух точках магнитного поля необходимо установить стрелку веберметра в некоторое положение, затем присоединить к нему плоскую катушку с известной площадью и числом витков и переместить ее между этими точками магнитного поля. Стрелка веберметра переместится, и результатом измерения будет разность положений стрелки, отсчитанная в единицах магнитного потока.

Пределы измерений от 500 мкВб до  $10^4$  мкВб. Основная приведенная погрешность от 1,5%.

## 5.2. Электромагнитные приборы

Перемещение подвижной части электромагнитных механизмов происходит под воздействием энергии магнитного поля системы, состоящей из неподвижного контура с измеряемым током и одного или нескольких подвижных сердечников из ферромагнитного материала. Контур обычно представляет собой плоскую или круглую неподвижную катушку, на которую намотан медный провод. Сердечники, изготовляют из магнитомягких материалов (электротехническая сталь, пермаллой).

В измерительном механизме, изображенном на рис. 5.6, магнитное поле создается при протекании по катушке (1) тока  $I$ . В приборах с плоской катушкой это поле втягивает в узкую щель сердечник в виде стальной пластинки (2), жестко укрепленной па оси; при этом создается вращающий момент; противодействующий момент образуется пружиной (4).

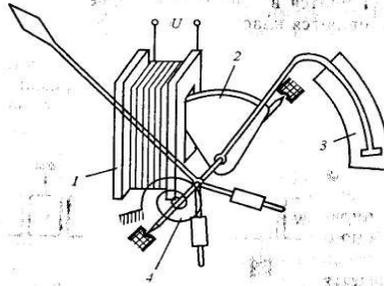


Рис. 5.6. Электромагнитный измерительный механизм с плоской катушкой:  
1 – катушка; 2 – сердечник; 3 – успокоитель; 4 – пружина

В приборах с круглой катушкой вращающий момент создается в результате взаимодействия подвижной и неподвижной пластин, расположенных внутри катушки. При прохождении тока по обмотке катушки обе пластинки намагничиваются и взаимодействуют друг с другом. Вследствие этого подвижная пластинка вместе с осью и стрелкой поворачивается на некоторый угол  $\alpha$  и закручивает противодействующую пружину. Для быстрого успокоения движения подвижной части применяют воздушные успокоители. При протекании через катушку индуктивности  $L$  измеряемого тока  $I$  энергия магнитного поля равна

$$W_{\text{эм}} = LI^2/2. \quad (5.22)$$

На основании формулы  $M_{\text{вп}} = dW_{\text{эм}}/d\alpha$  можно определить вращающий момент электромагнитного измерительного механизма:

$$M_{\text{вп}} = \frac{dW_{\text{вп}}}{d\alpha} = \frac{d(LI^2/2)}{d\alpha} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha}. \quad (5.23)$$

При установившемся отклонении подвижной части вращающий момент уравновешен противодействующим моментом, из условия  $M_{\text{вп}} = M_{\text{пр}}$ , ( $M_{\text{пр}} = W\alpha$ ) находим:

$$\frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha} = W\alpha, \quad (5.24)$$

отсюда уравнение преобразования:

$$\alpha = \frac{1}{2W} I^2 \frac{dL}{d\alpha}. \quad (5.25)$$

Если внутреннее сопротивление катушки  $R$ , а приложенное к ней напряжение  $U$ , то ток  $I = U/R$ . Подставив это значение в (5.25), получим:

$$\alpha = \frac{1}{2WR^2} \frac{dL}{d\alpha} U^2. \quad (5.26)$$

Из выражений (5.25) и (5.26) следует, что:

- шкалу измерительного механизма можно градуировать в единицах силы тока и напряжения;
- знак угла поворота подвижной части не зависит от направления тока в катушке, поэтому электромагнитные приборы можно применять для измерений в цепях постоянного и переменного токов;
- при переменном токе показания пропорциональны действующему значению измеряемой величины;
- градуировку прибора можно производить при постоянном токе;
- шкала электромагнитных приборов неравномерная – квадратичная, сжатая в начале, а в конце растянута.

Характер шкалы зависит от квадрата тока в катушке и множителя  $dL/da$ , то есть от закона изменения индуктивности с изменением угла поворота сердечника. Подбором формы сердечника и его расположением в катушке можно получить практически равномерную шкалу, начиная с 15–20% верхнего диапазона измерений.

Электромагнитные приборы проще по конструкции и дешевле других, надежны в работе и из-за отсутствия токоподводов к подвижной части способны выдерживать большие перегрузки. При работе механизма электромагнитной системы на переменном токе в окружающих металлических частях и сердечнике возникают вихревые токи, размагничивающие сердечник. Вследствие этого показания приборов на переменном токе немного меньше, чем на постоянном. Такое различие в показаниях увеличивается с ростом частоты, но на частоте  $f = 50$  Гц оно невелико.

Магнитное поле в электромагнитных механизмах без магнитопроводов, замыкающихся по воздуху, невелико, поэтому внешние магнитные поля существенно влияют на показания приборов с такими механизмами. Чтобы уменьшить их действие, в электромагнитных приборах предусматривается дифференциальная конструкция, как это показано на рис. 5.7.



Рис. 5.7. Дифференциальная конструкция электромагнитного прибора

Компенсация действия внешнего поля происходит за счет того, что моменты, которые оно создает при воздействии на обе стороны подвижной части, действуют в противоположных направлениях, а моменты, создаваемые измеряемым током, действуют в одном направлении. Эта компенсация будет неполной, если внешнее поле неоднородно в объеме подвижного механизма прибора.

Для уменьшения влияния внешних магнитных полей также применяют экранирование. В механизмах с магнитопроводом собственное магнитное поле сильнее, поэтому экранировать приборы с такими механизмами не надо.

*Достоинства электромагнитных механизмов:*

- простота конструкции;
- надежность в работе;
- пригодность для работы на постоянном и переменном токе;
- устойчивость к токовым перегрузкам, что объясняется отсутствием токоподводов к подвижной части.

*Недостатки электромагнитных механизмов:*

- относительно малая точность и чувствительность;
- неравномерная шкала;
- влияние внешних магнитных полей на механизмы без магнитопровода;
- большое собственное потребление мощности.

Рассмотренные конструкции используются в качестве амперметров и вольтметров.

Приборы электромагнитной системы применяются в основном в качестве щитовых амперметров и вольтметров переменного тока промышленной частоты. Класс точности щитовых приборов 1,5 и 2,5. Основное применение в силу малой чувствительности – измерение в це-

пях переменного тока промышленной частоты 50 и 400 Гц. В некоторых случаях они используются для работы на повышенных частотах: амперметры до 8000 Гц, вольтметры до 400 Гц. Выпускаются также переносные приборы электромагнитной системы классов точности 0,5 и 1,0 для измерения в лабораторных условиях.

Амперметры – измерительные механизмы, катушки которых включаются в разрыв измеряемой цепи. Число витков катушки выбирается таким, чтобы ампер-витки, образующие магнитное поле внутри катушки, обеспечили полное отклонение подвижной части механизма при номинальном значении тока.

Промышленность выпускает амперметры электромагнитной системы с верхним пределом измерения от долей ампера до 200 А, и вольтметры с пределами измерения от долей вольта до сотен вольт.

При необходимости расширения пределов измерения амперметров и вольтметров применяются шунты и добавочные сопротивления.

Электромагнитные амперметры изготавливают стационарными (щитовыми) и переносными: первые – однопределные, чаще всего на 5 А (для использования с измерительным трансформатором тока); вторые – многопределные, с несколькими секциями катушки измерительного механизма. Для расширения предела измерений секции переключаются с последовательного соединения на параллельное.

Применение шунтов для расширения пределов измерения электромагнитных амперметров нерационально, так как это приводит к увеличению мощности потребления приборами, громоздкости и дороговизне. Пределы измерения электромагнитных амперметров на переменном токе расширяются с помощью измерительного трансформатора тока; шунтирование не применяется из-за громоздкости шунта.

На рис. 5.8 показано включение амперметров во вторичную обмотку трансформатора тока. Здесь  $w_1$  – первичная обмотка;  $w_2$  – вторичная обмотка;  $I_1$  и  $I_2$  – соответствующие токи.

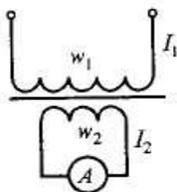


Рис. 5.8. Включение амперметра с трансформатором тока

Вольтметры – измерительные механизмы, катушки которых имеют большое число витков тонкого медного провода. Схема соединения измерительного механизма с добавочным резистором у электромагнитных вольтметров такая же, как и у магнитоэлектрических вольтметров.

Пределы измерения вольтметров при работе на переменном токе можно расширить (помимо применения добавочных резисторов) с помощью измерительных трансформаторов напряжения. У некоторых электромагнитных вольтметров пределы измерения изменяются путем секционирования обмотки катушки и переключения секций с последовательной схемы на параллельную.

### **5.3. Приборы электродинамической и ферродинамической систем**

#### ***5.3.1. Электродинамические приборы***

Электродинамические приборы состоят из электродинамического измерительного механизма с отсчетным устройством и измерительной цепи. Эти приборы применяют для измерения постоянных и переменных токов и напряжений, мощности в цепях постоянного и переменного тока, угла фазового сдвига между переменными токами и напряжениями. Электродинамические приборы являются наиболее точными электромеханическими приборами для цепей переменного тока.

Вращающий момент в электродинамических измерительных механизмах возникает в результате взаимодействия магнитных полей неподвижных и подвижной катушек с токами.

Электродинамический измерительный механизм (рис. 5.9) имеет две последовательно соединенные неподвижные катушки (1), разделенные воздушным зазором, и подвижную катушку (2). Ток к подвижной катушке подводится через пружинки, создающие противодействующий момент,

Успокоение создается воздушным или магнитоиндукционным успокоителем.

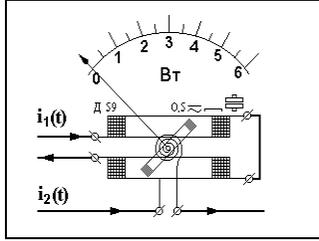


Рис. 5.9. Электродинамический измерительный механизм с прямоугольной катушкой

Электродинамические приборы, у которых магнитные потоки проходят через ферромагнитные магнитопроводы, называются ферродинамическими.

В результате взаимодействия протекающих по катушкам постоянных  $I_A$  и  $I_B$  или переменных  $i_A - i_1(t)$  и  $i_B - i_2(t)$  токов создается вращающий момент, который можно определить из выражения:

$$M_{Bp} = dW_{эм} / d\alpha. \quad (5.27)$$

Электромагнитная энергия системы катушек соответственно равна

$$W_{эм} = \frac{1}{2} L_A I_A^2 + \frac{1}{2} L_B I_B^2 \pm M_{AB} I_A I_B \quad (5.28)$$

или

$$W_{эм} = \frac{1}{2} L_A i_A^2 + \frac{1}{2} L_B i_B^2 \pm M_{AB} i_A i_B, \quad (5.29)$$

где  $L_A$  и  $L_B$  – индуктивности катушек  $A$  и  $B$ ;  $M_{AB}$  – взаимная индуктивность между ними.

Дифференцируя эти выражения согласно (5.27), нужно учитывать, что индуктивность  $L_A$ ,  $L_B$  и токи не зависят от пространственного расположения катушек. Тогда:

$$M = I_A I_B \frac{dM_{AB}}{d\alpha} \text{ или } M(t) = i_A i_B \frac{dM_{AB}}{d\alpha}. \quad (5.30)$$

В случае переменных токов подвижная часть измерителя не успевает следовать за мгновенными изменениями момента  $M(t)$ , а реагирует на его среднее значение  $M_{cp}$ :

$$M_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T M(t) dt = \frac{dM_{AB}}{d\alpha} \frac{1}{T} \int_0^T i_A i_B dt. \quad (5.31)$$

Если токи  $i_A$  и  $i_B$  синусоидальны и совпадают по фазе, то

$$M_{cp} = I_A I_B \frac{dM_{AB}}{d\alpha}, \quad (5.32)$$

где  $I_A$  и  $I_B$  – действующие значения синусоидальных токов  $i_A$  и  $i_B$ .

При установившемся отклонении подвижной части измерителя вращающий момент, вычисленный по (5.30) или (5.32), уравновешен противодействующим моментом.

Откуда

$$\alpha = \frac{1}{W} \frac{dM_{AB}}{d\alpha} I_A I_B. \quad (5.33)$$

Из выражения (5.33) следует, что:

- измерительный механизм электродинамической системы является множительным устройством;
- если токи  $i_A$  и  $i_B$  совпадают по фазе, то измерительный механизм может иметь одну шкалу для постоянных и переменных токов;
- путем изменения  $dM_{AB}/d\alpha$  можно менять характер шкалы. Электродинамические приборы в основном изготавливают в виде переносных приборов классов 0,1; 0,2 и 0,5 для измерений тока, напряжения и мощности в цепях постоянного и переменного токов при частотах 50–400 Гц. В настоящее время выпускают приборы для более высоких частот (1–5 кГц). Приборы классов 0,1 и 0,2 используются для градуировки и поверки приборов других систем.

Особенности электродинамических измерительных механизмов придают электродинамическим приборам определенные положительные свойства. Электродинамические измерительные механизмы работают как на постоянном, так и на переменном токе (примерно до 10 кГц) с высокой точностью и обладают высокой стабильностью своих свойств.

Однако электродинамические измерительные механизмы имеют низкую чувствительность по сравнению с магнитоэлектрическими механизмами. Поэтому приборы с электродинамическими механизмами обладают большим собственным потреблением мощности. Электродинамические измерительные механизмы имеют малую перегрузочную способность по току, относительно сложны и дороги.

### 5.3.2. Приборы ферродинамической системы

Ферродинамический измерительный механизм отличается от электродинамического механизма тем, что его неподвижные катушки

имеют магнитопровод из магнитомягкого листового материала, позволяющий существенно увеличивать магнитный поток, а следовательно, и вращающий момент. Однако использование ферромагнитного сердечника приводит к появлению погрешностей, вызванных его влиянием, например погрешностей от нелинейности кривой намагничивания, от гистерезиса при работе на постоянном токе и т. д. Ферродинамические измерительные механизмы мало подвержены влиянию внешних магнитных полей, так как имеют достаточно сильные собственные поля.

По аналогии с магнитоэлектрическими приборами, магнитопровод снабжен наконечниками и (для уменьшения магнитного сопротивления) сердечником, так что для подвижной катушки обеспечивается равномерный воздушный зазор.

За счет указанных мероприятий вращающий момент ферродинамических приборов существенно увеличен, а вся магнитная система оказывается экранированной от действия внешних магнитных полей, которые могут возникать на энергоемких предприятиях, особенно в местах расположения приборных щитов. Поэтому чаще всего ферродинамические приборы применяются как щитовые приборы для вертикального расположения. Из-за сравнительно большого вращающего момента ферродинамические приборы устойчивы к тряске и вибрациям и успешно применяются на железнодорожных, морских и воздушных транспортных средствах. Стрелка и шкала и иные индикаторы ферродинамических приборов обычно делают хорошо видимыми с обычного расстояния от щита 1–2,5 м, за которым следит технолог, управляющий производственным процессом.

С другой стороны, наличие магнитопровода значительно увеличивает индуктивность неподвижной катушки, и поэтому частотный диапазон ферродинамических приборов существенно уже частотного диапазона электродинамических приборов.

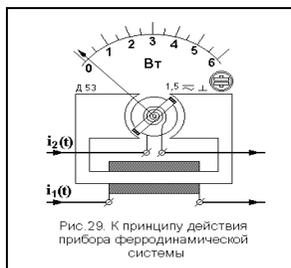


Рис. 5.10. Ферродинамический измерительный прибор

Диапазоны измерений действующих значений тока, напряжения и активной мощности те же, что и у электродинамических приборов. Точность ферродинамических приборов ниже и не бывает лучше, чем 0,5%. Частотный диапазон 0 Гц, 45 ÷ 500 Гц. Собственное сопротивление ферродинамических вольтметров составляет (100 ÷ 2000) Ом. Большое значение вращающего момента дает возможность использовать ферродинамический механизм для построения самопишущих приборов. Для этого на стрелке устанавливается пишущий инструмент (перо, чернильница), и в прибор встраивается лентопротяжный механизм, перемещающий бумажную ленту – диаграмму.

### 5.3.3. Амперметры и вольтметры электродинамической и ферродинамической систем

В электродинамических и ферродинамических амперметрах для токов до 0,5А неподвижные и подвижная катушки измерительного механизма соединяют последовательно. В этом случае токи в катушках равны, то есть  $I_1 = I_2 = I$ ;  $\cos \psi = 1$  и угол отклонения

$$\alpha = \frac{1}{W} \frac{dM_{1,2}}{d\alpha} I^2. \quad (5.34)$$

Для получения линейной зависимости  $\alpha=f(I)$ , а следовательно, равномерной шкалы, у электродинамических амперметров так располагают неподвижные катушки, чтобы зависимость  $\frac{dM_{1,2}}{d\alpha} = \varphi(\alpha)$  корректировала функцию (5.34), приближая ее к линейной. Практически у электродинамических амперметров шкала равномерна в пределах 25–100 % ее длины.

При последовательном включении катушек температурная и частотная (до 2000 Гц) погрешности электродинамических амперметров незначительны.

В амперметрах на токи свыше 0,5 А подвижную и неподвижные катушки включают параллельно. В этом случае осуществляют компенсацию температурной и частотной погрешностей, возникающих из-за перераспределения токов в катушках при изменении температуры и частоты. Компенсацию температурной погрешности осуществляют подбором сопротивлений добавочных резисторов из марганца и меди, включаемых и каждую из параллельных ветвей так, чтобы температурные коэффициенты сопротивления этих ветвей были одинаковыми. Компенса-

цию частотной погрешности выполняют включением добавочных катушек индуктивности или конденсаторов в соответствующие ветви схемы так, чтобы были равными постоянные времени этих ветвей.

Для схемы с параллельным включением катушек и при выполнении условий температурной и частотной компенсации  $I_1=c_1I$ ;  $I_2=c_2I$ ;  $\cos \psi=1$ , где  $I_1$ ,  $I_2$  – токи в неподвижных и подвижной катушках;  $I$  - измеряемый ток. Угол отклонения подвижной части амперметра при этом

$$a = \frac{c_1 c_2}{W} \frac{dM_{1,2}}{d\alpha} I^2. \quad (5.35)$$

Электродинамические амперметры чаще всего выпускают на два диапазона измерений. Изменение пределов при этом производится путем включения неподвижных катушек последовательно или параллельно. Для расширения пределов измерения используют измерительные трансформаторы тока.

Предельные свойства электродинамических амперметров:

- предел допускаемой основной приведенной погрешности – от 0,2 до 1,0%,
- диапазон измерений – от 0,005 А и выше, с трансформатором тока – до 6 000 А,
- диапазон частот – 0; 45 ÷ 5000 Гц,
- собственное сопротивление не более нескольких Ом.

Шкала электродинамического амперметра неравномерна. Конструктивными мерами путем подбора формы катушек ее стремятся сделать равномерной. На шкалах отечественных электродинамических амперметров обычно нанесены жирные точки, за пределами которых объявленный класс точности не обеспечивается.

Вольтметр представляет собой измерительный механизм электродинамической системы с добавочным резистором  $R_d$  (рис. 5.11). В силу отмеченных обстоятельств электродинамический вольтметр используется для измерения постоянного и действующего значения переменного напряжения практически вне зависимости от формы кривой, если частоты высших гармоник кривой напряжения не выходят за пределы его частотного диапазона. Из-за большого потребляемого тока (3 мА) сопротивление электродинамического вольтметра не может быть большим. Так, на пределе 30 В его сопротивление не может быть больше 10000 Ом. Поэтому электродинамические вольтметры применяются для измерений в мощных цепях, в которых шунтирующее действие их невысокого сопротивления не будет заметно сказываться на результатах измерений.

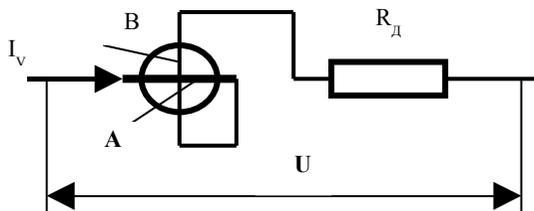


Рис. 5.11. Схема электродинамического вольтметра

Катушки прибора – подвижная  $B$  и неподвижная  $A$  – соединяются последовательно.

Электродинамический вольтметр состоит из электродинамического измерительного механизма и добавочного резистора стабильного сопротивления, причем все катушки механизма и добавочный резистор включены последовательно.

Угол отклонения подвижной части электродинамического вольтметра

$$\alpha = \frac{c_3}{W} \frac{dM_{1,2}}{d\alpha} U^2, \quad (5.36)$$

где  $c_3 = 1/Z^2$ ;  $Z$  – полное сопротивление цепи вольтметра, то есть сумма сопротивлений добавочного резистора.

В многопредельных вольтметрах последовательно с измерительным механизмом включается секционированный добавочный резистор. Поэтому многопредельные вольтметры снабжают переключателем пределов или несколькими входными зажимами. Для увеличения верхнего предела измерений вольтметра применяют измерительные трансформаторы напряжения.

В электродинамических вольтметрах при изменении температуры возникает температурная погрешность от изменения сопротивления цепи вольтметра. В вольтметрах с малым верхним пределом измерений температурная погрешность может достичь недопустимой величины. Поэтому в таких вольтметрах уменьшают сопротивление катушек, уменьшая число витков, что приводит к увеличению тока, потребляемого прибором. Частотная погрешность, вызванная изменением  $Z$  прибора, компенсируется путем шунтирования части добавочного резистора конденсатором.

Основная область применения электродинамических амперметров и вольтметров – точные измерения в цепях переменного тока, чаще всего

в диапазоне частот от 45–50 до тысяч герц. Их применяют также в качестве образцовых при поверке и градуировке других приборов.

Промышленность выпускает электродинамические миллиамперметры и амперметры с верхними пределами от 1 мА до 10 А на частоты до 10 кГц, многопредельные вольтметры с верхними пределами от 1,5 до 600 В на частоты до 5 кГц. Классы точности амперметров и вольтметров 0,1; 0,2; 0,5.

Область применения ферродинамических амперметров и вольтметров – измерения переменных токов и напряжений в узком диапазоне частот при тяжелых условиях эксплуатации. Выпускаются щитовые ферродинамические амперметры и вольтметры классов точности 1,5 и 2,5, в тряско-, вибро- и ударопрочном исполнении, переносные амперметры и вольтметры класса 0,5 на узкий диапазон частот (45–55 Гц; 450–50 Гц).

$$U = U_0 K_\phi = U_{\max} (t_u / T) \sqrt{T / t_u} = U_{\max} \sqrt{t_u / T}. \quad (5.37)$$

Предельные свойства электродинамических вольтметров:

- предел допускаемой основной приведенной погрешности – от 0,2 до 1,0%;
- диапазон измерений – от 5 до 600 В, с трансформатором – до  $3 \times 10^4$  В;
- диапазон частот – до 5000 Гц;
- собственное сопротивление – 100 – 2000 Ом.

Свойства шкал электродинамических вольтметров такие же, как у шкал электродинамических амперметров.

#### 5.3.4. Ваттметры

Электродинамический (ферродинамический) измерительный механизм лежит в основе электродинамического (ферродинамического) ваттметра.

В этом случае (рис. 5.12,а) последовательно соединенные неподвижные катушки (1) включают последовательно с объектом ( $Z$ ), потребляемая мощность которого измеряется. Подвижная катушка (2) с добавочным резистором  $R_0$  включается параллельно объекту. Цепь неподвижных катушек называют последовательной цепью, а цепь подвижной катушки – параллельной цепью.

Для ваттметра, работающего в цепи постоянного тока, угол отклонения подвижной части определяется по формуле (5.38):

$$\alpha = \frac{1}{W} \frac{dM_{1,2}}{d\alpha} \frac{UI}{R_U + R_D} = SP, \quad (5.38)$$

где  $P = UI$  – измеряемая мощность;  $S = \frac{dM_{1,2}}{d\alpha} \frac{1}{W(R_U + R_D)}$  – чувствительность.

$$S = \frac{dM_{1,2}}{d\alpha} \frac{1}{W(R_U + R_D)} \text{ – чувствительность.}$$

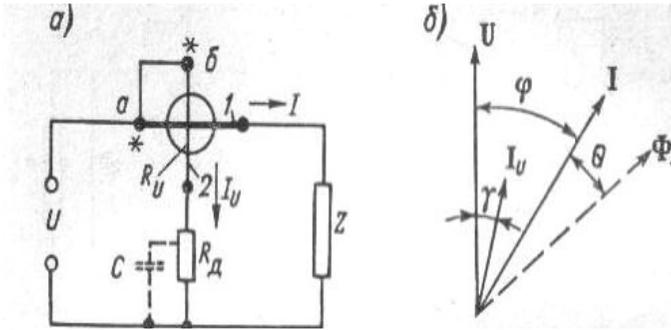


Рис. 5.12. Схема включения ваттметра (а) и векторная диаграмма (б)

У ваттметров конструктивным путем добиваются

$$\frac{dM_{1,2}}{d\alpha} = const$$

что обеспечивает равномерную шкалу.

При работе в цепях переменного тока вектор тока  $I_U$  параллельной цепи отстает от вектора напряжения  $U$  на некоторый угол  $\gamma$  вследствие индуктивности подвижной катушки (рис. 5.12,б).

Поэтому

$$\alpha = \frac{1}{W} \frac{dM_{1,2}}{d\alpha} I_U \cos(\varphi - \gamma), \quad (5.39)$$

где  $\varphi$  – угол фазового сдвига между током и напряжением в нагрузке.

Учитывая, что ток в параллельной цепи ваттметра  $I_U = U \cos \gamma / (R_U + R_D)$ , и принимая  $\frac{dM_{1,2}}{d\alpha} = const$ , получим  $SUI \cos \varphi \cos \gamma$

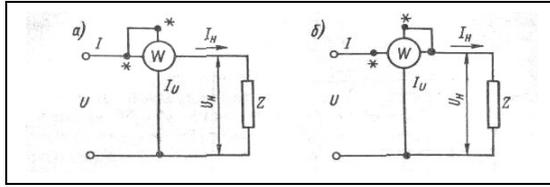


Рис. 5.13. Схемы включения параллельной обмотки ваттметра

Это выражение показывает, что отклонение подвижной части ваттметра пропорционально активной мощности при условии  $\gamma = 0$ , которое может быть выполнено включением конденсатора  $C$  соответствующей емкости, как показано на рис. 5.12,а. Однако  $\gamma = 0$  лишь при определенной частоте, и с изменением частоты это условие нарушается.

При  $\gamma \neq 0$  ваттметр измеряет мощность с погрешностью  $\delta_\gamma$ , называемой угловой погрешностью. При малом значении угла  $\gamma$  (обычно  $\gamma$  не превышает  $40\text{--}50^\circ$ ), то есть при  $\sin \gamma \approx \gamma$ ,  $\cos \gamma \approx 1$  относительная угловая погрешность

$$\delta_\gamma = [UI \cos(\varphi - \gamma) \cos \gamma - UI \cos \varphi] / (UI \cos \varphi) \approx \gamma \tan \varphi \quad (5.40)$$

При углах  $\varphi$ , близких к  $90^\circ$ , угловая погрешность может достигать больших значений.

Потребляемая мощность последовательной и параллельной цепями ваттметра приводит к погрешности, зависящей от способа включения ваттметра. При измерении мощности, потребляемой объектом, возможны две схемы включения ваттметра, отличающиеся способом включения параллельной цепи (рис. 5.13, а и б). Если не учитывать фазовых сдвигов между токами и напряжениями в катушках и считать сопротивление объекта чисто активным, то погрешности, обусловленные потреблением катушками ваттметра:

для схемы рис. 5.13,а

$$\delta = (U I_H - U_H I_H) / U_H I_H = P_U / P_H \quad (5.41)$$

для схемы рис. 5.13,б

$$\delta = [U_H (I_U + I_H) - U_H I_H] / U_H I_H = P_U / P_H, \quad (5.42)$$

где  $P_I$  и  $P_U$  – мощность, потребляемая, соответственно, последовательной и параллельной цепями ваттметра;  $P_H$  – мощность, потребляемая нагрузкой.

Следовательно, рассматриваемые погрешности заметны лишь при измерениях мощности в маломощных цепях. Схему включения, показан-

ную на рис. 5.13,а целесообразно использовать при измерении мощности объекта с высокоомной нагрузкой, а схему, показанную на рис. 5.13,б – при измерении мощности объекта с низкоомной нагрузкой.

Изменение порядка включения зажимов одной из цепей ваттметра (поворот соответствующего вектора тока) ведет к изменению направления отклонения подвижной части измерительного механизма. Поэтому для правильного включения ваттметра один из зажимов последовательной и параллельной цепи обозначается звездочкой («генеративный зажим»).

Электродинамические ваттметры имеют обычно несколько верхних пределов измерения по току и напряжению: чаще всего два по току, например 5 и 10 А, и три по напряжению – 30, 150 и 300 В. Эти приборы снабжают неименованными шкалами, и для того чтобы найти значение мощности, измеренное ваттметром, необходимо число делений, указываемое стрелкой, умножить на постоянную прибора (в ваттах на деление), которая определяется по формуле:

$$C_H = \frac{U_H \cdot I_H}{N},$$

где  $C_H$  – постоянная прибора;  $U_H$  – номинальное напряжение;  $I_H$  – номинальный ток;  $N$  – число делений.

Для измерения мощности при больших напряжениях и токах применяют измерительные трансформаторы напряжения и тока.

Промышленность выпускает многопредельные электродинамические ваттметры с пределами по току от 25 мА до 70 А и по напряжению от 15 до 600 В классов точности 0,1; 0,2; 0,5. Выпускают также ферродинамические переносные и щитовые ваттметры классов точности 0,2; 0,5; 1,0.

#### 5.4. Электростатические приборы

Основой электростатических приборов является электростатический измерительный механизм с отсчетным устройством. Они применяются, главным образом, для измерения напряжений переменного и постоянного тока. Находят применение также электрометры – электростатические приборы специальной конструкции, требующие вспомогательных источников питания. Электрометры обладают повышенной чувствительностью к напряжению.

Вращающий момент в электростатических механизмах возникает в результате взаимодействия двух систем заряженных проводников, одна из которых является подвижной.

Устройство одного из видов электростатических измерительных механизмов с изменяющейся активной площадью пластин показано на рис. 5.14, где 1 – система неподвижных металлических пластин; 2 – зеркало; 3 – растяжки для создания противодействующего момента и подвода напряжения к подвижным пластинам; 4 – система подвижных металлических пластин.

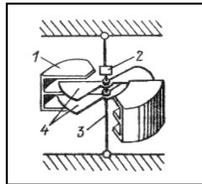


Рис. 5.14. Устройство электростатического измерительного механизма

Если к неподвижным и подвижным пластинам приложить напряжение, то они окажутся заряженными противоположными по знаку зарядами, в результате чего подвижные пластины будут притягиваться к неподвижным, то есть будут стремиться втянуться между неподвижными пластинами.

Вращающий момент:

$$M_t = \frac{dW_{\text{Э}}}{d\alpha} = \frac{d(Cu^2 / 2)}{d\alpha} = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\alpha} u^2, \quad (5.43)$$

где  $W_{\text{Э}}$  – энергия электростатического поля системы заряженных пластин;  $C$  – электрическая емкость между подвижными и неподвижными пластинами;  $u$  – напряжение между подвижными и неподвижными пластинами.

Если напряжение  $U$  постоянное, то вращающий момент

$$M = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\alpha} U^2. \quad (5.44)$$

Если  $u = U_m \sin \omega t$ , то мгновенный вращающий момент

$$M_t = \frac{1}{4} \frac{dC}{d\alpha} U_m^2 (1 - \cos 2\omega t). \quad (5.45)$$

Таким образом, вращающий момент имеет постоянную и гармоническую составляющие. Отклонение подвижной части обычно применяемого электростатического измерительного механизма под действием переменного напряжения промышленной и более высокой частоты определяется постоянной составляющей момента, которая может быть записана в таком виде:

$$M = \frac{1}{T} \int_0^T M_t dt = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\alpha} \frac{1}{T} \int_0^T U_m^2 \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\alpha} U^2, \quad (5.46)$$

где  $U$  – действующее напряжение.

При искаженной форме напряжения

$$u = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{mk} \sin(k\omega t + \varphi_k)$$

вращающий момент

$$M = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\alpha} (U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots) = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\alpha} U^2, \quad (5.47)$$

где  $U^2$  – квадрат искаженного по форме действующего напряжения;  $U_0$ ,  $U_1$ ,  $U_2$ , ... – постоянная и гармонические составляющие приложенного напряжения.

Если противодействующий момент создается упругими элементами, то угол поворота подвижной части

$$\alpha = \frac{1}{2W} \frac{dC}{d\alpha} U^2. \quad (5.48)$$

Из выражения (5.48) следует, что зависимость угла отклонения подвижной части от напряжения нелинейна и что поворот подвижной части одинаков как при постоянном напряжении, так и при напряжении переменного тока, имеющем действующее значение, равное значению постоянного напряжения. Линейную зависимость угла отклонения  $\alpha$  от напряжения (для значительной части диапазона измерений) получают,

изготавливая подвижные пластины специальной формы, при которой  $\left[ \begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array} \right]$  является требуемой функцией  $\alpha$ .

Следующие особенности электростатических измерительных механизмов придают электростатическим приборам положительные свойства. Электростатические измерительные механизмы имеют малое собственное потребление мощности от измеряемой цепи; на постоянном токе это потребление равно нулю. На эти механизмы малое влияние оказывают температура окружающей среды, частота и форма измеряемого напряжения, отсутствует влияние магнитных полей. К достоинствам следует отнести возможность изготовления вольтметров для высоких

напряжений до сотен киловольт без громоздких, дорогих и потребляющих большую мощность добавочных резисторов и измерительных трансформаторов.

Однако электростатические измерительные механизмы имеют малую чувствительность и на них сильно влияют внешние электростатические поля. Для защиты от внешних электростатических полей применяют металлические экраны. Основным недостатком вольтметров электростатической системы является низкий вращающий момент, из-за чего диапазон измеряемых напряжений ограничен снизу значением 30 В, и он может применяться только при условии защиты от вибраций и тряски.

С другой стороны, вольтметры электростатической системы обеспечивают измерение высоких напряжений до 300 кВ без использования делителя напряжения и практически без собственного потребления мощности от объекта.

Достигнутый предел допускаемой основной приведенной погрешности электростатических вольтметров – 0,5%. Частотный диапазон: 0 Гц,  $40 \div 10^7$  Гц.

#### *5.4.1. Электростатические вольтметры*

Основой электростатических вольтметров является электростатический измерительный механизм, входной величиной которого является напряжение. Поэтому измеряемое вольтметром напряжение непосредственно подается на измерительный механизм. Вольтметры на разные пределы измерений имеют разные конструкции измерительного механизма. У вольтметров на малые и средние напряжения воздушный зазор между пластинами очень мал, поэтому возникает опасность короткого замыкания пластин, а следовательно, и источника измеряемого напряжения при случайных ударах, тряске и т. п. Для исключения этого внутрь вольтметра встраивается защитный резистор и прибор включается в цепь посредством зажимов 1 и 2 (рис. 5.15).

При измерении напряжений повышенной частоты (сотни килогерц) защитный резистор во избежание дополнительной погрешности отключается путем включения прибора через зажимы 1 и Э (экран). При измерениях в несимметричных цепях, особенно при повышенных частотах, заземляющий провод обязательно подключается к зажиму, соединенному с внутренним экраном прибора (зажимы Э или 2). Для уменьшения дополнительной погрешности при измерениях в цепях высокой частоты длина проводов должна быть минимальной.

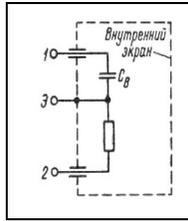


Рис. 5.15. Схема электростатического вольтметра

Шкала электростатических вольтметров в пределах 25–100 % обычно равномерна, что достигается подбором формы подвижных пластин.

Расширение пределов измерений электростатических вольтметров при измерении переменного напряжения  $U$  осуществляют включением последовательно с вольтметром, имеющим собственную емкость  $C_B$ , добавочного конденсатора  $C_D$  или использованием емкостного делителя, состоящего из конденсаторов известной емкости  $C_1$  и  $C_2$ .

В первом случае напряжение на вольтметре определяется выражением

$$U_B = UC_D / (C_B + C_D).$$

Зависимость емкости  $C_B$  от угла поворота подвижной части приводит к дополнительной погрешности измерений.

При использовании емкостного делителя  $U_B = UC_1 / (C_1 + C_2 + C_B)$ , где  $C_2$  – емкость конденсатора, параллельно которому подключен вольтметр. Если  $C_2 \gg C_B$  то коэффициент деления окажется практически постоянным для всех значений измеряемого напряжения.

Расширение пределов измерений электростатических вольтметров на постоянном токе осуществляют с помощью резистивных делителей напряжения.

В настоящее время промышленность выпускает несколько типов электростатических вольтметров с верхними пределами измерений от 30 В до 75 кВ классов точности 0,5; 1,0; 1,5 на частотный диапазон до 14 МГц. Потребление мощности на постоянном токе очень мало и определяется несовершенством изоляции. Входное сопротивление электростатических вольтметров достигает  $10^{10}$ – $10^{14}$  Ом. Потребление мощности при измерении в цепях переменного тока зависит от емкости измерительного механизма и частоты измеряемого напряжения.

На основе электростатических электрометров могут быть построены ваттметры для измерения мощности в широком диапазоне ча-

стот токов и напряжений с искаженной формой кривой, для измерения мощности при малом коэффициенте мощности  $\cos \varphi$ .

### 5.5. Индукционные приборы

Индукционные приборы состоят из индукционного измерительного механизма с отсчетным устройством и измерительной схемой. Принцип действия индукционных измерительных механизмов основан на взаимодействии магнитных потоков электромагнитов и вихревых токов, индуцированных магнитными потоками в подвижной части, выполненной в виде алюминиевого диска.

В настоящее время из индукционных приборов находят применение счетчики электрической энергии в цепях переменного тока. Устройство и схема включения индукционного счетчика показаны на рис. 5.16.

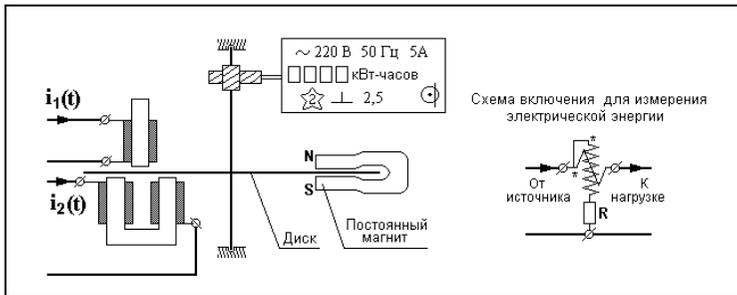


Рис. 5.16. Прибор индукционной системы (счетчик электрической энергии)

Подвижной частью этого прибора является диск из электропроводящего материала (обычно это алюминий, как обладающий наименьшим весом). Диск вращается на оси, закрепленной в подпятниках, которые должны быть износостойчивыми и создавать минимальный и неизменный во времени момент трения. Вращающий момент создается двумя электромагнитами, расположенными по разные стороны от диска. Их расположение таково, что вихревые токи, создаваемые ими в диске, взаимодействуют с полями этих электромагнитов, и при этом взаимодействии возникает момент, пропорциональный произведению токов:

Анализ работы индукционного счетчика показывает, что вращающий момент пропорционален мощности переменного тока, то есть

$$M \propto UI \cos \varphi \quad (5.49)$$

где  $k$  – постоянный коэффициент.

На подвижную часть счетчика (алюминиевый диск) действует тормозной момент, пропорциональный частоте вращения диска. Этот момент создается в результате действия тока, наводимого во вращающемся между полюсами постоянного магнита диске, и определяется выражением

$$M_T = k_1 \frac{d\alpha}{dt}, \quad (5.50)$$

где  $k_1$  – постоянный коэффициент;  $\frac{d\alpha}{dt}$  – частота вращения диска.

Приравняв вращающий и тормозной моменты, получим

$$kUI \cos \varphi = k_1 \frac{d\alpha}{dt}. \quad (5.51)$$

Число оборотов диска  $N$  за время  $\Delta t$  измерения энергии определяется интегралом по времени от частоты вращения диска  $\frac{d\alpha}{dt}$ , то есть

$$N = k_2 \int_0^{\Delta t} \frac{d\alpha}{dt} dt = k_2 \frac{k}{k_1} \int_0^{\Delta t} UI \cos \varphi dt = \frac{W}{C}, \quad (5.52)$$

где  $C = k_1/kk_2$  – постоянная счетчика;  $W$  – энергия, прошедшая через счетчик за интервал времени  $\Delta t$ .

Отсчет энергии производится по показаниям счетного механизма – счетчика оборотов, градуированного в единицах энергии. Единице электрической энергии (обычно 1 кВтч), регистрируемой счетным механизмом, соответствует определенное число оборотов подвижной части счетчика. Это соотношение, называемое передаточным числом  $A$ , указывается на счетчике.

Величину, обратную передаточному числу, то есть отношение зарегистрированной энергии к числу оборотов диска, называют номинальной постоянной  $C_{НОМ}$ . Значения  $A$  и  $C_{НОМ}$  зависят только от конструкции счетного механизма и для данного счетчика остаются неизменными.

Под действительной постоянной счетчика  $C$  понимают количество энергии, действительно прошедшей через счетчик за один оборот подвижной части. Действительная постоянная в отличие от номинальной зависит от тока нагрузки, а также от внешних условий (температуры, частоты и т. д.). Зная  $C$  и  $C_{НОМ}$ , можно определить относительную погрешность счетчика

$$\mathcal{E} = (W' - W) / W = (C_{НОМ} - C) / C, \quad (5.53)$$

где  $W'$  – энергия, измеренная счетчиком, а  $W$  – действительное значение энергии, прошедшей через счетчик.

Счетчики активной энергии выпускают классов точности 0,5; 1,0; 2; 2,5; счетчики реактивной энергии – 1,5; 2 и 3. Класс точности счетчиков нормирует относительную основную погрешность и другие метрологические характеристики.

Государственным стандартом устанавливается порог чувствительности (в процентах) счетчика, определяемый выражением:

$$\Delta S = 100 I_{\min} / I_{\text{НОМ}}, \quad (5.54)$$

где  $I_{\min}$  – минимальное значение тока, при котором диск счетчика начинает безостановочно вращаться;  $I_{\text{НОМ}}$  – номинальное для счетчика значение тока в токовой обмотке.

При этом напряжение и частота тока в цепи должны быть номинальными, а  $\cos \varphi = 1$ . Согласно ГОСТ 6570-75 порог чувствительности не должен превышать 0,4 % – для счетчиков класса точности 0,5 и 0,5 % – для классов 1,0; 1,5 и 2. Для счетчиков реактивной энергии классов 2,5 и 3 значение  $\Delta S$  должно быть не более 1 %.

Вращение диска при отсутствии тока в нагрузке и при наличии напряжения в параллельной цепи счетчика называют самоходом. Согласно ГОСТ 6570-75 самоход не должен быть при любом напряжении от 80 до 110 % номинального.

Погрешность счетчика зависит от режима его работы, поэтому государственным стандартом нормируется разная относительная погрешность при различных нагрузках.

Под действием внешних факторов у счетчика появляются дополнительные погрешности, также нормируемые государственным стандартом. Дополнительные погрешности возникают вследствие искажения формы кривой тока и напряжения, колебаний напряжения и частоты, резкого перепада мощности, потребляемой нагрузкой, и некоторыми другими факторами.

Бытовые и промышленные счетчики предназначены для измерения количества электрической энергии, выделяемой переменным током частотой 50 Гц.

*Метрологические свойства счетчиков электрической энергии:*

- бытовые счетчики предназначены для измерения электрической энергии при напряжении 220 В и токах 5,0; 10,0; предел допускаемой основной относительной погрешности (то есть приведенной к текущему показанию) 2,5 %,
- промышленные счетчики предназначены для измерения перетоков большой электрической энергии при напряже-

нии 3000 В и токах до 1000 А, предел допускаемой основной относительной погрешности (то есть приведенной к текущему показанию) от 0,5 %.

Нормированием и международной унификацией свойств счетчиков электрической энергии занимается специальный комитет Международной электротехнической комиссии (МЭК), поскольку результаты измерений перетоков электрической энергии через государственные границы являются основой для соответствующих расчетов и экономических санкций.

Схема включения счетчика электрической энергии точно такая, как схема включения ваттметра. Так же, как у ваттметра, генераторные зажимы счетчика обозначены звездочкой. После присоединения счетчика к электрической цепи корпус счетчика и все присоединительные зажимы пломбируются во избежание экономических злоупотреблений.

Кроме однофазных индукционных счетчиков, промышленность выпускает также трехфазные счетчики активной и реактивной энергии. Трехфазные счетчики представляют собой как бы три (трехэлементные) или два (двухэлементные) счетчика, объединенные одной осью вращения. Двухэлементные счетчики применяют при измерении энергии в трехпроводных трехфазных цепях, а трехэлементные счетчики – в четырехпроводных цепях.

## 5.6. Термоэлектрические приборы

Эти приборы используются для измерения токов в диапазоне высоких частот. Термоэлектрический прибор состоит из термоэлектрического преобразователя и прибора магнитоэлектрической системы.

Простейший термопреобразователь (рис. 5.17.) содержит нагреватель  $H$ , по которому протекает измеряемый ток  $I$ , и связанную с ним термопару (ТП). Рабочий спай термопары ( $a$ ) находится в тепловом контакте с нагревателем. Нагреватель представляет собой тонкую проволоку из сплава с высоким удельным сопротивлением (нихром, манганин).

Еще более тонкие проволочки из термоэлектродных материалов применяют для изготовления термопары. При прохождении измеряемого тока через нагреватель место контакта нагревателя и термопары нагревается до температуры  $t_1$ , а холодный спай  $b$  остается при температуре окружающей среды  $t_0$ . В установившемся тепловом режиме мощность, выделяемая в нагревателе  $P_{\text{выд}}$ , и мощность, рассеиваемая нагревателем в окружающую среду  $P_{\text{рас}}$ , равны. Если учесть, что:

$$P_{\text{выд}} = I^2 R_n, \quad a P_{\text{рас}} = a_m S \theta, \quad (5.55)$$

где  $a_m$  – коэффициент теплоотдачи от нагревателя к окружающей среде;  $S$  – площадь теплоотдающей поверхности нагревателя;  $\theta$  – перегрев рабочего спая терморпары над температурой окружающей среды ( $\theta = t_1 - t_0$ );  $R_H$  – сопротивление нагревателя, то:

$$\theta = \frac{R_H}{\alpha_m} I^2. \quad (5.56)$$

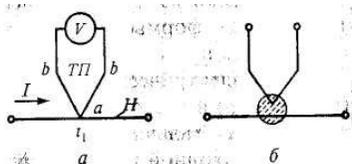


Рис. 5.17. Термоэлектрический преобразователь

При перегреве рабочего спая терморпары на величину  $\theta$  в цепи терморпары возникает термоэлектродвижущая сила

$$E = k\theta, \quad (5.57)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности.

Таким образом, при прохождении измеряемого тока через нагреватель в цепи магнитоэлектрического прибора возникает постоянный ток  $I_A$ , пропорциональный квадрату среднего квадратического значения измеряемого тока.

$$I_A = \frac{E}{R_v}, \quad (5.58)$$

где  $R_v$  – сопротивление магнитоэлектрического прибора.

Поскольку действие прибора основано на тепловом действии тока, то понятно, что магнитоэлектрический прибор с термоэлектрическим преобразователем измеряет среднее квадратическое значение переменного тока любой формы. Шкала термоэлектрического прибора близка к квадратичной.

Термоэлектрические преобразователи разделяются на контактные (рис. 5.17,а) и бесконтактные (рис. 5.17,б). В контактном преобразователе имеется гальваническая связь между нагревателем и терморпарой, то есть между входной и выходной цепями, что не всегда допустимо. В бесконтактном преобразователе нагреватель отделен от терморпары изолятором из стекла или керамики либо воздушной прослойкой.

Термоэлектрические приборы получили распространение преимущественно для измерения токов. В качестве вольтметров они практически не применяются, так как их входное сопротивление чрезвычайно мало.

К достоинствам приборов термоэлектрической системы можно отнести высокую чувствительность к измеряемому току, широкий диапазон частот, а также возможность измерения средних квадратических значений токов произвольной формы. Недостатком термоэлектрических приборов является неравномерность шкалы, зависимость показаний от температуры окружающей среды и большая инерционность термопреобразователей. Термоэлектрические приборы очень чувствительны к перегрузкам.

В зависимости от назначения термоэлектрические приборы имеют различные пределы измерения (от 1 мА до 50 А), классы точности (от 1,0 до 2,5) и частотный диапазон (от 45 Гц до сотен мегагерц).

### **5.7. Погрешности электромеханических приборов**

Общими для всех систем прибором являются систематические погрешности, связанные с неточностью градуировки шкалы. Исключить эту погрешность из результатов измерений можно с помощью поправок.

Дополнительные погрешности возникают при нарушении условий нормальной работы:

- неправильное положение измерительного механизма в прост-ранстве;
- изменение температуры окружающей среды;
- появление или изменение внешних магнитных или электрических полей;
- несоответствие между частотой исследуемых процессов и той частотой, на которую рассчитывалась нормальная работа прибора;
- появление других причин, например, изменении гравитацион-ных влияний, влажности среды и т. д.

Однако указанные причины оказывают неодинаковое действие на приборы различных систем. Даже на приборы одной системы они влияют по-разному (в зависимости от их измерительных преобразователей). Сравним с этой точки зрения измерительные механизмы магнитоэлектрической и электромагнитной систем.

Изменение температуры практически не сказывается на работе магнитоэлектрического измерителя, так как при увеличении температуры магнитный поток и упругость пружины уменьшаются и, наоборот, при понижении температуры магнитный поток и упругость возрастают. Эти изменения имеют одинаковый порядок и на показания

прибора не оказывают влияния. Изменение сопротивления обмотки рамки также незначительно.

Иначе обстоит дело с измерительным механизмом электромагнитной системы. Изменение упругости пружины  $W$  от температуры ничем не компенсируется. Кроме того, некоторые измерительные механизмы электромагнитной системы имеют большое число витков медной проволоки, поэтому при изменении температуры заметно изменяется электрическое сопротивление катушки измерителя, что, в свою очередь, влияет на погрешность прибора.

Неодинаковые дополнительные погрешности возникают у магнитоэлектрических и электромагнитных измерительных механизмов от влияния внешних магнитных полей. В воздушном зазоре магнитной системы магнитоэлектрического механизма собственное магнитное поле сильное, поэтому влияние земного магнитного поля и его вариации практически не влияют на точность приборов. У приборов электромагнитной системы собственное магнитное поле слабое, и поэтому внешние магнитные поля оказывают более существенное влияние на угол поворота подвижной части механизма.

Увеличение частоты измеряемых сигналов сверх допустимой приводит к изменению режимов работы измерительного механизма: изменяется сопротивление отдельных элементов прибора, возникают резонансные режимы работы электрических цепей прибора и т. д. Эти явления вызывают значительные погрешности. Так, погрешность электродинамического прибора класса 0,5, предназначенного для измерения в цепях промышленной частоты, при использовании его на частоте 1 кГц возрастает до нескольких процентов.

Для уменьшения влияния температуры и частоты на работу измерительных приборов применяют различные схемы температурной и частотной компенсации. Дополнительные погрешности от магнитных и электрических полей уменьшают с помощью магнитного или электрического экранирования измерительных механизмов или астатических приборов. При магнитном экранировании измерительный механизм ИМ окружают ферромагнитной оболочкой с высокой магнитной проницаемостью, приводящей к такой конфигурации наружного магнитного поля, при котором магнитное поле внутри экрана оказывается во много раз меньше наружного. Кожух прибора, изготовленный из листовой стали, также служит экраном. Однако практика показывает, что даже при наличии кожуха из листовой стали, поле порядка 400 А/м вызывает изменение показаний у электромагнитных приборов до 2 %. Поэтому приходится применять специальные экраны в виде цилиндра. При надлежа-

щем экранировании влияние внешнего магнитного поля практически исключается.

Если такое устройство поместить во внешнее магнитное поле, то магнитный поток одной катушки будет ослабляться, а магнитный поток второй катушки – возрастать.

Суммарный момент, действующий на ось при измерении определенного тока, остается неизменным. В данном случае точность измерения повышается за счет усложнения и удорожания конструкции прибора.

### **Контрольные вопросы**

1. Каков принцип действия приборов магнитоэлектрической системы?
2. Назовите достоинства и недостатки магнитоэлектрических измерительных механизмов.
3. Каким образом можно расширить предел измерения силы тока и напряжения приборами магнитоэлектрической системы?
4. Каков принцип действия измерительных механизмов электромагнитной системы?
5. Назовите разновидности измерительных механизмов электромагнитной системы.
6. Каковы достоинства и недостатки приборов электромагнитной системы?
7. Каков принцип действия измерительных механизмов электродинамической (ферродинамической) системы?
8. В чем отличие измерительных механизмов электродинамической и ферродинамической систем?
9. Изобразите схему включения электродинамического (ферродинамического) измерительного механизма для измерения мощности.
10. Каков принцип действия измерительных механизмов электростатической системы?
11. На каком принципе основана работа индукционного измерительного механизма?
12. Назовите основные метрологические характеристики счетчиков электрической энергии.
13. Каково назначение термопреобразователя в термоэлектрических приборах?
14. Назовите причины, вызывающие погрешности приборов электромеханической группы.



## ГЛАВА 6

### ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ И ДАТЧИКИ

#### 6.1. Классификация измерительных преобразователей

В измерительной технике широко представлены преобразователи одной физической величины в другую. Это и простейшие измерительные преобразователи (шунты, преобразующие ток в напряжение; добавочные резисторы, преобразующие напряжение в ток; термопары, преобразующие температуру в ЭДС) и весьма сложные (лазерные преобразователи температуры в напряжение и многие другие).

Многообразие измерительных преобразователей определяется различием требуемых видов преобразователей:

- преобразователи физического рода сигнала используются тогда, когда измеряемая величина неудобна для непосредственного измерения. Многие неэлектрические величины предварительно преобразовываются в электрические (механическое перемещение или угловое вращение в электрическую величину) или одни электрические величины в другие (сопротивление в напряжение). Название таких преобразователей определяется либо принципом действия, либо родом входного и выходного сигналов (например, термоэлектрический преобразователь, преобразователь напряжение-частота);
- функциональные преобразователи обеспечивают необходимую зависимость между информативными параметрами входного и выходного сигналов. Такие преобразователи называют дифференцирующими, интегрирующими, суммирующими, логарифмирующими и т. п.;
- согласование по уровню (размеру) входного сигнала осуществляется с помощью масштабных преобразователей. К ним относятся: делитель, усилитель, трансформатор тока (напряжения);

- согласование по сопротивлению обеспечивается с помощью согласующих преобразователей (согласующий трансформатор, эмиттерный повторитель);
- по месту включения в общей цепи преобразователи делят на первичные, к которым подводится измеряемая величина, промежуточные и передающие, предназначенные для дистанционной передачи сигналов;
- по виду характеристики преобразования преобразователи делят на линейные и нелинейные.

Функциональные преобразователи с одной входной величиной решают задачу нелинейного преобразования одной величины. К ним относятся преобразователи, возводящие в степень, извлекающие корни, логарифмические, тригонометрические и другие, связанные с реализацией нелинейных функций одного аргумента.

Функциональные преобразователи с несколькими входными величинами реализуют функциональную зависимость между этими величинами и выходной величиной преобразователя. К ним относятся устройства умножения, например, датчики Холла, электродинамические измерительные механизмы ваттметров, устройства для деления, например, логотрические преобразователи различных типов.

Интегрирующие и дифференцирующие преобразователи реализуют функции интегрирования и дифференцирования. Примером их могут служить интегрирующие и дифференцирующие  $RC$  и  $LR$  цепочки, известные из электротехники, интегратор и дифференциаторы на операционных усилителях, счетчики импульсов.

Как измерительные преобразователи очень широко применяются различные фильтры, позволяющие улучшить качественный состав преобразуемой величины, соотношение между полезным сигналом и помехами.

По виду воздействий (входных величин) измерительные преобразователи делят на механические, акустические, световые, тепловые, электрические, магнитные, электромагнитные, радиационные.

По виду представления измерительной информации измерительные преобразователи делят на:

- аналоговые, когда входная и выходная величины непрерывны;
- модуляционные, характеризующиеся тем, что параметры гармонического колебания или последовательности импульсов

под воздействием входной величины изменяются в соответствии с изменением этой величины;

- цифровые, преобразующие квантованную дискретную величину в другую квантованную дискретную величину;
- аналого-цифровые;
- цифро-аналоговые преобразователи.

Измерительный преобразователь как звено измерительной цепи может иметь один или несколько входов, в зависимости от количества преобразуемых входных величин, и один или несколько выходов. Измерительный преобразователь можно представить в виде, изображенном на рис. 6.1.

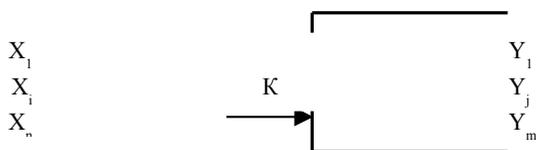


Рис. 6.1. Измерительный преобразователь

Каждая из выходных величин определится как

$$y_j = k(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n), \quad (6.1)$$

где  $x_i$  – входные величины;  $y_j$  – выходные величины;  $k$  – оператор преобразования.

Наиболее широко представлены измерительные преобразователи, имеющие один вход и один выход: преобразователи одной физической величины в другую, масштабные, интегрирующие и другие. Реже встречаются измерительные преобразователи, имеющие один выход и два или более входов, например преобразователи, предназначенные для операций умножения и деления, сравнения двух физических величин и другие.

Из обобщенного уравнения преобразования измерительного преобразователя может быть получено уравнение конкретного измерительного преобразователя. Так, для наиболее распространенных измерительных преобразователей с одним входом и одним выходом получим:

$$y = k x. \quad (6.2)$$

Среди множества физических величин большая часть относится к неэлектрическим (температура, влажность, скорость, ускорение, переме-

щение и т. д.). При измерениях таких величин часто возникают задачи дистанционного измерения, передачи, регистрации и обработки измерительной информации. Наилучшим образом эти задачи решаются путем преобразования измеряемой неэлектрической величины  $X_{из}$  в электрический сигнал  $X_э$ , связанный с измеряемой величиной однозначной функциональной зависимостью  $X_э=f(X_{из})$ . Полученный электрический сигнал измеряется средствами электрических измерений или может быть передан по линии связи на значительное расстояние.

Преобразование неэлектрической величины в электрическую величину осуществляется с помощью измерительных преобразователей – датчиков (рис. 6.2.). Структурная схема любого средства измерения неэлектрических величин электрическими методами содержит такой измерительный преобразователь.

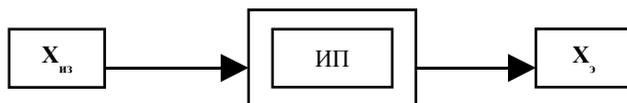


Рис. 6.2. Структурная схема преобразования неэлектрических величин

Измерительные преобразователи классифицируют по роду измеряемой величины (температуры, давления, влажности и др.) и по выходной величине (генераторные, параметрические).

Выходным сигналом генераторных датчиков является ЭДС, напряжение, ток или электрический заряд, функционально связанные с измеряемой величиной. В параметрических преобразователях выходной величиной является изменение параметра электрической цепи (R, L, C).

### Классификация преобразователей

<i>Генераторные</i>	<i>Параметрические</i>
Электромагнитные	
Тахогенераторы	Индуктивные и магнитоупругие
Тепловые	
Термопары	Терморезисторы
Оптические	
Фотоэлемент	Фоторезистор, фотодиод и. т. д.

Основными параметрами измерительных преобразователей являются:

- градуировочная характеристика – это зависимость между входной и выходной величинами:

$$y = f(x);$$

- коэффициент преобразования – это отношение сигнала на выходе измерительного преобразователя  $\Delta y$  к изменению сигнала на входе  $\Delta x$ :

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x};$$

- диапазон преобразования – это область изменения измеряемой величины, для которой нормированы допускаемые погрешности преобразователя (абсолютная и относительная).

Важнейшими метрологическими характеристиками измерительных преобразователей являются: номинальная статическая характеристика преобразования, чувствительность, основная и дополнительные погрешности, динамические характеристики и др.

## 6.2. Термоэлектрические преобразователи

Термоэлектрические преобразователи применяются для измерения температуры. *Принцип действия* термопары поясняется рис. 6.3,а, где изображена термоэлектрическая цепь, составленная из двух разнородных проводников А и В. Точки 1 и 2 соединения проводников называются спаями термопары.

Если температуры  $t$  спаев 1 и 2 одинаковы, то ток в термоэлектрической цепи отсутствует. Если же температура одного из спаев (например, спая 1) выше, чем температура спаю 2, то в цепи возникает термоэлектродвижущая сила (термоЭДС)  $E$ , которая зависит от разности температур спаев:

$$E = f(t_1 - t_2). \quad (6.3)$$

Если поддерживать температуру спаю 2 постоянной, то  $E = f(t_1)$ .

Эту зависимость используют для измерения температуры с помощью термопар. Для измерения термоЭДС электроизмерительный прибор включают в разрыв спаю 2 (рис. 6.3,б). Спая 1 называют горячим (рабочим), а спая 2 – холодным (концы – 2 и 2' называют свободными).

Чтобы термоЭДС термопары однозначно определялась температурой горячего спаю, необходимо температуру холодного спаю поддерживать всегда одинаковой.

Для изготовления электродов термопар используют как чистые металлы, так и специальные сплавы стандартизованного состава.

В табл. 6.1 (см. прил.) приведены термоЭДС, которые развиваются различными термоэлектродами в паре с платиной при температурах рабочего спая  $t_1 = 100\text{ }^\circ\text{C}$  и нерабочего спая  $t_0 = 0\text{ }^\circ\text{C}$ . При конструировании термопар стремятся сочетать термоэлектроды, один из которых развивает с платиной наиболее положительную, а другой – отрицательную термоЭДС. Необходимо также учитывать пригодность того или иного термоэлектрода для применения в заданных условиях измерения (влияния на термоэлектрод среды, температуры и т. д.).

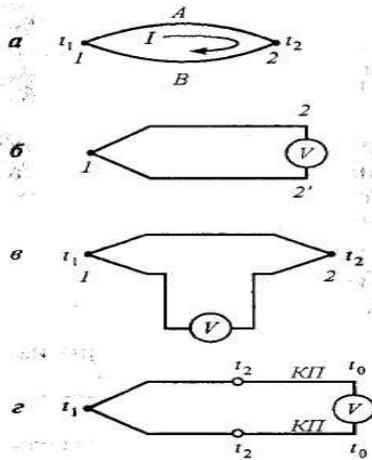


Рис. 6.3. Термоэлектрические цепи

Наиболее распространены в практике следующие термопары: платинородий – платина, хромель – алюмель, хромель – копель, вольфрам – молибден, борид – карбид циркония.

Градуировочные таблицы для стандартных термопар составлены при условии равенства температуры свободных концов –  $0\text{ }^\circ\text{C}$ . На практике не всегда удастся поддерживать эту температуру. В таких случаях в показания термопары вводят поправку на температуру свободных концов. Существуют схемы для автоматического введения поправок.

Конструктивно термопары выполняются в виде двух изолированных термоэлектродов с рабочим спаем, получаемым способом сварки, помещенных в защитную арматуру, предохраняющую термопару от внешних воздействий и повреждений. Рабочие концы термопары выве-

дены в головку термопары, снабженную зажимами для включения термопары в электрическую цепь.

В табл. 6.2 (см. прил.) приведены характеристики термопар, выпускаемых промышленностью. Для измерения высоких температур применяют термопары ПП, ПР и ВР. Термопары из благородных металлов используют при измерении с повышенной точностью.

В зависимости от конструкции термопары могут иметь тепловую инерцию, характеризуемую постоянной времени от единиц секунд до нескольких минут, что ограничивает возможность их применения для измерения быстроменяющихся температур.

Кроме включения измерительного прибора в спай термопары возможно включение прибора «в электрод», то есть в разрыв одного из термоэлектродов (рис. 6.3,в). Такое включение, в соответствии с (6.3), позволяет измерять разность температур  $t_1 - t_2$ . Например, может быть измерен перегрев обмоток трансформатора над температурой окружающей среды при его испытаниях. Для этого рабочий спай термопары заделывают в обмотку, а свободный спай оставляют при температуре окружающей среды.

Требование постоянства температуры свободных концов термопары вынуждает по возможности удалить их от места измерения. Для этой цели применяют так называемые удлиняющие или компенсационные провода (КП), подключаемые к свободным концам термопары с соблюдением полярности (рис. 6.3,г). Компенсационные провода состоят из разнородных проводников, которые в интервале возможных колебаний температуры свободных концов развивают в паре между собой такую же термоЭДС, как и термопара. Поэтому, если места подключения компенсационных проводов находятся при температуре  $t_2$ , а температура в месте подключения термопары к прибору  $t_0$ , то термоЭДС термопары будет соответствовать ее градуировке при температуре свободных концов  $t_0$ . Максимальная термоЭДС, развиваемая стандартными термопарами, составляет от единиц до десятков милливольт.

Для измерения термоЭДС могут применяться магнитоэлектрические, электронные (аналоговые и цифровые) милливольтметры и потенциометры постоянного тока. При использовании милливольтметров магнитоэлектрической системы следует иметь в виду, что измеряемое милливольтметром напряжение на его зажимах

$$U = IR_B, \quad (6.4)$$

где  $I$  – ток в цепи термопары, а  $R_B$  – сопротивление милливольтметра.

Поскольку источником тока в цепи является термопара, то

$$I = E/(R_B + R_{Bн}), \quad (6.5)$$

где  $R_{Bн}$  – сопротивление участка цепи внешнего по отношению к милливольтметру (т.е. электродов термопары и компенсационных проводов). Поэтому измеряемое милливольтметром напряжение будет равно

$$U = E/(1 + R_{Bн}/R_B). \quad (6.6)$$

Таким образом, показания милливольтметра тем больше отличаются от  $T$  термоЭДС термопары, чем больше отношение  $R_{Bн}/R_B$ . Для уменьшения погрешности от влияния внешнего сопротивления милливольтметры, предназначенные для работы с термопарами (пирометрические милливольтметры), градуируются для конкретного типа термопар и при определенном номинальном значении  $R_{Bн}$ , указываемом на шкале прибора. Пирометрические милливольтметры серийно выпускаются классов точности от 0,5 до 2,0. Входное сопротивление электронных милливольтметров очень велико, и влияние сопротивления  $R_{Bн}$  на показания пренебрежимо мало.

### 6.3. Термометры сопротивления

Термометры сопротивления, это параметрические датчики температуры, поскольку от температуры зависит параметр резистора, а именно, его сопротивление постоянному току. Термометры сопротивления как и термопары, предназначены для измерения температуры газообразных, твердых и жидких тел, а также температуры поверхности. *Принцип действия* термометров сопротивления основан, на использовании свойства металлов и полупроводников изменять свое электрическое сопротивление с температурой. Для проводников из чистых металлов эта зависимость в области температур от  $-200$  до  $0^\circ\text{C}$  имеет вид:

$$R_t = R_0[1 + At + Bt^2 + C(t-100)t^3], \quad (6.7)$$

а в области температур от  $0^\circ\text{C}$  до  $630^\circ\text{C}$ :

$$R_t = R_0[1 + At + Bt^2], \quad (6.8)$$

где  $R_t, R_0$  – сопротивление проводника при температуре  $t$  и  $0^\circ\text{C}$ ;  $A, B, C$  – коэффициенты;  $t$  – температура,  $^\circ\text{C}$ .

В диапазоне температур от  $0$  до  $180^\circ\text{C}$  зависимость сопротивления проводника от температуры описывается приближенной формулой:

$$R_t = R_0(1 + at), \quad (6.9)$$

где  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления материала проводника (ТКС).

Для проводников из чистого металла  $\alpha \approx 6 \cdot 10^{-3} \dots 4 \cdot 10^{-3}$  град $^{-1}$ .

Для полупроводниковых материалов зависимость сопротивления от температуры имеет вид

$$R_T = A \exp(B/T), \quad (6.10)$$

где  $A, B$  – постоянные;  $T$  – температура, К.

Измерение температуры термометром сопротивления сводится к измерению его сопротивления  $R_t$  с последующим переходом к температуре  $t$  по формулам или градуировочным таблицам.

Различают проволочные и полупроводниковые термометры сопротивления. Проволочный термометр сопротивления представляет собой тонкую проволоку из чистого металла, закрепленную на каркасе из температуростойкого материала (чувствительный элемент), помещенную в защитную арматуру (рис. 6.4). Выводы от чувствительного элемента подведены к головке термометра.



Рис. 6.4. Чувствительный элемент термометра сопротивления

Выбор для изготовления термометров сопротивления проволок из чистых металлов, а не сплавов, обусловлен тем, что температурный коэффициент сопротивления (ТКС) чистых металлов больше, чем ТКС сплавов и, следовательно, термометры на основе чистых металлов обладают большей чувствительностью.

Промышленно выпускаются платиновые (ТСП), никелевые (ТСН) и медные (ТСМ) термометры сопротивления. Для обеспечения взаимозаменяемости и единой градуировки термометров стандартизованы величины их сопротивления  $R_0$  и температурный коэффициент сопротивления (ТКС). В табл. 6.3 (прил.) приведены основные данные о термометрах сопротивления.

Зависимость сопротивления термометров ТСП, ТСН и ТСМ от температуры дается стандартными градуировочными таблицами, составленными для ряда значений  $R_0$  (1, 10, 50, 100, 500 Ом).

Полупроводниковые термометры сопротивления (термисторы) представляют собой бусинки, диски или стержни из полупроводникового материала с выводами для подключения в измерительную цепь.

Промышленность серийно выпускает множество типов термисторов в различном конструктивном оформлении. Размеры термисторов, как правило, малы – около нескольких миллиметров, а отдельные типы – около десятых долей миллиметра. Для предохранения от механических повреждений и воздействия среды термисторы защищаются покрытиями из стекла или эмали, а также металлическими чехлами.

Термисторы обычно имеют сопротивление от единиц до сотен килоом; их температурный коэффициент сопротивления (ТКС) в рабочем диапазоне температур на порядок больше, чем у проволочных термометров. В качестве материалов для рабочего тела термисторов используют смеси оксидов никеля, марганца, меди, кобальта, которые смешивают со связующим веществом, придают ему требуемую форму и спекают при высокой температуре. Применяют термисторы для измерения температур в диапазоне от  $-100$  до  $+300$  °С. Инерционность термисторов сравнительно невелика. К числу их недостатков следует отнести нелинейность температурной зависимости сопротивления, отсутствие взаимозаменяемости из-за большого разброса номинального сопротивления и температурного коэффициента сопротивления, а также необратимое изменение сопротивления во времени.

Для измерения в области температур, близких к абсолютному нулю, применяются германиевые полупроводниковые термометры.

Измерение электрического сопротивления термометров производится с помощью мостов постоянного и переменного тока или компенсаторов. Особенностью термометрических измерений является ограничение измерительного тока с тем, чтобы исключить разогрев рабочего тела термометра. Для проволочных термометров сопротивления рекомендуется выбрать такой измерительный ток, чтобы мощность, рассеиваемая термометром, не превышала 20–50 мВт. Допустимая рассеиваемая мощность в термисторах значительно меньше, и ее рекомендуется определять экспериментально для каждого термистора.

При нулевой температуре сопротивление терморезистора не равно нулю. Поэтому схема включения термометра сопротивления должна быть такой, чтобы при нулевой температуре выходной сигнал этой схемы был равен нулю. Это достигается двумя способами.

- Первый из них заключается в том, что термометр сопротивления включается в мост, который уравнивается при температуре термосопротивления, равной нулю, и при других

температурах работает в неравновесном режиме. Схема такого моста приведена на рис. 6.5.



Рис. 6.5. Схема включения в мост удаленного термосопротивления

Здесь учтено удаление датчика от остальной части схемы на значительное расстояние, и поэтому применяется трехпроводное включение датчика, такое, чтобы сопротивления линий связи  $R_{л1}$ ,  $R_{л2}$  влияли на результат измерения в минимальной степени. В самом деле, сопротивление  $R_{л3}$  на результат измерения не влияет вообще. Сопротивления двух других линий  $R_{л2}$ ,  $R_{л3}$  включены в противоположные плечи моста, и их влияние исключается практически полностью при условии  $R_{л1} = R_{л2}$ .

- Другой способ достижения нулевого выходного сигнала при нулевой температуре реализуется численным методом, для чего в составе средства измерений должен быть предусмотрен микропроцессор или компьютер. В этом случае удаленный терморезистор подсоединяется к прибору или системе по четырехпроводной схеме, показанной на рис. 6.6.

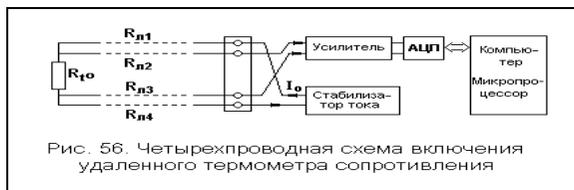


Рис. 6.6. Четырехпроводная схема включения удаленного термометра сопротивления

В этой схеме при условии применения усилителя с очень большим входным сопротивлением размером от 1,0 до 10,0 МОм и более влияние соединительных проводов и контактов устраняется практически полностью, поскольку их сопротивление пренебрежимо мало по сравнению с входным сопротивлением усилителя.

Нулевое выходное напряжение при нуле температуры достигается вычитанием из каждого результата падения напряжения на сопротивлении  $Rt^0$ , которое возникает при  $t^0 = 0$  °С.

#### 6.4. Пьезоэлектрические преобразователи

Пьезоэлектрические датчики относятся к генераторным датчикам. В этих датчиках используется пьезоэлектрический эффект (пьезоэффект), который заключается в том, что некоторые материалы под действием на них силы электризуются – на их поверхности появляется электрический заряд, величина которого зависит от приложенной силы. Это означает, что материал, обладающий пьезоэффектом, выполняет преобразование силы в электрический заряд. Природным материалом, который обладает пьезоэффектом, является кварц или горный хрусталь.

Пьезоэлектрическим эффектом обладают также некоторые полимеризованные керамические материалы (титанат бария, цирконат-титанат свинца).

Если из кристалла кварца вырезать пластинку в форме параллелепипеда с гранями, расположенными перпендикулярно оптической  $0z$ , механической  $0y$  и электрической  $0x$  осям кристалла (рис. 6.7), то при воздействии на пластинку усилия  $F_x$ , направленного вдоль электрической оси, на гранях  $x$  появляются заряды

$$Q_x = K_n F_x, \quad (6.11)$$

где  $K_n$  – пьезоэлектрический коэффициент (модуль).

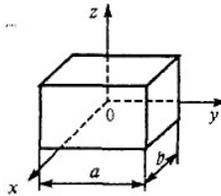


Рис. 6.7. Пластина из кристалла кварца

При воздействии на пластину усилия  $F_y$  вдоль механической оси, на тех же гранях  $x$  возникают заряды:

$$Q_y = K_n F_y a/b, \quad (6.12)$$

где  $a$  и  $b$  – размеры граней пластины.

Механическое воздействие на пластину вдоль оптической оси появления зарядов не вызывает.

Пьезоэлектрический эффект является знакопеременным; при изменении направления прилагаемого усилия знаки зарядов на поверхности граней меняются на противоположные. Материалы сохраняют свои пьезоэлектрические свойства только при температурах ниже точки Кюри. Величина пьезоэлектрического коэффициента (модуля)  $K_l$  и температура точки Кюри для кварца и распространенных керамических пьезоэлектриков приведены в табл. 6.4 (прил.).

Пьезоэффект может быть продольным, когда заряд возникает на поверхностях, к которым приложена сила, или поперечным, когда заряд возникает на боковых поверхностях. Материал при этом практически не деформируется.

На рис. 6.8 представлены схемы, иллюстрирующие продольный (рис. 6.8,а) и поперечный (рис. 6.8,б) пьезоэффекты, и обозначены знаки возникающих зарядов. Для эффективного использования поперечного пьезоэффекта две пластины пьезоматериалов соединяют параллельно (рис. 6.8,б), прокладывая между ними проводящую прокладку и закрепляют их, как консольную балку. Образующийся заряд возникает на зажимах, как показано на рисунке. При действии силы  $F$  верхняя пластина растягивается, а нижняя сжимается, и заряд возникает на боковых относительно действующих напряжений сторонах пластин. В такой конструкции чувствительность преобразования  $F \rightarrow q$  существенно выше.

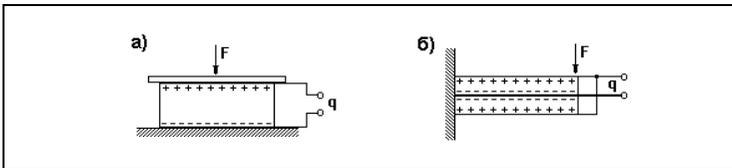


Рис. 6.8. Продольный (а) и поперечный (б) пьезоэффекты

К достоинствам кристалла кварца применительно к созданию датчиков силы и других величин относится его стойкость к высокой температуре (пьезоэффект утрачивается после точки Кюри при  $t^\circ = 530$  °С), высокая точность и стабильность преобразования.

Затрудняет применение кварца трудоемкость обработки и очень высокое удельное сопротивление, достигающее  $10^{15}$ – $10^{16}$  Ом. Поверхностное сопротивление кварца гораздо меньше, поэтому для предотвращения утечки заряда приходится применять хорошую изоляцию, а также

тщательно обрабатывать поверхности и герметизировать датчики, защищая кристалл кварца от пыли и грязи. Высокие требования предъявляются к кабелю, соединяющему пластины кварца со входом усилителя заряда. Во избежание утечек заряда изоляция между проводами должна быть очень высокой, а емкость между ними минимальной.

Изготовление преобразователей из пьезокерамики значительно проще, чем из монокристаллов. Пьезокерамики изготавливаются из сегнетоэлектриков, которые не являются кристаллическими веществами и их домены расположены хаотично. Керамические датчики производят по технологии, обычной для радиокерамических изделий: сегнетоэлектрики сильно измельчают, а затем спекают с вяжущим веществом методом горячего прессования или литьем под давлением; на керамику наносятся электроды, к электродам приваривают выводы. Для поляризации керамические изделия помещают в сильное электростатическое поле, после чего они приобретают свойства пьезоэлектриков. К пьезокерамикам относятся титанат бария, различные разновидности цирконато-титаната свинца и другие. Точность преобразования силы в заряд у этих материалов хуже, чем у кварца.

Электродвижущая сила, возникающая на электродах пьезоэлектрического преобразователя, довольно значительна – единицы вольт. Однако если сила, приложенная к преобразователю постоянна, то измерить электродвижущую силу трудно, поскольку заряд мал и быстро стекает через входное сопротивление вольтметра. Если же сила переменна и при этом период изменения силы много меньше постоянной времени разряда, определяемой емкостью преобразователя и сопротивлением утечки, то процесс утечки почти не влияет на выходное напряжение преобразователя. При изменении силы  $F$  по закону  $F = F_m \sin \omega t$  электродвижущая сила также изменяется синусоидально.

Таким образом, измерение неэлектрических величин, которые могут быть преобразованы в переменную силу, действующую на пьезоэлектрический преобразователь, сводится к измерению переменного напряжения или электродвижущей силы.

Пьезоэлектрические измерительные преобразователи находят широкое применение для измерения параметров движения: линейного и вибрационного ускорения, удара, акустических сигналов.

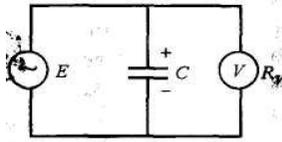


Рис. 6.9. Эквивалентная схема пьезоэлектрического преобразователя

Эквивалентная схема пьезоэлектрического преобразователя представлена на рис. 6.9 в виде генератора с внутренней емкостью  $C$ . Поскольку мощность такого пьезоэлемента чрезвычайно мала, то для измерения выходного напряжения необходимо применять приборы с большим входным сопротивлением ( $10^{11}$ – $10^{15}$  Ом).

Для увеличения полезного сигнала пьезодатчики выполняются из нескольких, последовательно соединенных пьезоэлементов.

Характерные конструктивные особенности пьезоэлектрических датчиков и схемы воздействия силы на пьезоэлемент датчика представлены на рис. 6.8. Для того чтобы обеспечить наилучшую изоляцию, в датчике силы, работающем по принципу, показанному на рис. 6.8,а, используется изоляция, которая обеспечивается самим пьезоэлементом. Для этого применяется составной пьезоэлемент, состоящий из двух пластин, между которыми проложена проводящая прокладка (рис. 6.10,а).

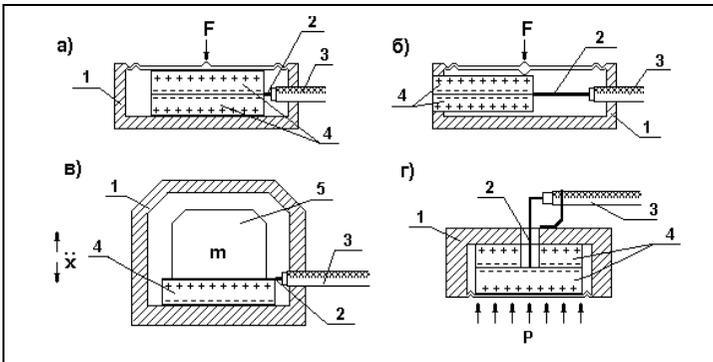


Рис. 6.10. Взаимное расположение элементов пьезоэлектрических датчиков силы (а–б), ускорения (в) и давления (г)

Используется продольный пьезоэффект, пластины пьезоэлементов (4) располагаются так, чтобы заряды, возникающие под действием измеряемой силы, были направлены навстречу друг другу. Электриче-

ское соединение пластин – параллельное. Поскольку верхняя и нижняя пластины вынуждены контактировать с корпусом датчика (1), отвод заряда с них осуществляется с помощью коаксиального кабеля, центральный провод которого (2) присоединен к внутренним сторонам пластин пьезоэлементов, а внешняя оболочка (3) соединяется с корпусом. Далее следует усилитель заряда и все последующие преобразователи. Упрощенная схема такого усилителя представлена на рис. 69. Точно так же обеспечивается наилучшая изоляция и в случае использования поперечного пьезоэффекта в соответствии с рис. 6.8,б. Подобная схема размещения пьезоэлементов показана на рис. 6.10,г и является типичной также для датчиков давления. Для датчика ускорения, в котором тело (5) с массой  $m$  не контактирует с корпусом, эта схема не используется.

Усилитель заряда – общий для всех типов пьезоэлектрических датчиков. Он представляет собой усилитель напряжения с большим коэффициентом усиления порядка  $10^5 \div 10^6$ , охваченный глубокой отрицательной емкостной обратной связью. В связи с этим усилитель является, по сути, конденсатором, на выходе которого развивается напряжение  $U_{\text{вых}} \approx q/C_{\text{ос}}$ , где  $C_{\text{ос}} = (50 \div 100) \text{ пФ}$  – емкость конденсатора, стоящего в цепи обратной связи. Параллельно с конденсатором обратной связи включается активное сопротивление  $R_{\text{ос}} \approx 10^{10} \text{ Ом}$ . Современная элементная база позволяет достичь чувствительности усилителя заряда до 1 В/пКл.

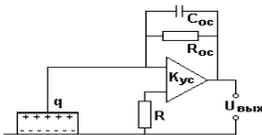


Рис. 69. Усилитель заряда

Рис. 6.11. Схема усилителя заряда

Погрешность лучших современных пьезоэлектрических датчиков ускорения достигает  $(0,2 \div 0,5) \%$ .

## 6.5. Тензочувствительные преобразователи (тензорезисторы)

В конструкторской практике часто необходимы измерения механических напряжений и деформаций в элементах конструкций. Наиболее распространенными преобразователями этих величин в электрический сигнал являются тензорезисторы. В основе работы тензорезисторов

лежит свойство металлов и полупроводников изменять свое электрическое сопротивление под действием приложенных к ним сил. Простейшим тензорезистором может быть отрезок проволоки, жестко сцепленный с поверхностью деформируемой детали. Растяжение или сжатие детали вызывает пропорциональное растяжение или сжатие проволоки, в результате чего изменяется ее электрическое сопротивление.

Сопротивление электрического проводника длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$  выражается формулой:

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (6.13)$$

При увеличении длины проволоки вследствие ее упругой деформации на  $\Delta l$  ее диаметр уменьшается на  $\Delta d$ , причем относительные величины  $\Delta l/l$  и  $\Delta d/d$  связаны прямо пропорционально:  $\Delta d/d = 0.4 \Delta l/l$ . Кроме того, при деформации проводника незначительно изменяется его удельное сопротивление  $\rho$ .

Прологарифмируем выражение (6.13) и вычислим его дифференциал, заменив бесконечно малые на конечные приращения. В результате получим выражение, связывающее относительные приращения:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - 2 \frac{\Delta d}{d}. \quad (6.14)$$

Поскольку все слагаемые в правой части линейно зависят от относительной деформации  $\varepsilon = \Delta l/l$ , получим, что относительное изменение сопротивления тензорезистора пропорционально его деформации:

$$\frac{\Delta R}{R} = K_T \frac{\Delta l}{l} = K_T \varepsilon, \quad (6.15)$$

где  $K_T$  – коэффициент тензочувствительности.

Значение коэффициента тензочувствительности зависит от свойств материала, из которого изготовлен тензорезистор, а также от способа крепления тензорезистора к изделию и лежит в пределах  $1,8 \leq K_T \leq 3$ , поскольку у различных материалов зависимости от деформации удельного сопротивления различаются.

Различают проволочные и полупроводниковые тензорезисторы. Для изготовления проволочных тензорезисторов применяются материалы, имеющие достаточно высокий коэффициент тензочувствительности и малый температурный коэффициент сопротивления. Наиболее употребительным материалом для изготовления проволочных тензорезисторов является константановая проволока диаметром 20–30 мкм.

Конструктивно проволочные тензорезисторы представляют собой решетку, состоящую из нескольких петель проволоки, наклеенных на тонкую бумажную (или иную) подложку (рис. 6.12).

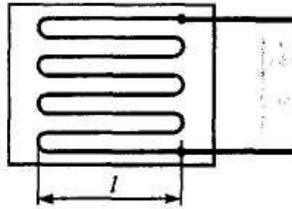


Рис. 6.12. Тензометр

В зависимости от материала подложки тензорезисторы могут работать при температурах  $-40$  до  $+400^{\circ}\text{C}$ . Существуют конструкции тензорезисторов, прикрепляемых к поверхности деталей с помощью цемента, способные работать при температурах до  $800^{\circ}\text{C}$ .

Основными характеристиками тензорезисторов являются номинальное сопротивление  $R$ , база  $l$  и коэффициент тензочувствительности  $K_T$ .

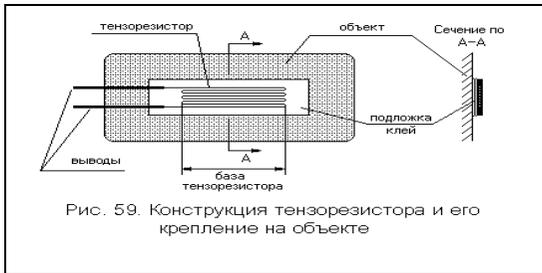


Рис. 59. Конструкция тензорезистора и его крепление на объекте

Рис. 6.13. Конструкция тензорезистора и способ его крепления на объекте измерения

Промышленностью выпускается широкий ассортимент тензорезисторов с величиной базы от 5 до 30 мм, номинальными сопротивлениями от 50 до 2000 Ом, с коэффициентом тензочувствительности  $2 \pm 0,2$ .

Дальнейшим развитием проволочных тензорезисторов являются фольговые и пленочные тензорезисторы, чувствительным элементом которых являются решетка из полосок фольги или тончайшая металлическая пленка, наносимые на подложки на лаковой основе.

Наиболее сильно тензоэффект выражен у полупроводниковых материалов (германия, кремния и др.). Основным отличием полупроводниковых тензорезисторов от проволочных является большое (до 50 %) изме-

нение сопротивления при деформации благодаря большой величине коэффициента тензочувствительности (от  $-100$  до  $+200$ ).

Характеристики некоторых материалов тензорезисторов приведены в табл. 6.6 (прил.).

Измерение сопротивления тензорезисторов производится теми же методами и средствами, что и термометров сопротивления.

Для измерения механического напряжения в элементе конструкции тензорезистор наклеивают на исследуемый элемент в интересующем сечении таким образом, чтобы его продольная ось совпадала с направлением деформации (рис. 6.13). Если на элемент конструкции действует сила  $F$ , то величина возникающего в нем механического напряжения  $\sigma = F/S$  связана с относительной деформацией  $\varepsilon = \Delta L/L$  соотношением  $\sigma = \varepsilon E$ , где  $S$  – поперечное сечение элемента;  $E$  – модуль упругости материала;  $L$  – длина образца. Учитывая (6.15), получим:

$$\sigma = E \frac{\Delta R}{RK_T}. \quad (6.16)$$

Измерив  $\Delta R$  тензорезистора, можно по известным  $R$ ,  $K_T$  и  $E$  определить механическое напряжение элемента  $\sigma$ .

## 6.6. Емкостные датчики

Емкостные датчики преобразуют измеряемую величину в изменение емкости конденсатора и являются параметрическими датчиками. Большинство емкостных датчиков представляют собой конденсатор с плоскопараллельными пластинами или коаксиальными цилиндрическими электродами. Начальная емкость подобных датчиков равна:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \quad (6.17)$$

где  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость воздуха,  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость изоляционного материала между пластинами,  $S$  – площадь пластин (электродов),  $d$  – расстояние между пластинами (электродами).

Из формулы видно, что емкостный датчик может выполнять преобразование путем воздействия измеряемой величины на значение диэлектрической проницаемости, площади пластин (электродов) и на значение расстояния между пластинами (электродами).

Преобразование воздействием на диэлектрическую проницаемость выполняют такие емкостные датчики, как датчики уровня  $h_x$  негорючих жидкостей и датчики толщины  $\delta$  изоляционного материала, в том

числе, изоляционных покрытий. Принцип действия этих датчиков поясняется рис. 6.14,а,б.

Одна из конструкций датчика уровня представляет собой цилиндрический конденсатор, электродами которого являются полый цилиндр и отделенный от него изолятором внутренний стержень длиной  $h$  (рис. 6.14,а). При погружении в жидкость с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  на глубину  $h_x$  емкость получившегося конденсатора будет линейно зависеть от  $h_x$ :

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(R_1/R_2)} [h_x\varepsilon + (h - h_x)] = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(R_1/R_2)} [h + h_x(\varepsilon - 1)]. \quad (6.18)$$

В подобных датчиках основная часть погрешности возникает из-за проводимости жидкости, вследствие чего при изменении уровня изменяются активные потери образованного таким образом конденсатора.

*Принцип действия* емкостного датчика толщины ленты диэлектрического материала, в том числе бумаги в процессе изготовления, показан на рис. 6.14,б. Лента толщиной  $\delta$  при изготовлении проходит между параллельными обкладками плоского конденсатора, расположенными на расстоянии  $d$  друг от друга. Относительная диэлектрическая проницаемость ленты равна  $\varepsilon$ , диэлектрическая проницаемость воздуха —  $\varepsilon_0$ . Площадь обкладок конденсатора  $S$ . Тогда емкость конденсатора зависит от измеряемой толщины следующим образом:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{(d - \delta) + \delta / \varepsilon} = \frac{\varepsilon_0}{d - \delta (1 - 1/\varepsilon)}. \quad (6.19)$$

Емкостные датчики с изменяющейся площадью  $S$  обкладок (электродов) применяются при измерении, например, угла поворота  $\alpha$  (рис. 6.14,в) или перемещений  $L$  в несколько десятков миллиметров (рис. 6.14,г). Эти датчики удобно включить в мост переменного тока, как показано на рисунках.

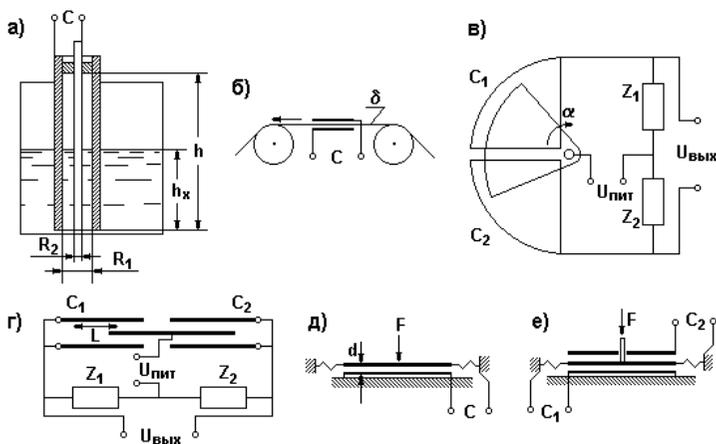


Рис. 6.14. Схемы емкостных датчиков

Наибольшее распространение получили емкостные датчики, в которых измеряемая величина преобразуется в малое перемещение обкладок конденсатора по направлению друг к другу. Такие датчики могут быть выполнены в двух вариантах, показанных на рис. 6.14, д, е. Расстояние  $d$  между обкладками датчиков, выполненных в соответствии с обычной дискретной технологией, составляет от 10 мкм до нескольких десятых миллиметра. То же расстояние у емкостных датчиков, изготовленных способами полупроводниковых микротехнологий, может быть уменьшено до сотых долей миллиметра. Такое малое расстояние между обкладками конденсатора способствует увеличению емкости датчиков и тем самым – снижению влияния паразитных емкостей соединительных проводов, но также повышает чувствительность таких датчиков к температуре окружающей среды. Это происходит из-за того, что тепловое линейное расширение материалов, из которых они изготовлены, оказывается соизмеримым с величиной зазоров между обкладками, и при разработке емкостных датчиков следует предусматривать конструктивные и иные меры уменьшения указанного влияния теплового расширения, а также средства надежного крепления неподвижных и подвижных обкладок во избежание малейших люфтов.

Кроме того, нежелательным свойством одинарных емкостных датчиков (рис. 6.14, д) с малым зазором является возникновение силы притяжения между пластинами конденсатора, которая ранее в приборах электростатической системы была полезной. Отрицательное влияние на

емкостные датчики с малым зазором оказывает даже малейшее увлажнение и засорение обкладок. Поэтому их необходимо тщательно обрабатывать и герметизировать.

Начальная емкость емкостных датчиков с малым зазором  $C_0 = (10 \div 30) \text{ пФ}$ .

На основе подобных емкостных датчиков могут быть созданы датчики силы, ускорения и давления. Средства для первоначального преобразования этих величин в малое перемещение – те же, что использовались выше в тензорезистивных датчиках.

Для создания датчика силы измеряемая сила преобразуется в малое перемещение с помощью упругого элемента, жесткость которого будет определять пределы измерения силы.

Чтобы преобразовать ускорение в малое перемещение, используется сила инерции, действующей на тело с массой  $m$  и упругий элемент, преобразующий эту силу в перемещение. Значение массы и жесткость упругого элемента будут определять диапазон измеряемых ускорений и собственную частоту колебаний подвижной системы датчика.

Давление в малое перемещение преобразуется вначале в силу – через площадь мембраны  $S$ , а затем сила преобразуется в малое перемещение с помощью упругого элемента.

Для преобразования емкости конденсатора в электрическое напряжение или ток применяются вторичные электрические преобразователи.

Две схемы включения емкостных датчиков, предназначенных для преобразования переменных величин, представлены на рис. 6.15. Это, например, датчики виброускорений и переменных давлений, в том числе конденсаторные микрофоны.

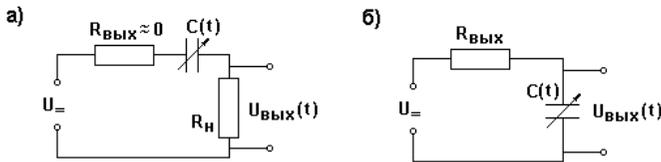


Рис. 6.15. Схемы включения емкостных датчиков переменных величин

Первая из этих схем (рис. 6.15,а) работает в режиме заданного напряжения, поэтому выходное сопротивление  $R_{\text{вых}}$  источника питающе-

го постоянного напряжения  $U$  должно быть как можно меньше. Если емкость датчика изменяется, как:

$$C(t) = C_0 + \Delta C \sin \Omega t, \quad (6.20)$$

то при постоянном напряжении заряд этого конденсатора будет изменяться так же:

$$q(t) = UC(t) = U(C_0 + \Delta C \cdot \sin \Omega t), \quad (6.21)$$

и ток заряда конденсатора  $i(t) = q'_t(t)$  будет создавать на небольшом сопротивлении нагрузки  $R_n$  падение напряжения:

$$U_{\text{вых}}(t) = i(t)R_n = q'_t(t)R_n = UR_n \Delta C \cdot \Omega \cdot \cos \Omega t. \quad (6.22)$$

Вторая схема (рис. 6.15,б) работает в режиме заданного заряда. Для этого последовательно с источником питающего напряжения включается большое сопротивление для того, чтобы конденсатор не успевал перезарядиться и заряд на нем оставался неизменным. Тогда, при гармоническом изменении емкости напряжение на конденсаторе будет меняться, как:

$$U(t) = \frac{UC_0}{C_0 + \Delta C \cdot \sin \Omega t} \approx U \left( 1 - \frac{\Delta C}{C} \sin \Omega t \right). \quad (6.23)$$

Если емкостный датчик предназначен для преобразования медленно изменяющихся величин, то наиболее приемлемой схемой включения такого датчика является схема, представленная на рис. 6.15,в. Для того чтобы снизить влияние паразитных емкостей  $C_{n1}$  и  $C_{n2}$  между соединительными проводами, необходимо обеспечить, чтобы выходное комплексное сопротивление  $Z_{\text{вых}}$  источника переменного питающего напряжения  $U_{\approx}$  частотой  $\omega$  и комплексное сопротивление нагрузки  $Z_H$  удовлетворяли следующим условиям:

$$|Z_{\text{вых}}| \ll \frac{1}{\omega C_{n1}}, \quad |Z_H| \ll \frac{1}{\omega C_{n2}}, \quad |Z_H| \ll \frac{1}{\omega C_x}. \quad (6.24)$$

Тогда переменное напряжение на сопротивлении нагрузки будет определяться величиной емкости  $C_x$ :

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_{\approx} Z_H}{Z_H + 1/j\omega C_x} \cong U_{\approx} \left( 1 - \frac{Z_H}{j\omega C_x} \right). \quad (6.25)$$

При достаточном напряжении питания, не превосходящем величины напряжения пробоя малых зазоров (350 В), и последующем усилении может быть достигнута необходимая чувствительность такого преобразования. Полученное в результате переменное напряжение выпрямляется и фильтруется, после чего поступает на вход аналого-цифрового преобразователя.

## 6.7. Индукционные преобразователи

Индукционные преобразователи относятся к электромагнитным преобразователям, *принцип действия* которых основан на использовании явления электромагнитной индукции. Согласно закону электромагнитной индукции, электродвижущая сила в контуре определяется формулой:

$$e = -d\Psi/dt, \quad (6.26)$$

где  $\Psi$  – потокосцепление с контуром.

Таким образом, выходной величиной индукционного преобразователя является электродвижущая сила, а входной – скорость изменения потокосцепления.

В общем случае индукционный преобразователь представляет собой катушку с сердечником, которая характеризуется некоторым обобщенным параметром  $Y$  и электродвижущая сила в которой может индуцироваться как в результате изменения во времени внешнего магнитного поля, так и в результате изменения во времени параметра  $Y$  преобразователя. Если преобразователь находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , то в его обмотке, имеющей  $\omega$  витков, наводится электродвижущая сила:

$$e = - \frac{d\Psi}{dt} = -\omega \frac{d\Phi}{dt} = -\omega \left( Y \frac{\partial B}{\partial t} + B \frac{\partial Y}{\partial t} \right). \quad (6.27)$$

Обобщенный параметр преобразователя  $Y = \frac{S\mu}{1 + N(\mu' - 1)} \cos\alpha$

является функцией четырех частных параметров  $\alpha$ ,  $S$ ,  $\mu'$  и  $N$ , где  $\alpha$  – угол между магнитной осью преобразователя, совпадающей с нормалью к плоскости обмотки, и вектором магнитной индукции;  $S$  – площадь поперечного сечения катушки;  $\mu'$  – магнитная проницаемость среды в единицах  $\mu_0$ ;  $N$  – коэффициент размагничивания сердечника, определяемый формой и соотношением размеров сердечника.

Обычно в преобразователе изменяется один из параметров при постоянных значениях остальных, и из уравнения (6.27) можно получить пять частных уравнений преобразования индукционных преобразователей.

При  $Y = \text{const}$

$$e[B(t)] = -\omega S \frac{\mu'}{1 + N(\mu' - 1)} \text{Cos}\alpha \frac{dB}{dt}; \quad (6.28)$$

при  $B = \text{const}$

$$e[\alpha(t)] = \omega S \frac{\mu' B}{1 + N(\mu' - 1)} \text{Sin}\alpha \frac{d\alpha}{dt}; \quad (6.29)$$

$$e[S(t)] = -\omega S \frac{\mu' B}{1 + N(\mu' - 1)} \text{Cos}\alpha \frac{dS}{dt}; \quad (6.30)$$

$$e[N(t)] = \omega S B \text{Cos}\alpha \frac{\mu'(\mu' - 1)}{[1 + N(\mu' - 1)]^2} \frac{dN}{dt}; \quad (6.31)$$

$$e[\mu(t)] = -\omega S B \text{Cos}\alpha \frac{1 - N}{[1 + N(\mu' - 1)]^2} \frac{d\mu}{dt}. \quad (6.32)$$

Для катушек без сердечников уравнения преобразования существенно упрощаются и для основных видов преобразователей сводятся следующим:

а) для неподвижной катушки в переменном магнитном поле ( $B = B_m \cos \omega t$ ,  $\alpha = 0$ ):

$$e = \omega w S B_m \text{Sin}\omega t;$$

б) для катушки, вращающейся с частотой  $\Omega$  в постоянном магнитном поле с индукцией  $B_0$ :

$$e = \Omega \omega S B_0 \text{Sin}\Omega t;$$

в) для контура, отдельные участки которого линейно перемещаются в магнитном поле, изменяя площадь потока сцепления с контуром:

$$e = \oint [vB] dl;$$

г) для отрезка длиной  $l$ , движущегося в однородном магнитном поле со скоростью  $v$  так, что направления векторов  $l$ ,  $B$  и  $v$  взаимно перпендикулярны,

$$e = vBl.$$

Индукционные преобразователи широко применяются для измерения параметров магнитных полей, частоты вращения, параметров вибрации и сейсмических колебаний, расхода жидких веществ.

### **6.8. Индукционные преобразователи для измерения параметров магнитных полей**

Для измерения магнитной индукции переменного магнитного поля применяются преобразователи со стационарными (неподвижными) обмотками. Функция преобразования преобразователя соответствует уравнению (6.28). Коэффициент преобразования, связывающий действующее значение индуктируемой электродвижущей силы с амплитудным значением индукции периодически симметрично меняющегося магнитного поля, определяется выражением:

$$K_B = \frac{E}{B_m} = \frac{4k_\phi f \omega S \cos \alpha \mu'}{[1 + N(\mu' - 1)]}, \quad (6.33)$$

где  $k_\phi$  – коэффициент формы кривой;  $f$  – частота переменного магнитного поля. При искаженной форме кривой обычно измеряют среднее значение индуктируемой электродвижущей силы  $E_{cp} = E/k_\phi$ .

Для измерения индукции постоянного магнитного поля могут быть использованы как преобразователи с условно стационарной обмоткой, так и преобразователи с принудительным движением обмотки. В преобразователях со стационарной обмоткой изменение магнитного потока, сцепляющегося с витками обмотки, может происходить в результате изменения самого измеряемого поля, например при измерениях магнитного поля, вызываемого включением какого-то агрегата, или в результате однократного изменения положения самого преобразователя – удаления преобразователя из магнитного поля или поворота в поле на  $90$  или  $180^\circ$ .

Выходным сигналом такого преобразователя является импульс тока или импульс электродвижущей силы, которые возникают при изменении полного магнитного потока. Изменение потока  $\Delta \Psi$  связано с электродвижущей силой и током как:

$$\Delta \Psi = \int_{t_1}^{t_2} e dt = r \int_{t_1}^{t_2} i dt = rQ, \quad (6.34)$$

где  $r$  – полное сопротивление измерительной цепи с учетом сопротивления преобразователя;  $Q$  – количество электричества.

В качестве интеграторов используются баллистический гальванометр (при интегрировании тока) или магнитоэлектрические, фотогальванометрические и электронные веберметры с операционными усилителями, применяемые для интегрирования электродвижущей силы.

Индукционные преобразователи для измерения параметров магнитных полей в воздушном пространстве обычно выполняются в виде измерительных катушек различной формы, начало и конец обмотки ко-

торых находятся в одном месте, чтобы не создавались дополнительные контуры за счет подводных проводов.

Для измерения напряженности магнитного поля при испытании ферромагнитных материалов используются плоские измерительные катушки (рис. 6.16,а), помещаемые на поверхности испытуемого образца; при этом измеренная в воздухе напряженность поля принимается равной напряженности поля на поверхности образца.

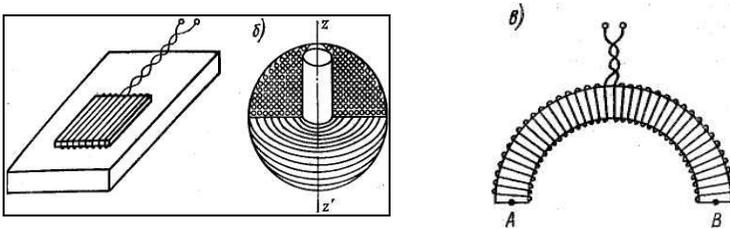


Рис. 6.16. Индукционные преобразователи

Для измерения магнитной индукции и напряженности неоднородных магнитных полей целесообразно использовать шаровые индукционные преобразователи (рис. 6.16,б).

Магнитный поток, сцепляющийся с такой катушкой, равен:

$$\Phi = 4\pi r^3 w B_0 / 3, \quad (6.35)$$

где  $B_0$  – индукция в центре преобразователя;  $r$  – радиус сферы;  $w$  – число витков на единицу длины оси  $zz'$ , которая должна совпадать с вектором  $B_0$ .

Для измерения магнитодвижущей силы используются индукционные преобразователи, называемые магнитными потенциалометрами, обычно выполняемые в виде равномерной обмотки на гибком изоляционном каркасе. Обмотка выполняется с четным числом слоев так, чтобы выводы находились в середине обмотки (рис.6.16,в). Магнитный потенциалометр помещается в магнитное поле таким образом, чтобы его концы находились в точках  $A$  и  $B$ , между которыми измеряется магнитодвижущая сила. Магнитный поток, сцепляющийся с витками потенциалометра, равен:

$$\psi = Sw\mu_0 \int_A^B H_x dl = Sw\mu_0 F_x. \quad (6.36)$$

Порог чувствительности средств измерений со стационарными индукционными преобразователями определяется главным образом механическими помехами (вибрации, сейсмические и акустические воздействия), которые приводят к колебаниям преобразователя и наведению дополнительной электродвижущей силы, а также дрейфом интегрирующего выход-преобразователя. Наиболее чувствительные магнитоэлектрические веберметры имеют цену деления  $5 \times 10^{-6}$  Вб, а фотогальвано-метрические веберметры –  $4 \times 10^{-8}$  Вб.

Индукционные преобразователи с вращающимися или вибрирующими чувствительными элементами имеют функции преобразования, которым соответствуют уравнения (6.29)–(6.31).

### 6.9. Индуктивные датчики

Индуктивные датчики входят в класс электромагнитных преобразователей и являются параметрическими датчиками. Эти датчики выполняют преобразование измеряемой величины в изменение индуктивности за счет изменения параметров магнитной цепи катушки индуктивности.

Индуктивность катушки, намотанной медным проводом и содержащей  $w$  витков, в общем случае равна

$$L = \frac{w^2}{Z_m} = \frac{w^2}{R_m + jX_m}, \quad (6.37)$$

где  $Z_m = R_m + jX_m$  – комплексное магнитное сопротивление цепи, по которой замыкается магнитное поле катушки,  $X_m$  – компонента магнитного сопротивления, возникающая при наличии в магнитной цепи стали и вызванная потерями в стали на гистерезис и вихревые токи.

Магнитные цепи большинства индуктивных датчиков устроены таким образом, чтобы эти потери были минимальны. Кроме того, магнитные цепи этих датчиков состоят, в основном, из магнитомягкого материала, имеющего высокую магнитную проницаемость  $\mu$ , и одного или двух воздушных зазоров, магнитное сопротивление которых настолько велико, что оно, в основном, определяет магнитное сопротивление всей цепи. При зазоре, образованном двумя плоскими параллельными поверхностями, расстояние между которыми равно  $d$ , а площадь равна  $S$ , его магнитное сопротивление, а по вышесказанному, и магнитное сопротивление всей цепи равно

$$R_d = d / (\mu_0 \cdot S), \quad (6.38)$$

где  $\mu_0$  – магнитная проницаемость воздуха.

В результате начальная индуктивность реальных индуктивных датчиков с воздушными зазорами, площадь которых одинакова и равна  $S$ , а суммарная длина воздушного зазора равна  $d$ , выражается приближенной формулой:

$$L = \frac{\mu_0 S}{d} w^2. \quad (6.39)$$

Приближенный характер формулы вызван влиянием полей рассеяния на краях воздушного зазора.

Из этой формулы видно, что на значение индуктивности катушки влияют только такие измеряемые величины, которые могут быть преобразованы в изменение площади  $S$  или величины зазора  $d$ , иными словами, в изменение магнитного сопротивления магнитной цепи датчика.

На первый взгляд, преимущество следовало бы отдать преобразованию измеряемой величины в изменении площади. Тогда преобразование было бы линейным. Но из-за краевых эффектов, вызванных рассеянием магнитного потока, линейность достигнута быть не может. Кроме того, возникают конструктивные сложности организации подобного преобразования. Поэтому большинство индуктивных датчиков построены либо на изменении под действием измеряемой величины зазора, либо на изменении магнитного сопротивления всей цепи в целом за счет перемещения сердечника внутри катушки вдоль ее оси.

На рис. 6.17, *а, б* схематически показаны два одиночных индуктивных датчика, работающих по указанным принципам. Первый из них – датчик с малым зазором, изменение которого составляет от 0,01 до 10 мм. Второй – датчик, реагирующий на значительные перемещения до 100 мм. Обоим этим датчикам свойствен серьезный недостаток, из-за которого датчики такой конструкции не имеют практического применения. В них на перемещаемую деталь действует значительная электромагнитная сила, зависящая от ее положения.

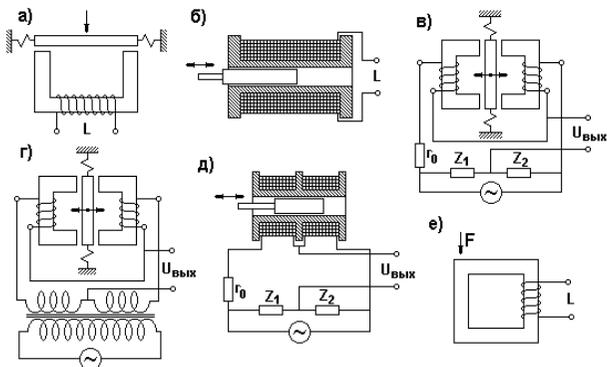


Рис. 6.17. Устройство и схемы включения индуктивных датчиков

Влияние этой силы существенно снижается у дифференциальных индуктивных датчиков, конструкция которых и различные схемы включения показаны на рис. 6.17, в, г, д. Приведенные схемы включения могут быть применены к любому из индуктивных датчиков независимо от его конструкции. Эти схемы представляют собой неравновесные мосты, позволяющие получать на выходе нулевой сигнал при нулевом значении измеряемой величины. При этом значении мосты должны быть уравновешены по двум составляющим, поскольку это мосты переменного тока. Реактивная составляющая катушек легко делается примерно одинаковой, ибо она определяется, в основном, количеством витков и частично – полями рассеяния, которые уравниваются конструктивными методами. Активная компонента сопротивления катушки индуктивности определяется неоднородностью сопротивления проволоки, которой она намотана. Для уравновешивания моста по этой активной компоненте в то плечо, в котором активное сопротивление оказалось меньше, включают сопротивление  $r$ , подгонкой которого мост уравновешивается. Отклонение измеряемой величины от нуля вызывает в измерительной диагонали появление выходного сигнала переменного напряжения, который при последующих преобразованиях усиливается, выпрямляется и фильтруется, после чего подается на вход аналого-цифрового преобразователя (АЦП), преобразуется в код и передается в компьютер для дальнейших стандартных преобразований и математической обработки.

Первичные преобразования измеряемых величин в изменение длины зазора аналогичны тем, которые выполняются в тензорезистивных и емкостных датчиках. Преобразование силы в малое перемещение выполняется с помощью подходящего упругого элемента с точно из-

вестной жесткостью  $W$ . Преобразование ускорения в силу происходит путем использования силы инерции, действующей на тело с точно известной массой  $m$ . Это тело крепится на перемещаемую часть упругого элемента датчика. Для преобразования давления в силу, а затем в перемещение используется мембрана с точно известной площадью, жестко связанная с перемещаемым элементом.

Датчики, показанные на рис. 6.17,б,д, используются только для измерения значительных перемещений  $L$ .

Из формулы для индуктивности видно, что преобразование длины зазора в индуктивность нелинейно. Существенного приближения к линейности достигают путем изменения конфигурации поверхностей, образующих зазор. Достижимые погрешности индуктивных датчиков составляют от 0,5 до 2 %. Эти погрешности возникают из-за наличия движущихся элементов, полей рассеяния, потерь в сердечнике из-за гистерезиса и вихревых токов, действия электромагнитных сил, зависящих от положения перемещающего элемента.

Существенным достоинством индуктивных датчиков, которое оправдывает их промышленное применение, является значительная мощность выходного сигнала, которая существенно превышает мощность выходных сигналов емкостного, пьезоэлектрического и тензорезистивного датчиков.

Другой разновидностью индуктивных датчиков является датчик, магнитная цепь которого выполнена из сплошного магнитомягкого материала без воздушных зазоров. Будем считать, что с целью уменьшения потерь в магнитопроводе предприняты необходимые конструктивные и технологические меры. В этих условиях потери на гистерезис и вихревые токи отсутствуют. Кроме того, будем считать, что площадь поперечного сечения магнитной цепи датчика постоянна по всей длине и относительная магнитная проницаемость материала магнитопровода равна  $\mu$ . В этих условиях индуктивность датчика равна

$$L = \frac{\mu_0 \mu S}{l_m} w^2, \quad (6.40)$$

где  $l$  – средняя длина магнитопровода.

Индуктивность такого датчика может изменяться путем изменения относительной магнитной проницаемости магнитопровода. Для этого магнитопровод изготавливается из материалов, магнитная проницаемость которых изменяется под действием механических напряжений. Индуктивные датчики с таким магнитопроводом называются магнитоупругими. Для различных материалов относительное изменение магнитной проницаемости может составлять от 0,5 до 3 % при изменении меха-

нического напряжения на 1 МПа. Этот эффект остается стабильным, если материал магнитопровода нагружается не больше, чем на 10% от допустимого предела упругих деформаций.

Магнитоупругие датчики применяются для измерения силы в пределах от 250 до  $10^6$  Н. Погрешность магнитоупругих датчиков зависит от многих факторов: механического гистерезиса, нелинейности значения магнитной индукции в магнитопроводе, старения, нестабильности напряжения питания и др. В целом после механической тренировки магнитострикционного датчика с монолитным магнитопроводом может быть достигнута погрешность 2 %.

Достоинствами магнитоупругого датчика является значительная мощность, развиваемая на выходе, и его высокая надежность, поскольку он не содержит движущихся элементов.

Студентам рекомендуется в порядке упражнения самостоятельно изобразить цепочки измерительных преобразований, выполняемых с участием индуктивных и магнитоупругих датчиков с целью измерения малых перемещений, силы, давления и параметров виброускорения.

## 6.10. Трансформаторные (взаимноиндуктивные) датчики

Трансформаторные датчики преобразуют измеряемую величину в изменение коэффициента взаимной индуктивности  $M$ . Эти датчики принадлежат к классу электромагнитных датчиков и являются параметрическими. Трансформаторные датчики так же, как индуктивные, применяются в виде дифференциальных датчиков. Схематически конструкция дифференциального трансформаторного датчика показана на рис. 6.18.

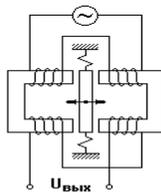


Рис. 76. Схема устройства трансформаторного датчика

Рис. 6.18. Устройство трансформаторного датчика

Средний передвижной элемент (якорь) укреплен упруго и при равновесии нулю измеряемой величины находится точно посередине воздушного зазора. Напряжения, возбуждаемые в частях вторичных обмоток, равны, и поскольку эти части обмоток включены встречно, выход-

ное напряжение равно нулю. При воздействии измеряемой величины на якорь он перемещается вправо или влево, в результате чего изменяются коэффициенты взаимной индукции между частями первичной и вторичной обмоток, и на выходе появляется напряжение, соответствующее смещению якоря, а значит, и значению измеряемой величины.

На основе трансформаторных датчиков могут быть созданы датчики силы, ускорения и давления с помощью преобразований этих величин в малое перемещение, аналогичных преобразованиям, выполняемым применительно к индуктивным, емкостным и тензорезистивным датчикам. Студентам рекомендуется в порядке упражнения самостоятельно изобразить цепочки измерительных преобразований, выполняемых с участием трансформаторных датчиков с целью измерения силы, давления и виброускорений.

Погрешности трансформаторного датчика примерно равны погрешностям индуктивных датчиков. Наилучшие достигнутые характеристики основной приведенной погрешности таких датчиков с учетом гистерезиса: от 0,15 до 0,25%. Дополнительная погрешность от температуры  $(0,1 \div 0,5) \% / 10^\circ\text{C}$ .

Достоинствами трансформаторных датчиков являются: высокая выходная мощность и гальваническая развязка измерительной цепи от цепи питания. При промышленном применении датчиков последнее преимущество иногда является решающим.

### **6.11. Магнитомодуляционные преобразователи**

Для измерения напряженности постоянного магнитного поля применяются магнитомодуляционные преобразователи (феррозонды), принцип действия которых основан на изменении магнитного состояния ферромагнитного материала при одновременном намагничивании в постоянном и переменном полях. Модуляция магнитным потоком возможна за счет нелинейных свойств магнитной цепи.

На рис. 6.19 изображена схема дифференциального феррозонда, состоящего из двух ферромагнитных сердечников (1) и (2) из железоникелевого сплава, на каждом из которых имеется модулирующая обмотка с числом витков  $w_l$ .

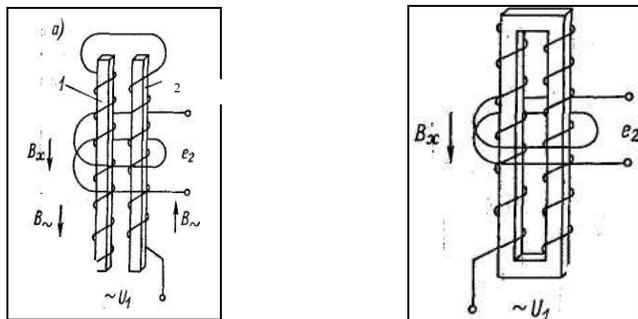


Рис. 6.19. Схема дифференциального феррозонда

Обмотки питаются от источника переменного тока. Они включены последовательно, но встречно, так что создаваемые ими переменные магнитные потоки сдвинуты на  $180^\circ$ . Оба сердечника с модулирующими обмотками охватывает измерительная обмотка с числом витков  $w_2$ . При идентичности сердечников вследствие встречного включения модулирующих обмоток в измерительной обмотке не будет индуцироваться электродвижущая сила. Напряженность переменного магнитного поля  $H_{1m} = (3 - 5)H_{нас}$ .

Если феррозонд поместить в постоянное магнитное поле с индукцией  $B_x$ , то условно можно считать, что в это поле дважды за период вносится концентратор поля и возникающие импульсы индукции наводят электродвижущую силу в измерительной обмотке.

На рис. 6.20 показаны кривые, поясняющие работу четногармонического феррозонда. Из рисунка видно, что  $\mu_{\delta^*}$  периодически изменяется от максимального (при  $H_{1m} < H_{нас}$ ) до минимального (при  $H_{1m} > H_{нас}$ ) значения. Проницаемость сердечников меняется с удвоенной частотой, в результате чего в измерительной обмотке возникает ЭДС удвоенной частоты, пропорциональная индукции  $B_x$  и скорости изменения  $\mu_{\delta^*}$ . При изменении полярности  $B_x$  выходная электродвижущая сила изменяет фазу на  $180^\circ$ .

Обычно в качестве информативного параметра используется амплитуда второй гармоники выходной электродвижущей силы.

Наиболее широкое применение получили феррозонды с продольным возбуждением с разомкнутой (рис. 6.19,а) или замкнутой (рис. 6.19,б) магнитной цепью.

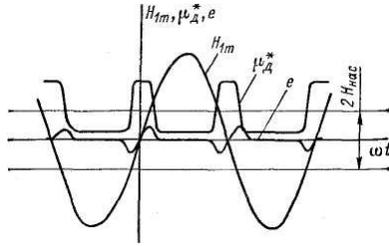


Рис. 6.20. Зависимость дифференциальной магнитной  $\mu^*_д$  проницаемости от напряженности переменного  $H_{1m}$  магнитного поля.  $H_{нас}$  – напряженность насыщения магнитного поля

На рис. 6.21 показана структурная схема измерительной цепи феррозондового тесламетра. Феррозонд (ФЗ) питается от генератора переменного тока Г с частотой  $f = 500 - 5000$  Гц. Для снижения уровня четных гармоник в токе возбуждения между генератором и феррозондом включен фильтр нижних частот Ф, имеющий наибольшее затухание на частоте второй гармоники.

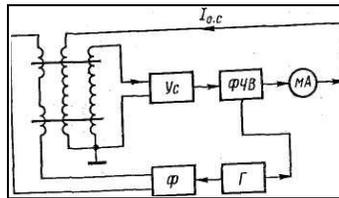


Рис. 6.21. Схема измерительной цепи тесламетра

Для выделения сигнала второй гармоники используется избирательный усилитель (УС), настроенный на частоту  $2f$ , и фазочувствительный выпрямитель (ФЧВ), на выходе которого включен показывающий или регистрирующий прибор. В тесламетрах на низкие пределы измерения (10 нТл) коэффициент усиления по второй гармонике составляет  $10^5$ , а ослабление первой и третьей гармоник в избирательном усилителе должно быть не менее 60 дБ. Для расширения диапазона измерений и улучшения метрологических характеристик (уменьшение нелинейности и инерционности и др.) в тесламетре используется цепь обратной связи, сигнал с которой подается на обмотку обратной связи феррозонда и создает магнитное поле с индукцией  $B_k$ , компенсирующее измеряемое.

Основной проблемой при построении высокочувствительных тесламетров является снижение наводок и шума. Для этой цели применяются хорошо защищенные от наводок измерительные цепи, обладающие высокой избирательностью. Датчики феррозондов специальным образом симметрируются, чтобы исключить электродвижущую силу взаимной индуктивности между первичной и вторичной обмотками. Феррозонды применяются для измерения магнитной индукции слабых постоянных и медленно изменяющихся (с частотой не более 100 Гц) магнитных полей, для измерения углов между какими-либо осями объекта и вектором магнитной индукции, для обнаружения ферромагнитных объектов, для измерения магнитной восприимчивости и магнитного момента слабомагнитных веществ. Феррозонд представляет собой один из наиболее чувствительных магнитоизмерительных преобразователей. Нижний предел измерения в лучших преобразователях составляет 0,05–0,1 нТл. Верхний предел измерения ограничен нарушением линейности функции преобразования и обычно не превышает  $5 \times 10^{-4}$  Тл. Для измерений более сильных полей применяется метод уравнивания, при котором феррозонд используется в качестве преобразователя неравновесия.

Благодаря высокой чувствительности, простоте конструкции, малым габаритам и высокой надежности феррозондовые преобразователи широко используются в качестве портативных авиационных и ракетных тесламетров, градиентометров и угломеров при исследовании магнитного поля Земли, космического пространства, в магнитных системах навигации и ориентации, в магнитной дефектоскопии и при поиске полезных ископаемых.

## **6.12. Гальваномагнитные датчики Холла**

Гальваномагнитные датчики предназначены для преобразования индукции магнитного поля в напряжение или сопротивление. Они основаны на физическом воздействии магнитного поля и носителей зарядов, которые движутся в полупроводниках, находящихся в этом магнитном поле. Практическое применение получили датчики, изготовленные из материалов, в которых используются два эффекта: Холла и Гаусса. Датчики, использующие эффект Холла, преобразуют магнитную индукцию в напряжение и называются датчиками Холла. Эффект Гаусса заключается в изменении электрического сопротивления материала под действием магнитного поля, и поэтому датчики, использующие этот эффект, называются магниторезисторами.

*Эффект Холла* возникает в тонкой полупроводниковой пластинке или пленке, по которой идет ток. Если эта пластина или пленка находится в магнитном поле, направленном перпендикулярно ее поверхности, то носители зарядов отклоняются из-за действия силы Лоренца, равной:

$$F = e \cdot v \cdot B,$$

где  $e$  – заряд носителя, движущегося со скоростью  $v$  перпендикулярно магнитному потоку, индукция которого равна  $B$ .

Сила Лоренца действует перпендикулярно направлению движения носителей заряда и перпендикулярно направлению магнитного поля. В результате на одной боковой стороне пластины количество носителей зарядов увеличивается, а на другой – уменьшается, и между ними возникает разность потенциалов (ЭДС Холла).

Для того чтобы плотность тока была равномерной по ширине пластины, электроды, подводящие ток, припаивают или приваривают по всей ширине пластины. Электроды, с помощью которых с боковых сторон снимается ЭДС Холла (Холловы электроды), приваривают к серединам сторон так, чтобы при отсутствии магнитного поля они оказались на эквипотенциальной линии. Диаметр контактной площадки этих электродов с пластиной обозначим через  $a$ . Остальные размеры:  $l$  – длина пластины,  $b$  – ширина пластины,  $d$  – толщина пластины (см. рис. 6.22, на котором магнитное поле направлено от читателя). Если  $l/b = 2$  и  $a/l < 0,1$ , то электродвижущая сила Холла равна:

$$E_{xH} = \frac{R_{xH}}{d} \cdot I \cdot B \cdot \cos \alpha, \quad (6.41)$$

где  $R_{xH}$  – постоянная Холла, зависящая от свойств материала пластины (пленки),  $d$  – толщина материала,  $I$  – сила тока,  $B$  – магнитная индукция,  $\alpha$  – угол между вектором магнитного поля и магнитной осью пластины, близко совпадающей с нормалью к ее плоскости.

Из этого выражения видно, что при постоянном токе через полупроводниковую пластину или пленку и при  $\alpha = 0$  электродвижущая сила Холла определяется значением магнитной индукции  $B$ , для измерения которой и применяется этот датчик. Кроме того, из этого же выражения следует, что датчик Холла может применяться и для перемножения двух величин: тока и магнитной индукции (или величины, которая может быть преобразована в нее).

Основные полупроводниковые материалы, из которых изготавливаются серийные датчики Холла, это арсенид индия InAs, антимонид индия InSb или арсенид галлия GaAs. Делаются также датчики Холла из герма-

ния и кремния. Датчики выполняются в виде тонких пластин или пленок на подложках из слюды, ультрафарфора или стекла. Толщина  $d$  этих пленок составляет от 10 мкм до 200 мкм. Размеры  $l$  и  $b$  поверхностей датчиков составляют единицы миллиметров.

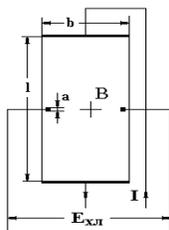


Рис. 79. Схема и размеры датчика Холла

Рис. 6.22. Схема датчика Холла

С помощью датчиков Холла обычно измеряется индукция магнитного поля в труднодоступных местах, подход к которым возможен с одной стороны. Поэтому все четыре проводника подходят к датчику также с одной стороны, как это показано на рис. 6.22.

Входное сопротивление датчика Холла – это сопротивление между токовыми электродами, оно может составлять от 0,5 Ом до нескольких килоом. Выходное сопротивление датчиков Холла – это сопротивление между Холловыми электродами. У серийно выпускаемых датчиков значения этих сопротивлений близки. Вследствие того, что в условиях применения датчиков Холла в полупроводнике возникает и эффект Гаусса, входное и выходное сопротивление с ростом магнитной индукции увеличиваются.

Основными характеристиками датчиков Холла, как любого средства измерений, являются метрологические характеристики, и первыми среди них – характеристики погрешности. Из-за большого количества причин, порождающих погрешности, они будут рассмотрены подробно в следующем пункте. Здесь будут представлены характеристики чувствительности и динамические характеристики датчиков Холла, а также варианты использования этих датчиков для измерения мощности и силы электрического тока.

Гальваномагнитная чувствительность при  $\alpha = 0$  определяется выражением:

$$S_{BI} = R_{хл} / d, \quad (6.42)$$

и для различных типов датчиков составляет (0,3 – 10) В/(А·Тл).

Чувствительность датчиков Холла к магнитной индукции определяется при номинальном значении тока  $I_{ном} = const$ , как  $S_B = R_{xl} I_{ном} / d$ . Для серийно выпускаемых датчиков Холла значение этой чувствительности лежит в пределах 0,03–1 В/Тл. Значение силы номинального тока у различных датчиков различно. Ограничение силы тока определяется температурой перегрева датчика. Для высокоомных датчиков допустимая сила тока не превышает 50 мА, для низкоомных – 200 мА. В сильных полях появляется нелинейность, которая для лучших датчиков составляет 0,1 – 1,0 %.

Чувствительность к току определяется при постоянном значении магнитной индукции, как  $S_I = R_{xl} B / d$ . При индукции 1 Тл чувствительность датчиков Холла к току лежит в пределах 0,3–50 В/А.

Остаточное напряжение датчика Холла действует между Холловыми электродами при прохождении по датчику электрического тока, но при отсутствии магнитного поля. Причиной возникновения остаточного напряжения является неточное расположение Холловских электродов на эквипотенциальной линии. Причиной возникновения остаточного напряжения является также термоЭДС, которая при градиенте температуры между Холловскими электродами в 0,1 °С может достигать от 10 до 100 мкВ. Для уменьшения температурного градиента датчик Холла располагают либо на теплопроводной подложке, либо на подложке с помощью теплопроводной, но электроизолирующей пасты.

Динамические характеристики датчиков Холла определяются временем установления ЭДС Холла при ступенчатом изменении индукции магнитного поля или силы тока. Для обычно используемых материалов это время лежит в пределах  $10^{-11}$ – $10^{-13}$  с, поэтому датчик Холла может быть использован и для измерения индукции переменного магнитного поля, а также для перемножения переменных тока и индукции. В частности, если частота переменного тока и магнитной индукции совпадает и равна  $\omega$ , то ЭДС Холла:

$$E_{xi} = \frac{R_{xl}}{d} \cdot B \cdot I \cdot \cos \varphi + \frac{R_{xl}}{d} \cdot B \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi). \quad (6.43)$$

Постоянная составляющая этого выражения может быть отделена от переменной составляющей путем фильтрации, и тогда с помощью датчика Холла может быть построен ваттметр для измерения активной и реактивной мощности электрического тока. Ток в нагрузке должен быть преобразован в индукцию магнитного поля, а напряжение на нагрузке – в ток через датчик Холла. Сила тока нагрузки, как правило, велика и составляет от десятков до сотен тысяч ампер. Удобным способом преобразования сильных токов в индукцию является concentra-

ция магнитного потока, окружающего проводник с током, с помощью магнитопровода, охватывающего этот проводник, как это схематически показано на рис. 6.23 и как это делается в токовых клещах. В зазор магнитопровода, индукция в котором пропорциональна силе тока, вводится датчик Холла, и через него пропускается ток, пропорциональный напряжению.

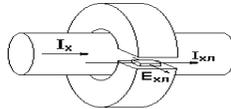


Рис. 80. К принципу измерения силы постоянного тока с помощью датчика Холла

Рис. 6.23. Измерение силы постоянного тока с помощью датчика Холла

Подобное преобразование тока в индукцию магнитного поля с последующим применением датчика Холла применяется, например, для измерения и регистрации больших постоянных токов (рис. 6.23). Кроме того, этот прием позволяет обеспечить гальваническую развязку средства измерений от мощной электрической цепи, что способствует эффективной борьбе с помехами и обеспечивает безопасность персонала.

*Источники погрешности датчиков Холла:*

1. Нестабильность тока, пропускаемого через датчик. Метод уменьшения этой погрешности – стабилизация тока.

2. Собственное магнитное поле, создаваемое витком с током. Направление этого поля совпадает или противоположно направлению поля, индукция которого измеряется. Индукция собственного поля датчика в отсутствии близко расположенных ферромагнитных тел обычно не превышает  $10^{-6} \div 10^{-4}$  Тл. Но на практике приходится измерять индукцию магнитного поля в довольно узких зазорах электрических машин и аппаратов. В этой ситуации, когда ферромагнитные детали объекта расположены в непосредственной близости от датчика, индукция собственного магнитного поля достигает  $5 \times 10^{-4} \div 10^{-3}$  Тл, что приводит к существенной погрешности измерения.

Метод уменьшения этой погрешности – проведение обратного провода тока точно над серединой датчика Холла, так, чтобы виток, образуемый проводами, подводящими ток к датчику, имел минимальную площадь, как это показано на рис. 6.24,а.

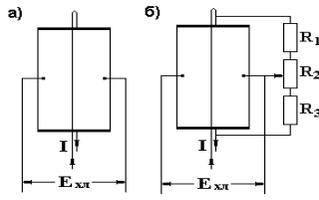


Рис. 81. Способы уменьшения погрешности датчиков Холла

Рис. 6.24. Способы уменьшения погрешности датчиков Холла

3. Погрешность нуля (аддитивная составляющая) вызвана неточностью присоединения Холловских электродов к эквипотенциальной линии датчика. Для хотя бы частичного устранения этой причины можно использовать делитель напряжения, представленный на рис. 6.24,б. Этот делитель составлен из высокоомных сопротивлений, центральное сопротивление этого делителя – регулируемое.

Температурные погрешности возникают из-за нескольких причин:

- нагревание датчика проходящим через него током;
- нагревание датчика от внешних источников тепла;
- термоЭДС в цепи Холловских электродов;
- изменение температуры датчика вследствие эффекта Пельтье, возникающего в цепи тока.

В силу действия этих причин изменяется температура датчика, а вместе с ней изменяется и градиент температуры между точками присоединения Холловских электродов. Метод борьбы с температурными погрешностями с помощью теплопроводящих паст сводится к уменьшению градиента температуры практически до нуля.

4. Нелинейность датчика в сильном поле. Метод коррекции – линеаризация при известной функции прямого или обратного преобразования.

Основная погрешность большинства серийно выпускаемых и применяемых датчиков Холла не превышает 0,5 – 1,0 %. Использование сложных методов коррекции погрешностей и термостатирование датчика при его применении позволяет достичь погрешности 0,2 %.

### 6.13. Магниторезистивные датчики

Магниторезистивные датчики, или магниторезисторы, представляют собой разновидность гальваномагнитных датчиков, в которых под действием магнитного поля изменяется сопротивление электрическому току. В этом проявляется эффект Гаусса. Под действием магнитного поля траектории носителей заряда искривляются, скорость их движения в направлении электрического поля замедляется, и, следовательно, увеличивается сопротивление. Уравнение преобразования индукции магнитного поля в сопротивление терморезистора выглядит следующим образом:

$$R_B = R_{B=0} \cdot \left( 1 + A \cdot |uB|^m \right), \quad (6.44)$$

где  $R_{B=0}$  – сопротивление магниторезистора при отсутствии магнитного поля,  $A$  – магниторезистивный коэффициент, зависящий от материала и формы магниторезистора,  $u$  – подвижность носителей заряда,  $B$  – индукция магнитного поля,  $m$  – показатель степени, равный 2 в слабых полях, когда  $uB < 1$ , и равный 1, когда  $uB > 1$ .

Функция преобразования магнитной индукции в сопротивление четная, поэтому сопротивление магниторезистора увеличивается как в постоянном, так и в переменном магнитном поле. Максимальная чувствительность достигается, когда магнитная ось магниторезистора направлена по направлению внешнего поля или против него. Кроме того чувствительность магниторезистора зависит от его формы, а именно от отношения длины резистора к площади его поперечного сечения: чем больше это отношение, тем больше коэффициент  $A$  и тем больше чувствительность.

Лучшие материалы для изготовления магниторезисторов: антимо-нид индия  $\text{InSb}$ , арсенид индия  $\text{InAs}$  и сплавы антимионида индия с антимионидом никеля  $\text{NiSb}$ .

Основными характеристиками магниторезисторов являются: начальное сопротивление  $R_{B=0}$  и чувствительность  $S_B = dR / dB$ . Ток питания магниторезисторов разных типов лежит в пределах от 1 до 100 мА в зависимости от его начального сопротивления, которое может быть равно от сотых долей Ом до десятков кОм. Рабочий диапазон температуры применения магниторезистора  $-273 - +327$  °С.

Частотные характеристики магниторезисторов простираются до 10 МГц.

Применение магниторезисторов пока ограничивается вследствие технологических трудностей обеспечения повторяемости их метрологических характеристик. Поэтому их основным применением является использование в релейном режиме с целью, например, фиксации наличия

или отсутствия магнитного поля или превышения индукцией магнитного поля некоторого заданного уровня.

### **Контрольные вопросы**

1. Как разделяются измерительные преобразователи по выходной величине?
2. Каков принцип действия термоэлектрических преобразователей?
3. Какие приборы применяются для измерения термоЭДС?
4. На каком принципе основано действие термометров сопротивления?
5. Объясните принцип действия пьезоэлемента.
6. Назовите области применения пьезодатчиков.
7. Каков принцип действия тензорезистора?
8. Назовите области применения тензорезистора.
9. Объясните принцип действия емкостного датчика.
10. Каков принцип действия индукционных преобразователей?
11. Каким образом можно измерить индукцию постоянного магнитного поля?
12. Измерение каких неэлектрических величин можно осуществить с помощью трансформаторных (взаимноиндуктивных) датчиков?
13. Каков принцип действия датчика Холла?
14. Назовите источники погрешностей датчиков Холла.

## ГЛАВА 7

### ЭЛЕКТРОННЫЕ АНАЛОГОВЫЕ ВОЛЬТМЕТРЫ

#### 7.1. Структурные схемы электронных вольтметров

При измерении напряжения методом непосредственной оценки вольтметр подключается параллельно тому участку цепи, на котором измеряется напряжение. Для уменьшения методической погрешности измерения собственное потребление вольтметра должно быть мало, а его входное сопротивление велико. Поэтому в схемах электроники при измерении в маломощных цепях применение электромеханических приборов ограничено. Предпочтительнее является использование электронных вольтметров.

*Электронные вольтметры* представляют собой сочетание электронного преобразователя и магнитоэлектрического или цифрового измерительного прибора.

По роду тока электронные вольтметры делятся на вольтметры постоянного напряжения, переменного напряжения, универсальные (постоянного и переменного напряжения в одном приборе) и импульсные. Кроме того, выпускаются вольтметры с частотно-избирательными свойствами – селективные.

По сравнению с электромеханическими вольтметрами аналоговые электронные вольтметры имеют следующие *достоинства*:

- ✓ широкий частотный диапазон измеряемого напряжения от единиц герц до тысячи мегагерц;
- ✓ слабую зависимость показаний от частоты измеряемого напряжения в рабочем диапазоне частот;
- ✓ высокую чувствительность, практически постоянную в рабочем диапазоне частот;
- ✓ широкий динамический диапазон от десятых долей до сотен вольт (благодаря применению усилителей и делителей напряжений);

- ✓ ничтожно малую мощность потребления, так как имеют большое входное сопротивление  $R_{вх}=10-10^6$  МОм, малую входную емкость  $C_{вх}=1-4$  пФ, но в то же время развивают мощность, достаточную для приведения в действие выходного магнитоэлектрического измерителя.

Электронные вольтметры являются одним из наиболее распространенных типов электроизмерительных приборов. Их можно классифицировать следующим образом.

- По характеру измеряемого напряжения:
  - вольтметры среднеквадратических значений;
  - вольтметры средневыврямленных значений;
  - вольтметры амплитудных значений.
- По частотному диапазону:
  - низкочастотные;
  - высокочастотные;
  - сверхвысокочастотные.
- По схеме входа: с открытым и закрытым входом, то есть соответственно пропускающие и не пропускающие на вход прибора постоянную составляющую измеряемого напряжения.
- По точности: для электронных вольтметров установлены классы точности 0,1, 0,2, 0,5, 1,0, 1,5, 2,5, 4,0, 6,0, соответствующие основной приведенной погрешности прибора. Классы точности могут быть разными для различных пределов измерений.

Структурная схема аналогового электронного вольтметра в самом общем виде состоит из входного блока, измерительного преобразователя, показывающего прибора и блока питания.

Входной блок обычно содержит набор делителей напряжения – аттенуаторов, с помощью которых изменяют пределы измерения, и эмиттерный (истоковый) повторитель (в приборах с предварительным усилителем), служащий для создания высокого входного сопротивления прибора.

Измерительным преобразователем вольтметра постоянного тока служит усилитель мощности постоянного тока, увеличивающий мощность исследуемого сигнала до уровня, достаточного для значительного отклонения указателя отсчетного устройства. У вольтметров переменного тока измерительный преобразователь – это устройство, преобразующее напряжение переменного тока в напряжение постоянного тока и называемое для краткости просто преобразователем (название детектор принято устаревшим). Его применяют обычно в сочетании с усилителем

(напряжения переменного тока до преобразователя или постоянного тока – после него).

Показывающий прибор – это магнитоэлектрический стрелочный электроизмерительный прибор или другое показывающее устройство аналогового типа. Используют также электронные аналоговые линейчатые индикаторы, выполняемые на основе ламп накаливания, жидких кристаллов, светоизлучающих диодов и газоразрядных элементов. Эти устройства отображения в виде светящихся полосок переменной длины обладают высокой разрешающей способностью. Для измерительных приборов, имеющих такие индикаторы, не опасен выход показаний за пределы шкалы («зашкаливание»), отпадает необходимость в сложных средствах демпфирования, присущих стрелочным приборам, характерна независимость показаний от положения прибора.

Измерительные механизмы магнитоэлектрических приборов обладают относительно большим моментом инерции и применяются только для измерения постоянных токов и напряжений. Если подать на магнитоэлектрический стрелочный прибор высокочастотное синусоидальное напряжение, то стрелка останется неподвижной. При подведении пульсирующего напряжения, представляющего собой сумму постоянной и высокочастотной переменной составляющих, стрелка получит отклонение, обусловленное постоянной составляющей. Показания прибора будут соответствовать постоянной составляющей и при других напряжениях сложной формы (в которых отсутствуют весьма низкочастотные составляющие). Иначе говоря, магнитоэлектрический прибор усредняет поданное на его вход напряжение сложной формы: отклонение стрелки дает среднее значение напряжения. Однако если в измеряемом напряжении содержатся составляющие низких частот, то стрелка совершает колебания около среднего значения. Во избежание этого применяют фильтры нижних частот.

Структурная схема стрелочного электронного вольтметра для измерения напряжения постоянного тока приведена на рис. 7.1 (источники питания здесь не изображены).

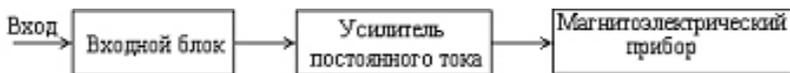


Рис. 7.1. Структурная схема стрелочного электронного вольтметра

Электронные аналоговые вольтметры постоянного тока выполняются по схеме, представленной на рис. 7.2,а. Измеряемое напряжение  $U$

подается на входное устройство  $VxU$ , представляющее собой многопредельный высокоомный делитель напряжения на резисторах. С делителя напряжение поступает на усилитель постоянного тока (УПТ) и далее – на стрелочный прибор  $V$ . Делитель и усилитель постоянного тока ослабляют или усиливают напряжение до значений, необходимых для нормальной работы прибора. Одновременно усилитель обеспечивает согласование высокого сопротивления входной цепи вольтметра с низким сопротивлением рамки прибора магнитоэлектрической системы. Высокое входное сопротивление электронного вольтметра (несколько десятков мегаом) позволяет производить измерение напряжения в высокоомных цепях без заметного потребления мощности от объекта измерения.

Чтобы обеспечить необходимую точность вольтметра к усилителям постоянного тока, применяемым в электронных вольтметрах, предъявляются жесткие требования в отношении линейности амплитудной характеристики, постоянства коэффициента усиления, температурного и временного дрейфа нуля. При построении электронных вольтметров для измерения малых напряжений эти требования не всегда могут быть удовлетворены.

Для приборов, измеряющих напряжение переменного тока, характерны три варианта структурной схемы, что зависит от типа преобразователя (рис. 7.2, *а–в*). Принцип действия вольтметра, построенного по схеме на рис. 7.2, *а*, заключается в преобразовании напряжения переменного тока в напряжение постоянного тока, которое измеряется стрелочным электроизмерительным прибором. Такие приборы пригодны лишь для измерения напряжения значительной амплитуды (их используют для контроля напряжения в низкочастотных и высокочастотных измерительных генераторах, модуляторах мощных генераторов и т. п.), так как для измерения малых напряжений они недостаточно чувствительны. Поэтому в подобных случаях применяют вольтметры, у которых после преобразователя (рис. 7.2, *б*) либо до него (рис. 7.2, *в*) дополнительно включен усилитель.

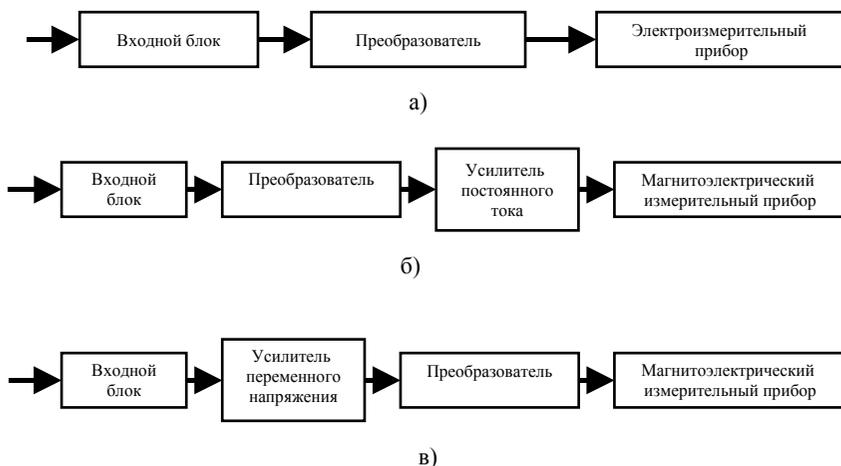


Рис. 7.2. Структурные схемы электронных вольтметров

Сравнивая структурные схемы на рис. 7.2,б,в, можно еще до изучения конкретных схемных решений установить ряд свойств приборов, оценить их достоинства и недостатки. Вольтметры, построенные по первой схеме, отличаются очень широким диапазоном частот: они позволяют измерять напряжения высоких частот вплоть до 1 ГГц. Приборы же, выполненные по второй схеме, имеют более узкую полосу, ограниченную полосой пропускания усилителя напряжения переменного тока (как правило, до 10–50 МГц). Зато схема, показанная на рис. 7.2,в, позволяет получить более высокую чувствительность, чем предыдущая, поскольку усилитель включен перед преобразователем. Такие схемы используют в милли- и микровольтметрах. Причем основным фактором, ограничивающим нижний предел измеряемого напряжения, являются собственные шумы усилителя. Следует отметить, что в схеме с предварительным усилителем возможны искажения формы напряжения (нелинейные искажения), которые практически отсутствуют в схеме, начинающейся с преобразователя.

При сопоставлении схем, изображенных на рис. 7.1 и 7.2,б видно, что их можно сочетать в одном приборе. Такой универсальный вольтметр может служить для измерения напряжений как переменного, так и постоянного тока.

Важнейшим элементом электронного вольтметра, в значительной мере определяющим его метрологические характеристики, является преобразователь (детектор). Напряжение на выходе детектора может быть пропорционально амплитудному, средневыпрямленному или среднему квадратическому значению измеряемого напряжения. Характер

этой зависимости определяет, на какое из этих значений реагирует магнитоэлектрический стрелочный прибор. В соответствии с этим, различают вольтметры средних, амплитудных и средних квадратических значений. Необходимо, однако, помнить, что шкалу электронного вольтметра обычно градуируют в средних квадратических значениях напряжения синусоидальной формы, и это следует учитывать при измерении и анализе погрешностей, обусловленных отклонением формы реального измеряемого сигнала от синусоиды.

Простейшими вольтметрами средних значений являются выпрямительные вольтметры, рассмотренные выше на основе пассивных (без применения усилительных схемных элементов) преобразователей средневыпрямленных значений. Преобразователи выполняются на полупроводниковых диодах, работающих на линейном участке вольтамперной характеристики.

Повышение чувствительности, расширение пределов измерения и улучшение линейности функции преобразования в электронных вольтметрах достигается применением активных преобразователей средневыпрямленных значений. Детекторы среднего квадратического значения используют квадратичный участок вольтамперной характеристики диода или диодной цепочки, в результате чего постоянная составляющая напряжения на выходе детектора оказывается пропорциональной квадрату среднего квадратического значения измеряемого напряжения, независимо от формы этого напряжения. В некоторых вольтметрах в качестве детектора среднего квадратического значения применяются термоэлектрические преобразователи. Принцип действия амплитудного детектора (рис. 7.3,а) основан на заряде конденсатора  $C$  через диод  $D$  до амплитудного значения измеряемого напряжения и медленном его разряде через нагрузочный резистор  $R$ .

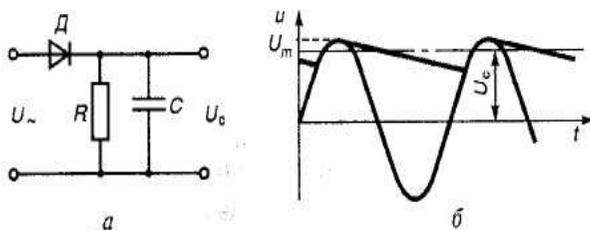


Рис. 7.3. Амплитудный детектор с открытым входом

Из-за различия времени заряда и разряда на конденсаторе появляется постоянная составляющая напряжения. Чем больше отношение постоянной времени разряда конденсатора к постоянной времени его заряда, тем больше напряжение на конденсаторе приближается к амплитудному значению. При синусоидальной форме сигнала  $u(t)$  среднее значение напряжения на диоде равно среднему значению напряжения на конденсаторе, но с противоположным знаком. Постоянная составляющая напряжения на конденсаторе  $C$  и напряжения на диоде несет информацию об амплитудном значении преобразуемого напряжения.

В зависимости от того, какое из этих напряжений принимается за выходное, различают две разновидности амплитудных детекторов. Если выходным служит напряжение на конденсаторе, то получаем амплитудный детектор с открытым входом (рис. 7.3), который пропускает постоянную составляющую измеряемого напряжения. Если выходное напряжение снимается с диода, то имеем амплитудный детектор с закрытым входом (рис. 7.4).

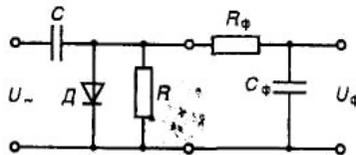


Рис. 7.4. Схема амплитудного детектора с закрытым входом

При измерении пульсирующего напряжения конденсатор  $C$  будет заряжаться до пикового напряжения  $U_{max}$ .

Амплитудные детекторы с закрытым и открытым входами применяются в универсальных и высокочастотных вольтметрах при измерении в широком диапазоне частот.

Погрешность измерения вольтметра с амплитудным детектором зависит от частоты. Эта погрешность тем больше, чем меньше частота измеряемого напряжения. В промежутках между входными импульсами конденсатор разряжается, поэтому среднее значение напряжения  $U_c$  меньше амплитуды  $U_m$ . При повышении частоты интервалы между импульсами меньше и конденсатор разряжается незначительно, поэтому  $U_c$  выше, чем при низкой частоте. При достаточно низких частотах  $U_c$  может значительно отличаться от амплитуды  $U_m$ . Относительная погрешность преобразования при этом оценивается по формуле:

$$\delta = \frac{U_m - U_c}{U_m} = \frac{T}{2RC}, \quad (7.2)$$

где  $T$  – период измеряемого напряжения.

Одним из существенных недостатков вольтметров с амплитудным детектором является зависимость показаний прибора от формы сигнала. Обычно шкала амплитудных вольтметров градуируется в средних квадратических значениях синусоидального напряжения, тогда как отклонение стрелки прибора пропорционально амплитуде напряжения. Поэтому показания, отсчитанные по шкале стрелочного прибора, справедливы только при измерении синусоидальных напряжений.

При произвольной форме сигнала, если значение  $K_\phi$  для этого сигнала неизвестно, измерение среднего квадратического значения напряжения оказывается невозможным.

К недостаткам аналоговых электронных вольтметров относят их сравнительно большую основную погрешность (2,5–4 %), обусловленную влиянием отдельных элементов схемы на градуировку вольтметров; частотную погрешность и необходимость вспомогательных источников питания. При увеличении частоты измеряемого напряжения до единиц гигагерц основная погрешность может возрасти до 25 %.

На электронные вольтметры установлены классы точности от 0,1 до 25. Обычные классы точности 2,5; 4,0.

## **7.2. Особенности включения аналоговых электронных вольтметров**

Свойства электронных вольтметров определяются схемой входа, полным входным сопротивлением, схемой и характеристикой преобразователя, зависимостью показаний прибора от формы и частоты измеряемого напряжения, диапазоном измерения, погрешностью.

Измерительные преобразователи напряжения характеризуются:

- ✓ полным диапазоном изменения преобразуемой величины;
- ✓ частотным диапазоном;
- ✓ основной и дополнительными погрешностями.

Погрешность обусловлена изменением неинформативных параметров, наличием методических погрешностей, нелинейностью функции преобразования, ограниченной точностью эталонных средств градуировки, воздействием дестабилизирующих факторов (температуры, неидеальности схемных элементов и др.).

Входное сопротивление вольтметра состоит из активной и реактивной составляющих. Активная составляющая входного сопротивления  $R_{Bx}$  зависит от схемы входа, преобразователя, типа применяемого нелинейного элемента, используемого диэлектрика во входном конденсаторе, и может изменяться в широких пределах. Входная емкость электронного вольтметра  $C_{Bx}$  образована емкостью входных элементов, токоподводящих проводников, межэлектродной емкостью входных нелинейных элементов. На высоких частотах учитывается также индуктивность  $L_{Bx}$  токоподводящих проводников. С увеличением частоты входное сопротивление уменьшается, поскольку уменьшается сопротивление электрических потерь во входной емкости.

Эквивалентная схема входной цепи вольтметра на высоких частотах, несимметричная относительно земли, представлена на рис. 7.5.

Для уменьшения частотной погрешности измерения собственная частота входной цепи вольтметра  $f_0 = 1/(2\pi \sqrt{L_{Bx} C_{Bx}})$  должна быть в 5–10 раз выше частоты измеряемого вольтметром напряжения. Поскольку входное сопротивление  $R_{Bx}$  определяет мощность потребления вольтметра от объекта измерения, оно должно быть в 50–100 раз больше сопротивления участка цепи, к которому вольтметр подключается параллельно.

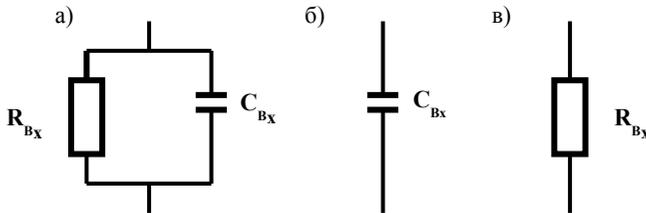


Рис. 7.5. Эквивалентные схемы входной цепи

Схему входной цепи вольтметра можно упростить, если диапазон частот измеряемого напряжения порядка 10–30 МГц и индуктивность  $L_{Bx}$  не учитывается, то входное сопротивление  $Z_{Bx}$  носит активно-емкостный характер (рис. 7.5,а); в диапазоне частот 1–10 МГц входное сопротивление определяется преимущественно емкостным сопротивлением (рис. 7.5,б), так как оно много меньше активного сопротивления; в диапазоне частот ниже 1 МГц – активным сопротивлением (рис. 7.5,в), так как  $R_{Bx} \ll [1/(j\omega C_{Bx})]$ .

Для исключения погрешностей, вызванных влиянием паразитных емкостей, клеммы электронного вольтметра и объекта измерения, соединенные с корпусом, должны быть соединены вместе и заземлены.

При измерениях напряжения на частотах выше 1 МГц необходимо пользоваться пробником, снижающим частотную погрешность, вызванную  $L_{Bx}$  и  $C_{Bx}$  при высоких частотах, а также позволяющим осуществлять измерение непосредственно у объекта измерения.

По пределам измерения напряжений вольтметр выбирают так, чтобы нижний предел обеспечивал достаточно высокую чувствительность, а верхний – позволял по возможности обходиться без применения внешних делителей напряжения.

Все стрелочные вольтметры, кроме специально предназначенных для измерения импульсных напряжений, градуируются в действующих значениях синусоидального напряжения. Процесс градуировки состоит в том, что на измерительный прибор подают строго определенные напряжения и для каждого установившегося положения указателя (стрелки) делают отметку на чистой шкале, обозначая ее соответствующей цифрой. Промежуточные деления шкалы получают путем деления расстояния между точками, обозначенными цифрами, на определенное число частей.

Вольтметры и измерители уровня обычно градуируют либо сравнением показаний градуируемого прибора с показаниями образцового (более высокого класса точности) прибора, либо с помощью образцовых источников напряжения. В первом случае градуируемый и образцовый вольтметры подключают параллельно к выходу измерительного генератора и за действительное значение напряжения принимают показания образцового вольтметра, а во втором – градуируемый прибор подключают к образцовому источнику напряжения, на выходе которого с помощью делителя напряжения устанавливают необходимые значения градуировочного напряжения.

Показания квадратичного вольтметра при измерении напряжения сложной формы соответствуют среднеквадратическому значению этого напряжения.

Электронные вольтметры градуируют и в относительных значениях ( $dB$ ) с использованием соотношения:

$$1dB = 20 \lg(U/U_0),$$

где  $U$  – измеряемое напряжение;  $U_0$  – нулевой уровень по напряжению, равный 0,775В на градуировочном сопротивлении 600 Ом.

### 7.3. Влияние формы кривой измеряемого напряжения на показания аналоговых электронных вольтметров

Переменные напряжения характеризуются мгновенным, пиковым (амплитудным для периодических сигналов), средним (для периодического сигнала постоянная составляющая), средневыпрямленным и среднеквадратическим параметрами.

*Мгновенные значения напряжения* наблюдают на осциллографе и определяют по осциллограмме. Все остальные значения могут быть определены соответствующим вольтметром.

*Пиковое значение*  $U_{max}$  – это наибольшее мгновенное значение напряжения за период. При разнополярных несимметричных кривых напряжения различают положительное ( $U_{max}^+$ ) и отрицательное ( $U_{min}^-$ ) пиковые значения; при том ( $U_{max}^+$ ) – максимальное значение, а ( $U_{min}^-$ ) – минимальное значение.

*Среднее значение*  $U_{cp}$  за период (постоянная составляющая напряжения) – это среднее арифметическое мгновенных значений за период.

*Средневыпрямленное значение*  $U_{св}$  (двухполупериодное выпрямление) – среднее арифметическое из абсолютных мгновенных значений. Для однополярных напряжений среднее и средневыпрямленное значения равны. Для разнополярных эти два параметра могут существенно отличаться друг от друга.

*Среднеквадратическое значение*  $U$  за период определяется как корень квадратный из среднего значения квадрата напряжения.

Связь между амплитудным, среднеквадратическим и средневыпрямленным значениями напряжения данной конкретной формы устанавливаются через коэффициенты амплитуды:

$$K_a = U_m/U \quad (7.3)$$

и коэффициент формы кривой

$$K_f = U/U_{св}. \quad (7.4)$$

Значения коэффициентов  $K_a$  и  $K_f$  для распространенных на практике форм кривых напряжений приведены в табл. 7.1 (прил.).

Пользуясь таблицей, можно определить, что:

- для синусоидального напряжения:

$$U = U_m/1,41 = 0,707U_m; \quad (7.5)$$

$$U_{св} = U/1,1 = 0,92U = 0,92U_m/1,41 = 0,652U_m; \quad (7.6)$$

- для пилообразного напряжения и симметричного напряжения треугольной формы:

$$U = 0,578U_m; \quad (7.7)$$

$$U_{cs} = U_0 = 0,5 U_m = 0,865 U; \quad (7.8)$$

- для напряжения прямоугольной формы с симметричными относительно оси времени полупериодами и для симметричного напряжения прямоугольной формы:

$$U_m = U = U_{cs}. \quad (7.9)$$

Постоянная составляющая последовательности однополярных прямоугольных импульсов определяется следующим образом:

$$U_0 = U_0 t_u / T = U_m / Q, \quad (7.10)$$

где  $t_u$  – длительность импульсов;  $T$  – период следования импульсов;  $Q$  – скважность импульсов.

Коэффициент амплитуды и формы:

$$K_a = K_\phi = \sqrt{Q}. \quad (7.11)$$

Шкалы электронных вольтметров, кроме импульсных, в большинстве случаев градуируют в среднеквадратических значениях синусоидального напряжения. Поэтому при измерении такими приборами синусоидального напряжения по шкале отсчитывается среднеквадратическое значение, а амплитудное и средневыврявленное вычисляют по известным значениям  $K_A$  и  $K_\phi$ .

При измерении напряжения синусоидальной формы кривой большинство аналоговых электронных вольтметров, независимо от схемы измерительного преобразователя, показывают среднеквадратическое значение напряжения с погрешностью, не превышающей погрешность вольтметра.

При измерении напряжения несинусоидальной формы кривой показания вольтметра зависят от схемы входа, преобразователя и градуировки шкалы. В показания электронного вольтметра можно внести поправки только при знании вышеуказанных факторов, а также формы измеряемого напряжения и соответствующих им коэффициентов амплитуды  $K_A$  и формы  $K_\phi$ . Рассмотрим случаи, когда на вход электронного вольтметра, шкала которого отградуирована в среднеквадратических

значениях синусоидального напряжения, подана последовательность прямоугольных импульсов (рис. 7.6,а).

Показания вольтметра в зависимости от типа преобразователя будут различны:

1) с преобразователем амплитудного значения и закрытым входом вольтметр реагирует только на амплитудное значение переменной составляющей импульсного сигнала:

$$U'_{max} = U_{max} - U_0, \quad (\text{рис. 7.6,б}),$$

где  $U_0 = U_{max} t_u / T$  – постоянная составляющая.

Показания вольтметра (с учетом коэффициента амплитуды  $K_A = \sqrt{2}$  синусоидального сигнала)  $\alpha = U'_{max} / \sqrt{2} = (U_{max} - U_0) / \sqrt{2}$ ;

2) с преобразователем амплитудного значения и открытым входом вольтметр реагирует на амплитудное значение импульсного сигнала, то есть  $U_{max}$ .

Показания вольтметра  $\alpha = U_{max} / \sqrt{2}$ ;

3) с преобразователем средневыпрямленного значения (схема выпрямления двухполупериодная) и открытым входом вольтметр реагирует на средневыпрямленное значение:

$$U_{ср.в.} = U_0 = U_{max} t_u / T.$$

Показания вольтметра (с учетом коэффициента формы  $K_\phi = 1,11$  синусоидального сигнала)  $\alpha = U_0 K_\phi$ ;

4) с преобразователем среднеквадратического значения и открытым входом вольтметр реагирует на среднеквадратическое значение последовательности прямоугольных импульсов

$$U = U_{max} \sqrt{t_u / T}.$$

Показания вольтметра  $a = U$ .

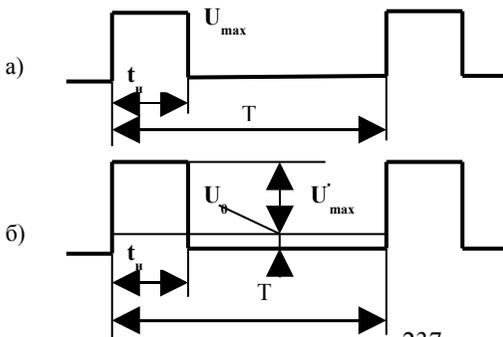


Рис. 7.6. Последовательность импульсов

При определении среднеквадратического значения сигнала в показаниях вольтметров для случаев 1–3 следует внести поправки. Для этого необходимо вернуться к показаниям, на которые реагирует преобразователь, и, учитывая схему входа и тип преобразователя, эти показания разделить на коэффициент амплитуды  $K_A$  сигнала или умножить на коэффициент формы  $K_\phi$  сигнала. Для последовательности прямоугольных импульсов  $K_A = K_\phi = \sqrt{T/t_u}$ .

Для случая 1:  $U_{max} = \alpha K_A + U_0$ , тогда среднеквадратическое значение сигнала  $U = U_{max} / K_A = U_{max} \sqrt{t_u / T}$ .

Для случая 2:  $U_{max} = \alpha K_A$ , откуда:  $U = U_{max} / K_A = U_{max} \sqrt{t_u / T}$ .

Для случая 3:  $U_0 = \alpha K_\phi$ , откуда:

$$U = U_0 K_\phi = U_{max} (t_u / T) \sqrt{T / t_u} = U_{max} \sqrt{t_u / T}.$$

### Контрольные вопросы

1. Назовите достоинства и недостатки аналоговых электронных вольтметров.
2. Как классифицируются аналоговые электронные вольтметры по характеру измеряемого напряжения?
3. Чем отличается амплитудный детектор с открытым входом от детектора с закрытым входом?
4. Изобразите простейшую структурную схему вольтметра для измерения постоянного напряжения.
5. В каких значениях синусоидального тока градуируются аналоговые электронные вольтметры?
6. Как влияет форма измеряемого напряжения на показания вольтметра?
7. Какими параметрами характеризуется переменное напряжение?

## **ГЛАВА 8**

### **ЦИФРОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ**

#### **8.1. Преобразование сигналов измерительной информации**

Измерение – информационный процесс. Информацию о значениях измеряемых физических величин называют измерительной информацией. Количество информации зависит от неопределенности, с которой можно судить о сигнале до его приема. Таким образом, информация есть устраненная неопределенность, то есть мерой информации является увеличение вероятности.

Материальный носитель информации – сигнал. Сигналом в общем смысле является физический процесс, протекающий во времени. Сигнал, функционально связанный с измеряемой физической величиной, называют сигналом измерительной информации.

Сигнал измерительной информации имеет *информативный параметр* – параметр, функционально связанный с измеряемой величиной. Параметры сигнала, не связанные функционально с измеряемой величиной, называют неинформативными параметрами. Поскольку физическая величина изменяется случайным образом, сигнал измерительной информации – случайный сигнал, информативный параметр которого изменяется случайным образом. В некоторых случаях носителем информации является квазидетерминированный сигнал, то есть сигнал, у которого известна форма, но неизвестен информативный параметр.

Сигнал измерительной информации часто сопровождается помехой – сигналом, не несущим измерительной информации. Помеха может быть случайной и квазидетерминированной.

В процессе измерения любой физической величины происходят преобразования сигнала, несущего измерительную информацию. Такие преобразования, выполняемые с установленной погрешностью, называют измерительными преобразованиями. При математическом анализе для упрощения считают, что при измерительных преобразованиях происходят «преобразования» одной величины в другую, хотя фактически преобразуются сигналы.

Измерение преследует цель получить результат измерения в виде именованного числа. Поэтому в процессе преобразований при измерении происходит образование числа, выраженного тем или иным способом. В общем случае при измерении имеют место несколько видов измерений. На первом этапе могут быть преобразования непрерывных сигналов – аналоговые преобразования. Затем осуществляется аналого-цифровое преобразование, при котором получается значение измеряемой величины в виде числа.

В последнее время в технике переходят на цифровые методы обработки информации. Это связано с тем, что цифровую информацию легче хранить (появились дешевые и удобные устройства для хранения информации, такие, как жесткие диски компьютеров или лазерные диски), а также с тем, что цифровую информацию легко передавать по современным линиям связи практически без потерь.

Могут иметь место также *преобразования* над числом. В некоторых случаях, например на заключительном этапе, может быть цифро-аналоговое преобразование сигнала, то есть получение сигнала, параметр которого пропорционален результату измерений (числу). Такой сигнал может быть использован, например, в аналоговом регистрирующем приборе.

Аналоговый сигнал – это в простейшем случае число  $x(t)$ , зависящее от времени  $t$ . Под аналоговым сигналом понимают некоторую вторичную величину, все значения которой являются непрерывной функцией значений непрерывной, (исходной) величины (рис. 8.1,а). При записи на носитель информации или воспроизведении с него сигнал неизбежно искажается различного рода шумами. Восстановить искаженный сигнал (убрать шумы) нельзя. Можно лишь используя некоторую дополнительную информацию (например, подавляя частоты, в которых сосредоточены шумы), но при этом теряем также и информацию о самом сигнале, то есть опять же вносим искажения.

При оцифровке сигнала  $x(t)$  производят две операции – дискретизацию и квантование.

Под дискретным сигналом понимают сигнал, у которого информация заложена не в размере величины, используемой для передачи этой информации, а в соответствующем ей количестве сигналов, их взаимном расположении и т.д., причем дискретный сигнал в отличие от непрерывного может иметь только определенное конечное число значений.

*Дискретизация* – физическая операция преобразования непрерывной во времени величины в дискретную, при которой сохраняются ее мгновенные значения только в определенные моменты времени (моменты дискретизации).

Шаг дискретизации – промежуток времени между двумя ближайшими моментами  $t_1$  и  $t_2$  дискретизации. Шаг дискретизации может быть постоянным (рис. 8.1,б) или переменным. При дискретизации теряется часть информации, однако каждое значение дискретной величины строго связано с определенным моментом времени. Дискретный сигнал в отличие от непрерывного может иметь только конечное число значений.

При дискретизации, конечно, часть информации о сигнале теряется. Но если сигнал  $x(t)$  за время  $\Delta t$  не сильно изменяется, числа  $x(t_i)$  и  $x(t_{i-1})$  близки друг к другу, то поведение  $x(t)$  между временами  $t_i$  и  $t_{i-1}$  нетрудно восстановить (сигнал практически линейно изменяется во времени от  $x(t_{i-1})$  до  $x(t_i)$ ). При дискретизации мы теряем частотные составляющие сигнала с частотами порядка  $f > 1/\Delta t$  и выше.

При дискретизации время из аналогового как бы становится цифровым – моменты времени  $t_i$  можно нумеровать, кодировать. Производится замена непрерывного времени  $t$  на нечто, которое может принимать не все значения, а только некоторые, а именно  $t_1, t_2, \dots, t_i$ .

*Квантование* – физическая операция преобразования непрерывной величины в квантованную заменой ее мгновенных значений бли-

жайшими фиксированными значениями, совокупность которых образована по определенному закону. Т.е. квантование сигнала – это нечто похожее на дискретизацию, только данная процедура производится не со временем, а со значением сигнала  $x$ .

Квант  $\Delta x$  (ступень квантования) – разность между двумя соседними значениями  $x_1$  и  $x_2$  (Рис.8.1.в). При квантовании теряется часть информации, но получаемое в результате квантования значение величины известно с точностью, определяемой ступенью квантования. В результате равномерного квантования мгновенные значения непрерывной величины представляются конечным числом ступеней квантования.

При дискретизации мы теряем высокие ( $f > 1/\Delta t$ ) частоты сигнала, при квантовании мы теряем маленькие (меньше  $\Delta x = x_n - x_{n-1}$ ) изменения сигнала. Кроме того, получившийся после квантования сигнал  $x_n(t_i)$  отличается от реального (но уже дискретизованного) сигнала  $x(t_i)$  на величину порядка шага квантования (или кванта)  $\Delta x$ . Это различие носит название шума квантования, и оно принципиально неустранимо.

*Цифровой сигнал* – это частный случай дискретного сигнала, когда соответствующая ему информация представлена в виде цифр. Систему правил, используемую для представления информации посредством цифр и дискретных сигналов, называют кодом. *Цифровое кодирование* – операция условного представления числового значения величины цифровым кодом, то есть последовательностью цифр (сигналов), подчиняющихся определенному закону.

В цифровых измерительных приборах происходит автоматическое преобразование непрерывной физической величины в дискретную и квантованную величину, цифровое кодирование с последующей индикацией на цифровом отсчетном устройстве или фиксацией цифropечатающим устройством.

На рис. 8.1, *а, б, в, г* представлены соответственно непрерывная величина, квантованная по времени (дискретизированная) и непрерывная по уровню величина, непрерывная по времени и квантованная по уровню величина и квантованная как по времени, так и по уровню величина (цифровая).

Операцию перехода от *а* непрерывной величины к квантованной называют квантованием по уровню. Величину  $\Delta x = x_{i+1} - x_i$  называют шагом квантования, величину  $N = \frac{x_n}{\Delta x}$  – *разрешающей способностью*;  $x_n$  – диапазон изменения входной величины.

Возникающая при квантовании погрешность лежит в пределах  $\pm \frac{\Delta x}{2}$  и носит случайный характер с равномерным симметричным распределением. Ее среднее квадратическое значение:

$$\sigma = \frac{\Delta x}{2\sqrt{3}}. \quad (8.1)$$

В процессе дискретизации (квантования по времени) возникают динамические погрешности

$$\Delta x_i = \frac{dx}{dt} \Delta t, \quad (8.2)$$

зависящие как от скорости изменения сигнала, так и от шага дискретизации.

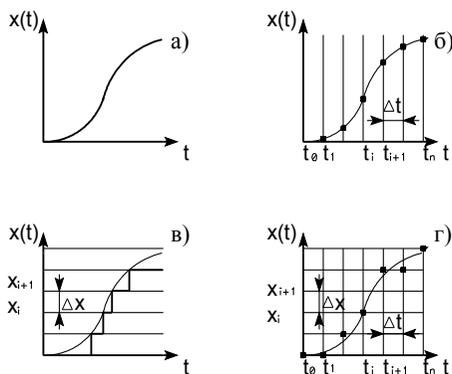


Рис. 8.1. Преобразование непрерывной физической величины

б

Таким образом, в процессе измерения в цифровом измерительном приборе осуществляется автоматическое преобразование значений непрерывной измеряемой величины  $H$  в ограниченное количество дискретных значений  $D$ . Фиксированным значениям  $D$  ставятся в соответствие числа, выражаемые тем или иным кодом  $K$ :

$$H \rightarrow D \rightarrow K.$$

Код можно представить в виде электрических сигналов, где носителем информации в нем является не значение физической величины, а временное или пространственное расположение этих сигналов.

Перевод аналогового сигнала в цифровой выполняется специальными устройствами – аналогово-цифровыми преобразователями (АЦП). Основными параметрами АЦП являются частота дискретизации  $f$  ( $f =$

$= 1/\Delta t$ ) и разрядность АЦП (количество двоичных разрядов, в которых хранится значение сигнала  $x$ , число возможных значений квантованного сигнала равно  $2^N$ , где  $N$  – число разрядов). Чем выше разрядность АЦП, тем с большей точностью можно хранить сигнал ( $\Delta x$  мало), но тем медленнее он работает (больше  $\Delta t$ ).

Устройство, производящее обратную операцию для передачи оцифрованного сигнала на какое-нибудь воспроизводящее устройство (динамик, телевизор, приводной мотор и т. д.), называется цифро-аналоговым преобразователем (ЦАП).

Цифровую информацию можно передать по линии связи практически без потерь. При передаче сигнал сначала превращается в аналоговый, пересылается, после чего опять оцифровывается. Если линия связи вносит искажения в сигнал меньше, чем шаг квантования, то после передачи и оцифровки полученный оцифрованный сигнал не будет отличаться от начального сигнала. Обычно же информация передается с помощью двоичных импульсов, то есть для восстановления сигнала необходимо лишь решать, передала 1 или 0. При передаче двоичной информации по линии связи естественно слегка смещается время прибытия импульса, но если смещение меньше расстояния между импульсами, то место импульса в общей последовательности легко восстанавливается.

## **8.2. Свойства и структурные схемы цифровых измерительных приборов**

*Основные требования*, предъявляемые техникой и технологией к современным средствам измерений, это:

- ✓ высокая точность;
- ✓ быстродействие;
- ✓ возможность автоматизации процесса измерений;
- ✓ представление результатов измерений в форме, удобной для обработки, в том числе при помощи ЭВМ;
- ✓ малые габариты и вес;
- ✓ высокая надёжность.

Статическая точность у некоторых видов электромеханических приборов класс точности 0,05, а у компенсаторов и мостов – на порядок выше. Но при реализации такой точности габариты приборов становятся большими. Это связано с тем, что глаз человека может обнаружить перемещение стрелки прибора относительно шкалы в пределах 0,2 мм, а разрешающая способность для приборов класса точности 0,05 должна быть

не менее 2000, следовательно, длина шкала должна быть не менее 400 мм.

Наличие подвижных частей не позволяет получить высокие динамические качества и надёжность.

Разрешить проблему сочетания точности и быстродействия позволили цифровые приборы. Как уже отмечалось, под цифровым понимают такой измерительный прибор, который автоматически вырабатывает дискретные сигналы измерительной информации, показания которого представлены в цифровой форме.

Цифровые измерительные приборы являются сложными устройствами, их функциональные узлы выполняются на основе элементов электронной техники (интегральных схем – дешифраторов, ЦАП, АЦП, триггеров, операционных усилителей, аналоговых ключей на диодах, биполярных и полевых транзисторах; логических ключей и др.).

Отсутствие в приборах подвижных частей позволило резко увеличить их надёжность и долговечность. Представление измерительной информации в цифровой форме дает возможность обработки ее в ЭВМ. Сравнительно легко осуществляется автоматизация процесса измерений.

По сравнению с аналоговыми цифровые приборы имеют ряд достоинств:

- объективность, удобство отсчета и регистрации результатов измерения;
- высокая точность измерения до 0,001 % при широком диапазоне измеряемых величин (от 0,1 мкВ до 1000 В);
- высокое быстродействие (до  $10^6$  преобразований в секунду) из-за отсутствия электромеханических частей;
- полная автоматизация процесса измерения (автоматический выбор предела и полярности измеряемых напряжений, коррекция погрешностей);
- возможность непосредственного сочетания с ЭВМ, цифropечатающим устройством;
- возможность дистанционной передачи результатов измерений в виде кода без потери точности.

Цифровые измерительные приборы отличаются от измерительных преобразователей тем, что выходные данные приборов должны быть представлены человеку – оператору – в удобной для него форме. Поэтому для построения цифровых измерительных приборов используются аналого-цифровые преобразователи, снабженные средствами руч-

ного управления и визуального представления результатов измерений, как это показано на рис. 8.2.

Цифровые приборы некоторых типов снабжены устройствами интерфейсного сопряжения с компьютером, которые передают в компьютер результаты измерений, а также служебную информацию о позиции, в которой находятся средства ручного управления. Чаще всего для связи приборов с компьютером применяется приборный интерфейс IEEE 488.

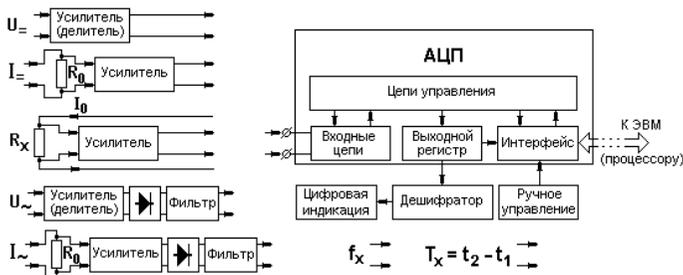


Рис. 8.2. Структурные схемы цифровых измерительных приборов

На рис. 8.2 представлены возможные варианты цифровых измерительных приборов. Самые простые варианты без подключения преобразователей на входе – это частотомеры и периодомеры, которые создаются на базе соответствующих аналого-цифровых преобразователей. Частотомеры и периодомеры обычно совмещаются в одном корпусе.

На базе аналого-цифровых преобразователей других разновидностей – поразрядного уравнивания, развертывающего преобразования, интегрирующих могут быть созданы вольтметры и амперметры постоянного и переменного тока, а также омметры. Для этого к аналого-цифровому преобразователю присоединяются входные преобразователи, показанные в левой части рис. 8.2. Обычно в одном корпусе с аналого-цифровым преобразователем помещаются несколько преобразователей, каждый из которых присоединяется к аналого-цифровому преобразователю с помощью переключателя, управляемого вручную или от компьютера. Подобные приборы называются мультиметрами. Наиболее точные мультиметры, предназначенные для измерения постоянного напряжения, силы постоянного тока и сопротивления создаются на базе интегрирующих аналого-цифровых преобразователей.

В последнее время вольтметры и амперметры переменного тока создаются без выпрямительных преобразователей. Принцип действия таких приборов заключается в выполнении измерений в два этапа.

На первом этапе выполняются очень быстрые измерения мгновенных значений входного переменного напряжения или силы тока. Частота измерений должна превышать частоту первой гармоники измеряемого сигнала в несколько десятков раз. На втором этапе по результатам этих измерений выполняются вычисления требуемых характеристик, а именно: амплитудных, действующих или средневыпрямленных значений. Результаты таких измерений не будут зависеть от формы кривой напряжения или тока, и при достаточной скорости измерений мгновенных значений время измерений не превысит одного периода измеряемого сигнала.

Цифровые измерительные приборы других физических величин создаются подсоединением на входе аналого-цифровых измерительных преобразователей этих величин в напряжение, силу тока, частоту, интервал времени или в изменение сопротивления. Естественно, что цифровой индикатор и средства ручного управления остаются. Наличие интерфейсного сопряжения с компьютером не обязательно.

Метрологические характеристики цифровых измерительных приборов те же, что и метрологические характеристики аналого-цифровых преобразователей.

На качество работы высокочувствительных электронных приборов, в том числе цифровых, существенное влияние оказывают поперечные помехи (помехи нормального вида  $U_{nm}$ ) и продольные помехи (помехи общего вида, синфазные помехи  $U_{no}$ ).

*Недостатками* цифровых приборов можно считать относительную их сложность. Но с применением интегральных схем эти недостатки существенно уменьшаются. Более простые измерительные задачи можно решать аналоговыми приборами, более сложные — с помощью цифровых приборов.

Цифровые измерительные приборы многопредельны, универсальны, предназначены для измерения напряжения постоянного и переменного токов, частоты, фазы, сопротивления резисторов, емкости конденсаторов, отношения напряжений и других электрических, а также неэлектрических величин.

### 8.3. Цифровое кодирование

Для численного представления непрерывных сигналов могут использоваться различные *системы кодирования*: двоичная, двоично-десятичная, десятичная и др. Выбор системы кодирования определяется ее экономичностью, удобством считывания результата преобразования оператором, необходимостью согласования с измерительно-вычислительной системой, системой автоматического контроля и т. д. Выходной код может выдаваться последовательно или параллельно.

*Цифровой код* представляет собой последовательность цифр, подчиняющихся определенному закону, с помощью которого условно отображают численное значение измеряемой величины. В основе используемых операций удобным является десятичная система, поэтому результаты цифровых кодов лежат различные системы счисления. С точки зрения выполнения арифметических и логических измерений во всех измерительных приборах результаты выражаются в десятичной системе. В цифровых приборах в основном применяют устройства с двумя устойчивыми состояниями (триггер, реле), позволяющие осуществлять кодирование в *двоичной системе счисления*.

Промышленностью выпускаются АЦП допускающие возможность реализации различных цифровых двоичных кодов. В измерительной технике используются, в основном, следующие из них: прямой код, смещенный, дополнительный, обратный код.

Любая система счисления основана на представлении любого числа в виде суммы:

$$N = \sum_{i=0}^n k_i P^i, \quad (8.3)$$

где  $n$  – число разрядов;  $k$  – коэффициент;  $P$  – основание системы счисления, равное целому числу используемых в системе знаков.

Наибольшее значение коэффициента  $k$  равно  $P-1$  (поскольку знак «0» используется всегда).

Прямой код описывается уравнением (8.3) и предусматривает введение знака. Это либо старший разряд, либо отдельный вход. Знаку (+) соответствует логическая 1, а знаку (-) – логический 0.

Смещенный код образуется прибавлением к числу постоянной величины  $2^n$ . Тогда:

$$N = -2^n + \sum_{i=0}^n k_i p^i. \quad (8.4)$$

Достоинство этого кода состоит в его легкой реализации на однополярных АЦП и ЦАП.

Дополнительный код образуется вычитанием в двоичной форме преобразуемого целого числа  $C_j$  из постоянной величины  $2^{n-1}$ . Тогда после преобразования получим:

$$C_j = a_{1j}(2^{-1} + \sum_{i=2}^n a_{ij}2^{-i}), \quad (8.5)$$

где:  $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } C_j < 0 \\ 0 & \text{при } C_j \geq 0 \end{cases}$ .

Обратный код образуется вычитанием в двоичной форме преобразуемого числа  $C_j$  из постоянной величины  $(2^{n+1}-1)$ . Тогда после преобразования имеем:

$$C_j = a_{1j}[-(2^{-1} - 2^{-n})] + \sum_{i=2}^n a_{ij}2^{-i}. \quad (8.6)$$

Например, число 53 в двоичной системе счисления можно записать так:

$$N = \sum_{i=0}^{i=n} k_i 2^i = 53 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0.$$

Для упрощения записи указывают только значения коэффициентов  $k$  (0 или 1), располагая по убыванию номера разряда (слева направо) – 110101. Код числа в двоичной системе счисления можно воспроизвести с помощью электрических импульсов (сигналов). Предварительно необходимо условиться, что символу «1» соответствует наличие импульса (высокий уровень сигнала), символу «0» – отсутствие импульса (низкий уровень сигнала).

Такой сигнал называется логическим, а аппаратно реализуется на элементах, имеющих два устойчивых состояния (включено – выключено; открыт – закрыт). Каждый импульс кода в зависимости от места (во времени) имеет определенное значение – «вес».

В десятичной системе счисления число 53 должно быть записано следующим образом:

$$N = \sum_{i=0}^{i=n} k_i 10^i = 53 = 5 \times 10^1 + 3 \times 10^0, \quad (8.7)$$

где  $k = 0, 1, 2, \dots, 9$ .

Представление числа 53 в двоичном коде потребует 12 элементов (6 – для символа «1» и 6 – для символа «0»), представление числа в десятичном коде – 20 элементов. Таким образом, двоичный код более экономичный, чем десятичный, но управлять устройством, отображающим информацию о результатах измерений в десятичной системе счисления, более удобно.

Двоично-десятичная система по сложности и экономичности занимает промежуточное положение между двумя рассмотренными выше системами. Ниже представлены десятичные цифры 0–9 с «весами» 8-4-2-1 двоичного кода:

Десятичные цифры	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Код 8-4-2-1	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001

Число 53 в двоично-десятичной системе при «весах» элементов двоичного кода 8-4-2-1 в каждом десятичном разряде:

$$N = \sum_{i=0}^3 k_i \times 2^i \sum_{j=0}^m 10^j = (0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0)10^1 + (0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0) = 53,$$

где  $j$  – номер десятичного разряда.

Измерительную информацию в цифровых приборах можно представить в десятичном коде для визуального отсчета и вывести в двоичном коде на цифрпечатающее устройство для регистрации или ввести в ЭВМ для обработки.

#### 8.4. Цифро-аналоговые преобразователи

Примером простейшего цифро-аналогового преобразователя (ЦАП) десятичного кода в аналоговую величину может служить шести-декадный магазин сопротивлений с ручным управлением. Цена единицы младшей декады 0,1 Ом. Выходной величиной этого ЦАП является сопротивление постоянному току, которое соответствует десятичному числу:

$$N = (a_0 10^0 + a_1 10^{-1} + a_2 10^{-2} + a_3 10^{-3} + a_4 10^{-4} + a_5 10^{-5}) 10^4,$$

где коэффициенты  $a_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, 9$  принимают значения от 0 до 9 и устанавливаются вручную путем переключения декад магазина. Диапазон изменения выходной величины (сопротивления)  $0 \div 99999,9$  Ом.

Современные ЦАП с управлением от ЭВМ (процессора) преобразуют в аналоговую величину (напряжение, силу тока, сопротивление, емкость и т.д.) двоичные числа. Упрощенная схема подобного преобразователя представлена на рис. 8.3. Напряжение на выходе этого ЦАП равно:

$$U_{\text{вых}} = 2I_0 R (a_0 2^0 + a_1 2^{-1} + a_2 2^{-2} + \dots + a_m 2^{-m}) B,$$

где  $a_i, i = 0, 1, 2, \dots, m$  – коэффициенты, принимающие значения 0 и 1.

Эти коэффициенты реализуются включением и выключением ключей под управлением компьютера в соответствии с программой-драйвером.

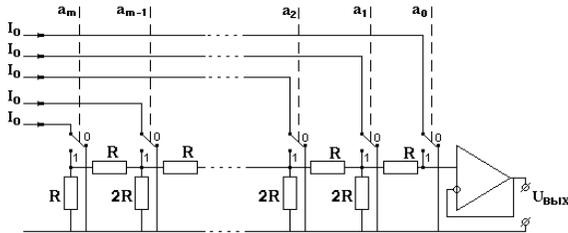


Рис. 8.3. Принцип действия цифро-аналогового преобразователя

Для связи с компьютером применяется один из стандартных интерфейсов. Любой из интерфейсов представляет собой совокупность:

- правил обмена информацией (протокол обмена),
- стандартов на параметры информационных и служебных сигналов,
- стандартов на конструкции соединительных устройств.

Конструктивно ЦАП может быть оформлен в виде одной микросхемы, которая в минимальном составе может содержать только цепочку сопротивлений, ключи и усилитель. Однако такой состав не дает возможности нормировать метрологические характеристики, а потому подобные микросхемы не могут выполнять функции средства измерений. Поэтому ЦАП, который может считаться средством измерений, должен содержать в своем составе, помимо показанного на рис. 8.3, как минимум, следующие обязательные компоненты: источник стабильного рабочего тока  $I_0$  и стабилизатор напряжения питания. Помимо этого в каждом ЦАП, предназначенном для совместной работы с компьютером (процессором), должно быть предусмотрено устройство интерфейсного сопряжения с компьютером и устройство гальванической развязки по цифровому входу/выходу, как это схематически показано на рис. 8.4.



Рис. 8.4. Цифроаналоговый преобразователь, сопрягаемый с компьютером

Источниками погрешности ЦАП являются: неточность изготовления сопротивлений, нестабильность рабочего тока и нестабильность питания. Кроме того, при переключениях ключей возникают переходные процессы. Поэтому требуется задержка на время затухания этих процессов между моментом подачи входного кода и моментом считывания значения выходного сигнала.

*Метрологические характеристики ЦАП:*

- ✓ количество разрядов;
- ✓ диапазон изменения выходного сигнала;
- ✓ характеристики основной погрешности;
- ✓ характеристики дополнительных погрешностей;
- ✓ цена единицы младшего разряда входного кода;
- ✓ время установления выходного сигнала при смене входного кода;
- ✓ выходное сопротивление.

Кроме перечисленных, могут дополнительно нормироваться следующие характеристики:

- интегральная нелинейность – максимальное отклонение значений функции преобразования ЦАП от номинальной линейной функции, нормируется в процентах от верхнего значения выходного сигнала;
- дифференциальная нелинейность – погрешность единицы младшего разряда входного кода, нормируется в процентах от верхнего значения выходного сигнала.

В редких случаях для контроля работы ЦАП может быть предусмотрена индикация входных кодов. Для этой цели служат дешифратор и индикатор.

*Применение ЦАП:*

- ✓ при построении аналого-цифровых преобразователей;

- ✓ при построении калибраторов постоянного и переменного тока и напряжения, сопротивления, силы тока, емкости, индуктивности и др.;
- ✓ при построении систем регулирования и моделирования;
- ✓ в технике воспроизведения цифровой записи звука и видеоизображения;
- ✓ иногда – в качестве умножающего устройства для переменного значения значения силы тока  $I_0$  на входной код.

### **8.5. Технические характеристики аналого-цифровых преобразователей**

АЦП, как правило, устанавливается на входе прибора и преобразует аналоговый входной сигнал в цифровой код. По мере изменения сигнала изменяется и цифровой код на выходе АЦП. Темп обновления кода определяется интервалом дискретизации  $\Delta t$ . Чем меньше интервал дискретизации, тем больше цифровых слов будет соответствовать данному входному аналоговому сигналу и тем больше нужно будет ячеек памяти для хранения этой информации.

При отсутствии необходимости в визуальном контроле результатов измерения АЦП применяют как самостоятельное устройство, обеспечивающее на выходе представление результатов измерения в коде, удобном для регистрации или ввода в ЭВМ. Применение практически безынерционных элементов сравнения, как правило, электронных компараторов, позволяет очень быстро (наносекунды) определить момент равенства неизвестной и сформированной величин, что приводит к большому разнообразию алгоритмов формирования уравнивающей величины. Наибольшее распространение на практике нашли три классических метода преобразования: последовательного счета, поразрядного уравнивания, считывания.

В любом АЦП можно выделить цифровую и аналоговую части. В цифровой части производится кодирование, сравнение, сдвиг, счет и сложение цифровой информации, прием и обработка команд на выполнение других логических функций. В аналоговой части осуществляются операции сравнения, усиления, выборки и хранения, коммутации аналогового сигнала, а также операции по его сложению и вычитанию, делению и умножению, интегрированию и выделению в промежуточную величину. Элементы, используемые при построении преобразователей, разделяются на цифровые (логические схемы, регистры сдвига, счетчики, компараторы напряжения, ключи и коммутаторы) и аналоговые.

Электрические и эксплуатационные характеристики АЦП во многом зависят от характеристик этих элементов.

АЦП характеризуются точностью (погрешностью) преобразования, временем преобразования (быстродействием), пределами изменения входной величины, чувствительностью (разрешающей способностью), формой представления входных и выходных величин, помехоустойчивостью.

По природе возникновения погрешность можно разделить на методическую и инструментальную. В АЦП методическая погрешность является следствием квантования непрерывной величины по уровню и дискретизации во времени. Замена аналоговой величины цифровым кодом всегда выполняется с погрешностью квантования, определяемой методом преобразования, и числом разрядов в выходном коде. Неустраняемая составляющая погрешности, не зависящая от величины  $x$ , называется аддитивной составляющей погрешности, для снижения которой нужно уменьшать ступени квантования или шаг дискретизации.

В некоторых типах АЦП для увеличения быстродействия при сохранении той же средней точности используется переменная величина кванта. В первых тактах преобразования эта величина имеет большое значение, а затем происходит его уменьшение.

При проектировании АЦП стремятся свести общую погрешность измерения к одной лишь методической погрешности квантования. Однако реальные АЦП вследствие неидеальности используемых элементов обладают соответствующей инструментальной погрешностью. Она определяется суммарным влиянием погрешностей и нестабильностью параметров отдельных узлов и элементов, входящих в АЦП (отклонение значений ЭДС, сопротивлений от номиналов, изменение порога чувствительности и т. п.), влиянием шумов и помех, как в цепи входного сигнала, так и в узлах АЦП, технологическими отклонениями в узлах АЦП, образовавшимися при изготовлении и эксплуатации АЦП с изменением внешних условий. Общая статическая погрешность АЦП равна сумме методической и инструментальной составляющих.

Для того чтобы погрешность не выходила за пределы цены деления  $\pm m$  младшего разряда, необходимо соблюдать условие  $\Delta_{инстр.} \leq 0,5m$ .

Относительная погрешность ЦИП может быть представлена выражением:

$$\delta = \pm \left( \frac{a + bx}{x} \right) = \pm \left[ c + d \left( \left| \frac{X_K}{x} \right| - 1 \right) \right],$$

где  $c=b+a/X_k$ ;  $d=a/X_k$  – коэффициенты, характеризующие класс точности прибора в конце и начале диапазона;  $X_k$  – конечное значение диапазона.

Время преобразования – это время, затрачиваемое на выполнение одного преобразования аналоговой величины в цифровой код. Оно определяется структурой преобразования, инерционностью входящих в него элементов и видом кодирования. Время преобразования всегда должно быть меньше, чем минимально допустимый временной интервал между двумя последовательными циклами преобразования.

Любой преобразователь характеризуется возможным диапазоном преобразований входной величины ( $x_{max} - x_{min}$ ), который полностью определяется числом разрядов и «весом» наименьшего разряда.

Порог чувствительности (разрешающая способность) – это наименьшее различимое преобразователем изменение входной величины.

Наиболее распространенные формы входных величин АЦП – напряжение, ток или временной интервал.

Помехоустойчивость – это способность прибора снижать величины, которые действуют вместе с измеряемыми величинами и искажают результат измерения. Количественно помехоустойчивость характеризуется коэффициентом подавления помех. Помеха может иметь постоянную и переменную составляющие. Постоянная составляющая может быть образована термоЭДС, а переменная составляющая вызывается электромагнитными наводками промышленной сети. Коэффициент подавления помехи  $K$  (дБ) рассчитывают по формуле:

$$K=20\lg[E_{n\ max}/U_0],$$

где  $E_{n\ max}$  – амплитудное значение помехи на входе прибора;  $U_0$  – эквивалентное входное постоянное напряжение, вызывающее такое же изменение показаний прибора, что и  $E_{n\ max}$ .

## **8.6. Метрологические характеристики аналого-цифровых преобразователей**

Принцип действия любого цифрового прибора определяет, прежде всего, аналого-цифровой преобразователь (АЦП). Процесс аналого-цифрового преобразования состоит из многократного сравнения входного непрерывного сигнала с набором сигналов, воспроизводимых мерами или сформированных с помощью мер. Поскольку АЦП в цифровом приборе служит измерительным преобразователем, то его главные характеристики – метрологические.

В соответствии с ГОСТ 8.009 *метрологическими характеристиками АЦП являются статические и динамические.*

Под *статическими* понимают характеристики, определяемые статическими погрешностями. К ним относятся:

1. Погрешность квантования – методическая погрешность, представляющая собой погрешность округления, которая появляется вследствие замены мгновенного значения преобразуемого аналогового сигнала ближайшим разрешенным уровнем. Эта погрешность, называемая шумом квантования, определяется размером шага квантования, то есть числом разрядов АЦП.

2. Погрешность, обусловленная разрешающей способностью – минимальной разностью двух значений преобразуемого напряжения, которую способен различать АЦП.

3. Погрешность смещения нуля – погрешность, характеризующая параллельный сдвиг характеристики квантования реального АЦП относительно характеристики идеального АЦП.

4. Погрешность коэффициента передачи – отличие угла наклона (крутизны) реальной амплитудной характеристики АЦП от угла наклона (крутизны) идеальной характеристики.

5. Погрешность нелинейности – погрешность, обусловленная отличием амплитудной характеристики от идеальной прямой.

6. Временная нестабильность, характеризующая выход статической погрешности за допустимые пределы во времени.

7. Температурная погрешность – дополнительная составляющая статической погрешности, проявляющаяся при изменении окружающей температуры.

К *динамическим* характеристикам, связанным с динамическими погрешностями, относятся:

1. Частота дискретизации – частота дискретных выборок, то есть число выборок (запусков АЦП) в секунду. Определяет требования к быстродействию АЦП.

2. Время преобразования – интервал времени между моментом начала преобразования (моментом запуска, подачи импульса – выборки) и моментом появления на выходе АЦП сигнала о конце преобразования, т.е. продолжительность формирования устойчивого слова (кодовой комбинации), соответствующего преобразуемому значению напряжения.

3. Время выборки – интервал времени, в течение которого формируется одно выбранное значение. Этот параметр играет самостоятельную роль, когда применяется схема выборки и запоминания. Если

такая схема отсутствует, то время выборки равно времени преобразования.

4. Апертурное время – интервал времени, в течение которого сохраняется неопределенность между результатом преобразования значения выборки и моментом времени, к которому эта выборка относится.

Важной характеристикой является динамический диапазон изменения преобразуемого напряжения сигнала. Эта характеристика определяет требуемое число разрядов АЦП.

Наиболее распространена классификация АЦП, признаком которой служит характер процедуры приближения цифрового кода, получаемого в результате дискретизации времени и квантования уровня, к преобразуемому значению аналогового сигнала. Это процедура может быть последовательной, параллельной или последовательно-параллельной. Соответственно АЦП делят на последовательные, параллельные и последовательно-параллельные.

Выбирая АЦП, прежде всего, стремятся выполнить требование по допускаяемой погрешности квантования. При равномерном квантовании максимальное значение абсолютной погрешности составляет  $\pm h/2$ , а ее среднеквадратическое значение  $\sigma_q \approx h/\sqrt{12}$ , где  $h$  – шаг квантования.

Для идеального АЦП под динамическим диапазоном понимают отношение  $d_u = L/\sigma_q$  ( $L$  – размах преобразуемого напряжения, причем у детерминированного сигнала  $L = 2U_m$ , а по отношению к случайному гауссовскому сигналу  $x(t)$  с нулевым средним и среднеквадратическим значением  $\sigma_x$  обычно принимают  $L = 6\sigma_x$ ). В реальной системе, помимо шума квантования, могут иметь место внутренние шумы  $n_i$  и шумы внешних источников  $n_e$ , характеризующиеся соответственно среднеквадратическими отклонениями  $\sigma_i$  и  $\sigma_e$ , и увеличивающие погрешность преобразования. Она зависит от суммарной дисперсии  $\sigma_q^2 + \sigma_i^2 + \sigma_e^2 = \sigma_q^2(1 + b^2)$ , где  $b^2 = (\sigma_i^2 + \sigma_e^2)/\sigma_q^2$ .

Если число двоичных разрядов АЦП составляет  $m$ , то реальный динамический диапазон  $d_p = (2^m - 1)\sqrt{12/(1 + b^2)}$ . Его обычно выражают в децибелах:  $D_p = 20\lg d_p$ . При данных значениях  $D_p$  и  $b$  требуемое число двоичных разрядов АЦП можно найти по формуле:

$$m = 3,321\lg[10^{0,05D_p} \sqrt{(1 + b^2)/12} + 1] \quad (\text{с округлением до целого}).$$

Преобразование аналоговой величины в цифровой код является метрологической процедурой и выполняется путем сравнения измеряемой величины с набором дискретных эталонных величин, имеющих одинаковую природу с преобразуемой. В схеме происходит замена ана-

логовой величины на большую дискретную. Существует несколько алгоритмов преобразования и схем, их реализующих.

### 8.7. Аналого-цифровой преобразователь поразрядного уравнивания

При методе поразрядного уравнивания входная величина сравнивается с другой однородной величиной, получаемой в результате суммирования различных по величине приращений. Сумма приращений компенсирующей величины (с погрешностью до наименьшего приращения) принимается за числовое значение измеряемой величины. Обычно набор приращений соответствует выбранному цифровому коду.

Принцип поразрядного уравнивания используется главным образом в цифровых приборах для измерения электрических величин, таких, как напряжение, ток, сопротивление, и величин, преобразуемых в электрические.

АЦП поразрядного уравнивания, принцип действия которого поясняет рис. 8.5, является довольно популярным.

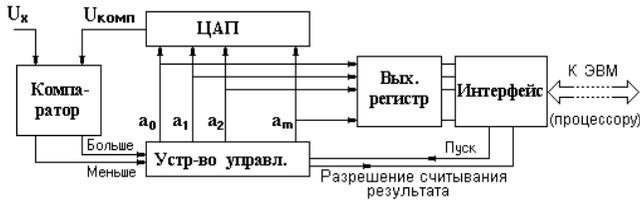


Рис. 8.5. Принцип действия АЦП поразрядного уравнивания

При запуске АЦП компаратор начинает сравнивать входное (преобразуемое) напряжение с напряжением, поступающим с выхода ЦАП, которое в начальный момент равно 0. Компаратор вырабатывает сигнал «больше», по которому устройство управления устанавливает значение коэффициента  $a_0 = 1$ , тем самым устанавливая старший разряд ЦАП в единицу. После этого компаратор вновь сравнивает входное напряжение  $U_x$  с напряжением, поступающим с выхода ЦАП. Если входное напряжение вновь оказывается больше напряжения с ЦАП, то компаратор вновь вырабатывает сигнал «больше», и устройство управления устанавливает коэффициент  $a_1 = 1$ , тем самым включается следующий разряд ЦАП. В противном случае, если измеряемое напряжение

оказывается меньше, чем напряжение ЦАП, то устройство управления устанавливает  $a_0 = 0, a_1 = 1$ . Такие операции повторяются до тех пор, пока не будут опрошены все разряды ЦАП. По окончании процедуры во всех линиях, идущих от устройства управления к ЦАП, формируются коэффициенты  $a_0, a_1, \dots, a_m$  в виде наличия или отсутствия напряжения в каждой из них. Полученные коэффициенты, то есть двоичный код переписывается в выходной регистр и далее, в соответствии с протоколом обмена – в компьютер (процессор).

Основная погрешность таких АЦП определяется:

- конечной чувствительностью компаратора, погрешностями изготовления сопротивлений в ЦАП и ограниченным количеством разрядов – аддитивная составляющая погрешности,
- погрешностью рабочего тока ЦАП – мультипликативная составляющая погрешности.

Поэтому в общем случае основная погрешность АЦП поразрядного уравнивания нормируется предельно допускаемой относительной погрешностью, которая выражается двучленной формулой.

Динамической характеристикой АЦП поразрядного уравнивания является длительность цикла преобразования или обратная величина – частота преобразования. Погрешность датирования отсчетов или апертурное время таких АЦП не превышает длительности цикла преобразования.

В настоящее время АЦП поразрядного уравнивания обладают следующими предельно достижимыми характеристиками: максимальная частота измерений от 50 Гц (при 24 двоичных разрядах) до 400 МГц (при 8 двоичных разрядах).

При методе поразрядного уравнивания входная величина сравнивается с другой однородной величиной, получаемой в результате суммирования различных по величине приращений. Сумма приращений компенсирующей величины (с погрешностью до наименьшего приращения) принимается за числовое значение измеряемой величины. Обычно набор приращений соответствует выбранному цифровому коду.

### **8.8. Аналого-цифровой преобразователь развертывающего преобразования**

АЦП развертывающего преобразования представляет собой, по сути дела, два последовательно включенных преобразователя: один преобразует напряжение в интервал времени, второй – интервал времени в код.

Принцип действия АЦП поясняется на рис. 8.6.

На вход компаратора подаются: входное напряжение  $U_x$ , подлежащее преобразованию, и периодическое линейно нарастающее напряжение:

$$u(t) = U_{max}(t - t_1 + kt_{nep}), t_1 \leq t \leq t_{max}, \quad (8.8)$$

где  $t_{max}$  удовлетворяет условию  $u(t_{max}) = U_{max}$ ,  $t_{nep}$  – период.

Компаратор вырабатывает импульсы: импульс  $I_1$  – в момент  $t_1$  начала линейного напряжения, и импульс  $I_2$  – в момент  $t_2$ , когда напряжение  $u(t)$  сравнивается с напряжением  $U_x$ . Таким образом, выполняется первая ступень преобразования, а именно, преобразование  $U_x$  в интервал времени  $T = t_2 - t_1$ .

Точно на это время открывается ключ и пропускает сквозь себя импульсы стабилизированной частоты  $f_0$  от генератора этой частоты в счетчик. В счетчике формируется код (двоичный или десятичный – в зависимости от устройства счетчика), который поступает в выходной регистр и далее через устройства интерфейса в компьютер. Поскольку длительность интервала времени прямо пропорциональна входному напряжению, количество этих импульсов равно:

$$N = T \cdot f_0 = K \cdot f_0 \cdot U_x. \quad (8.9)$$

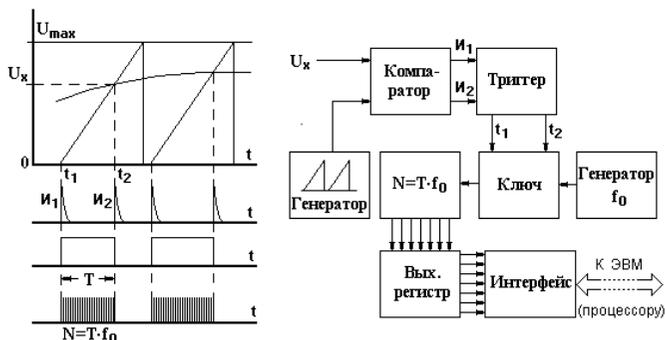


Рис. 8.6. Принцип действия аналого-цифрового преобразователя разветвляющего преобразования

Основная погрешность подобных АЦП определяется качеством линейно нарастающего напряжения, в частности погрешностью воспроизведения коэффициента его наклона  $K$ , а также конечной чувствительностью компаратора, его шумами. В силу высокой точности вос-

произведения частоты мультипликативная погрешность, вызванная нестабильностью частоты  $f_0$ , обычно пренебрежимо мала. Погрешность коэффициента наклона  $K$  также вызывает мультипликативную погрешность, остальные источники порождают аддитивную составляющую погрешности, и основная относительная погрешность АЦП развертывающего преобразования нормируется двучленной формулой.

Длительность цикла преобразования АЦП развертывающего преобразования равна периоду пилообразного напряжения, а частота преобразования – частоте этого напряжения. Погрешность датирования отсчетов таких АЦП не превышает длительности цикла преобразования.

### **8.9. Аналого-цифровой преобразователь последовательного счета**

При методе последовательного счёта входная непрерывная величина уравнивается суммой одинаковых и минимальных приращений – квантов, находящихся в известном соотношении с воспроизводимой мерой.

Результат преобразования характеризуется числом квантов, используемых при преобразовании. Число квантов представляется в виде последовательного единичного кода и с помощью счетчика преобразуется в позиционный код. Цифровые приборы, основанные на таком методе, применяются преимущественно для измерения интервалов времени, точнее временных интервалов действия активных физических величин, частоты и других физических величин с промежуточным преобразованием их в интервал времени (или частоту). На рис. 8.7 показана схема такого устройства. Измеряемый интервал времени  $T_x$  ограничивается моментами появления двух электрических импульсов – «начало» и «конец». По этим импульсам формирователь ФС вырабатывает строб-импульс длительностью  $T_x$ , который поступает на один из входов схемы совпадений (И). На другой её вход подаются импульсы с частотой  $f_0$ , вырабатываемые генератором опорных импульсов. Число импульсов, которое будет подсчитано счетчиком (Сч) и зафиксировано отсчётным устройством (ОУ), будет равно:

$$N = \frac{T_0}{T_x} = T_0 \cdot f_x. \quad (8.10)$$

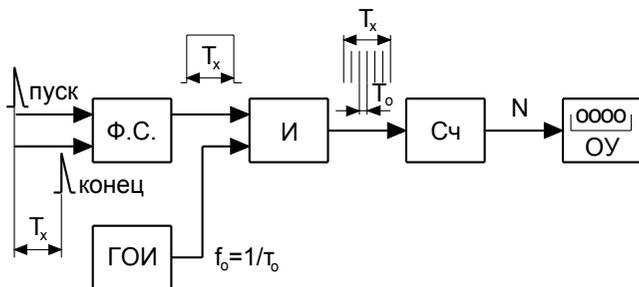


Рис. 8.7. Структурная схема цифрового прибора

Из (8.10) видно, что погрешность измерения  $T_x$  определяется погрешностью формирования опорной частоты  $f_0$ . Применение в генераторах опорной частоты кварцевых резонаторов позволяет получить очень высокую стабильность частоты  $f_0$ . Практически достижимые значения нестабильности частоты кварцевого резонатора  $\frac{\Delta f}{f_0}$  лежат в пределах  $10^{-6}$ – $10^{-10}$ , следовательно, измерение временных интервалов возможно с такой же погрешностью.

Такие устройства очень широко применяются для измерения расстояний до объектов и высоты полета летательных аппаратов радиотехническими методами, при измерениях расхода топлива ультразвуковыми методами, при измерении напряжений, токов, сопротивлений и других физических величин, преобразуемых во временные интервалы.

Если вместо  $T_x$  (на рис. 8.7) сформировать образцовый временной интервал  $T_0$ , а на второй вход схемы совпадений подать сигнал измеряемой частоты, то уравнение (8.10) можно записать как:

$$N = \frac{T_0}{T_x} = T_0 \cdot f_x, \quad (8.11)$$

из которого видно, что можно измерять частоту  $f_x$  с погрешностью, определяемой погрешностью формирования интервала  $T_0$ . Формирование  $T_0$  можно осуществить при помощи кварцевых резонаторов и делителей частоты с очень малой погрешностью. Применив дополнительные преобразователи различных физических величин в частоту следования электрических импульсов, можно измерять скорость полета самолета, высоту полета, скорости вращения валов двигателя, напряжения, токи, сопротивления и многие другие.

## 8.10. Аналого-цифровой преобразователь «частота-код»

Аналого-цифровой преобразователь подобного вида представляют собой основу для построения цифровых частотомеров, а также самостоятельных АЦП, предназначенных для ввода частоты или сигналов, модулированных по частоте, в компьютер. Принцип действия этого АЦП основан на определении частоты, как количества импульсов (или количества периодов периодического сигнала) в единицу времени, и поясняется на рис. 8.8.

Из входного периодического сигнала (например, синусоиды, как показано на рис. 8.8) формирователь образует последовательность импульсов, частота которых равна частоте входного сигнала. Ключ открывается на определенное время, которое задается генератором стабильной частоты  $f_0$  и делителем частоты. Делитель частоты выполнен переключаемым с тем, чтобы иметь возможность изменять время измерений  $T_u$  в зависимости от измеряемой частоты и желаемой точности результата.

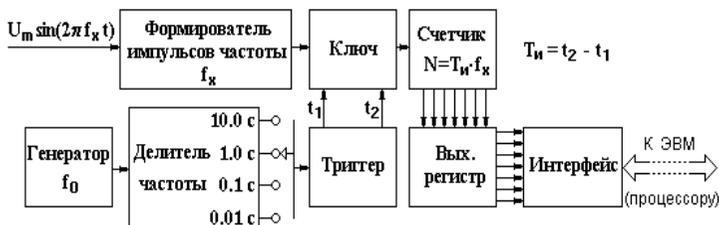


Рис. 8.8. Принцип действия преобразователя «частота-код»

Счетчик накапливает прошедшие сквозь ключ импульсы в количестве  $N = T_u \times f_x$  и тем самым формирует код, двоичный или десятичный – в зависимости от его устройства. Двоичный код передается затем в выходной регистр и далее через устройства интерфейса, снабженные гальванической развязкой, в компьютер.

Поскольку в данном АЦП измерение выполняется посредством счета импульсов, неизбежна абсолютная погрешность измерения, равная одному импульсу. Относительное значение этой погрешности равно отношению периода измеряемой частоты  $T_x = 1/f_x$  к времени измерения  $T_u$ , то есть  $1/(T_u \times f_x)$ .

Если при этом во время измерения  $T_u$  измеряемая частота изменялась, то результатом измерения будет среднее значение частоты за это время.

В конечном итоге погрешность подобного АЦП вызывается следующими причинами:

- нестабильностью частоты генератора  $f_0$ , задающего время измерений,
- соотношением между измеряемой частотой  $f_x$  и временем измерения  $T_u$ .

Для таких АЦП нормируется основная относительная погрешность пределом допускаемых значений:

$$\gamma \leq \left( \gamma_{f_0} + \frac{1}{f_x T_u} \right) 100\%, \quad (8.12.)$$

где  $\gamma_{f_0}$  – относительная погрешность (нестабильность) частоты  $f_0$ .

Динамической характеристикой АЦП «частота-код» является время измерения. Погрешность датирования отсчетов подобных АЦП не превышает времени измерения.

### 8.11. Аналого-цифровой преобразователь «интервал времени–код»

Аналого-цифровой преобразователь данного типа применяются для преобразования в код интервала времени между двумя импульсами или длительности импульсов. В том числе подобные АЦП могут использоваться для преобразования в код периода периодического сигнала с дальнейшим вычислением частоты этого сигнала, как величины, обратной периоду. Такое преобразование занимает гораздо меньше времени, чем преобразование частоты в код. Принцип действия подобного АЦП показан на рис. 8.9.

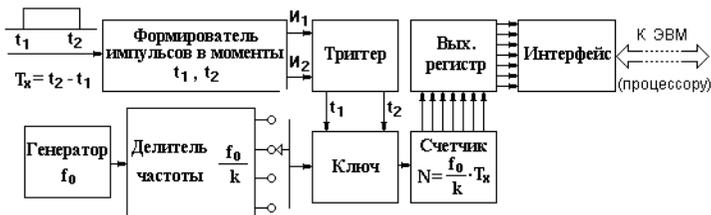


Рис. 8.9. Структурная схема аналого-цифрового преобразователя

«интервал времени – цифровой код»

В моменты  $t_1, t_2$  начала и окончания интервала времени, подлежащего измерению, формирователь вырабатывает импульсы, которые поступают на вход триггера, открывающего ключ на время  $T_x = t_2 - t_1$ . За это время ключ пропускает на счетчик  $N = \frac{f_0}{k} T_x$  импульсов от делителя стабильной частоты, и в этом счетчике формируется код, который затем передается в выходной регистр и далее через интерфейсное сопряжение и гальваническую развязку – в компьютер.

Абсолютная погрешность счета импульсов частоты, заполняющей измеряемый интервал, равна одному импульсу. Относительная погрешность равна отношению периода частоты  $T_0 = \frac{k}{f_0}$  интервалу времени  $T_x$ , то есть  $\frac{k}{f_0 T_x}$ . Поэтому для таких АЦП нормируется основная относительная погрешность:

$$\gamma \leq \left( \gamma_{f_0} + \frac{k}{f_0 T_x} \right) 100\% . \quad (8.13)$$

Длительность цикла преобразования такого АЦП равна длительности измеряемого интервала времени, и погрешность датирования отсчетов ее не превышает. В этом отношении применение подобных АЦП для измерения частоты путем измерения периода предпочтительнее, чем применение АЦП «частота – код».

## 8.12. Интегрирующий аналого-цифровой преобразователь

Интегрирующие АЦП предназначены для преобразования в код медленно меняющегося напряжения с подавлением помех от сети питания. С этой целью первым действием таких АЦП является интегрирование входного напряжения в течение целого количества периодов помехи. В это время на вход интегратора подается измеряемое напряжение (рис. 8.10). Если запуск АЦП состоялся в момент времени  $t_1$ , то момент окончания интегрирования есть  $t_2 = t_1 + n \cdot T$ , где  $T$  – период напряжения помехи.

Поскольку частота напряжения сети незначительно колеблется относительно 50 Гц, и АЦП питаются от сети, моменты начала и конца интегрирования синхронизируются от сети, и поэтому время интегрирования в точности равно целому числу периодов напряжения сети:

$$T_{\text{инт}} = t_2 - t_1 = n \cdot T . \quad (8.14)$$



Рис. 8.10. Структурная схема интегрирующего аналого-цифрового преобразователя

В момент окончания интегрирования  $t_2$  входные цепи интегратора переключаются так, чтобы на его вход вместо измеряемого напряжения  $U_x$  поступило стабилизированное напряжение  $U_0$  с противоположным знаком (что условно показано на рис. 8.10). Начиная с этого момента, из напряжения, полученного в результате интегрирования, начинает вычитаться линейное напряжение, которое является продуктом интегрирования постоянного стабилизированного напряжения  $U_0$ . Компаратор фиксирует момент времени конца интегрирования входного напряжения  $t_2$  и момент времени  $t_3$ , когда суммарное напряжение оказывается равным нулю. В результате интервал времени  $t_3 - t_2$  оказывается прямо пропорциональным интегралу от входного напряжения, вычисленному за предыдущий интервал времени. Если за это время напряжение  $U_x$ , свободное от помехи, не изменялось, то этот интеграл в свою очередь прямо пропорционален измеряемому напряжению и равен  $n \cdot T \cdot U_x$ . Поэтому интервал времени  $t_3 - t_2$  прямо пропорционален напряжению  $U_x$ , и в конечном итоге для завершения преобразования остается лишь перевести этот интервал времени в код, предусмотрев умножение на коэффициент пропорциональности. Это делается за счет подбора частоты  $f_0$ , которой заполняется интервал времени  $t_3 - t_2$ .

По окончании описанных процедур устройство управления формирует сигнал, разрешающий чтение результата из выходного регистра АЦП.

Из принципа действия интегрирующего АЦП следует, что минимальное время преобразования не может быть меньше 40 мс. Предельно достижимая погрешность подобных АЦП достигает 0,001 % и меньше.

Основная погрешность таких АЦП нормируется пределом допускаемой относительной погрешности, выраженным двучленной формулой.

Основная область применения интегрирующих АЦП – создание на их основе цифровых измерительных приборов повышенной точности.

### 8.13. Особенности построения цифровых вольтметров

Среди цифровых измерительных приборов особое место занимают цифровые вольтметры (ЦВ) постоянного тока. В отличие от аналоговых приборов они содержат аналого-цифровой преобразователь (АЦП), в котором выполняются операции квантования по уровню и кодирование, а также устройство цифрового отсчета. Цифровые вольтметры классифицируют по способу преобразования непрерывной величины в дискретную; структурной схеме АЦП; способу уравнивания.

По виду измеряемой величины цифровые вольтметры подразделяются на *вольтметры постоянного – переменного тока* (средневыпрямленного или среднего квадратического значения), *импульсные вольтметры* – для измерения параметров видео- и радиоимпульсных сигналов и *универсальные вольтметры*, предназначенные для измерения напряжения постоянного и переменного тока, а также некоторых других электрических и неэлектрических величин (сопротивления, температуры и др.).

По способу преобразования различают цифровые вольтметры с кодоимпульсным (поразрядным кодированием, взвешиванием), с временно-частотно-импульсными преобразованиями

В приборах с *кодоимпульсным преобразованием* происходит последовательное сравнение значений измеряемой величины с рядом дискретных значений известной величины, изменяющейся по определенному закону.

В приборах с *времяимпульсным преобразованием* измеряемая величина  $U_x$  преобразуется во временной интервал  $\Delta t$  с последующим заполнением этого интервала импульсами  $N$  образцовой частоты.

В приборах с *частотно-импульсным преобразованием* (интегрирующих) измеряемое напряжение  $U_x$  преобразуется в частоту  $f$  следования импульсов, которые подсчитываются за определенный интервал времени.

По структурной схеме аналого-цифровых преобразователей цифровые вольтметры делят на вольтметры прямого и уравнивающего преобразования. В *вольтметрах прямого преобразования* отсутствует обратная связь с выхода на вход и непрерывная измеряемая ве-

личина непосредственно преобразуется в дискретную. В цепи прохождения сигнала имеется несколько преобразователей. Эти вольтметры отличаются относительно низкой точностью (из-за накопления погрешностей отдельных преобразователей в процессе преобразования), однако могут обеспечить максимально возможное быстродействие. В вольтметрах уравнивающего преобразования обязательно имеется обратная связь, то есть входная величина в процессе преобразования уравнивается выходной. Поскольку выходной величиной преобразователя является код (цифра), обратный преобразователь называют цифро-аналоговым преобразователем (ЦАП).

Каждый цифровой вольтметр имеет устройство цифрового отсчета, состоящее из дешифраторов и знаковых (цифровых) индикаторов.

*Дешифраторы* являются преобразователями дискретных сигналов, т. е. позволяют получать на выходе нужную комбинацию сигналов при подаче определенной комбинации сигналов на входе. В цифровом вольтметре дешифраторы преобразуют двоично-десятичный код в соответствующие напряжения, управляющие цифровыми индикаторами, обеспечивающими визуальную индикацию в десятичном коде (например, код 8-4-2-1 в десятичный код от 0 до 9). Для выполнения этой задачи обычно используют логические схемы И, как наиболее простые и достаточно быстродействующие.

*Знаковые индикаторы* используют для представления результатов измерения в цифровой форме. Конструкция знаковых индикаторов может быть различна.

Для улучшения параметров цифровых измерительных приборов создаются комбинированные структуры с одновременным использованием различных методов преобразования, адаптивные (приспосабливающиеся к параметрам измеряемого сигнала) структуры с автоматической коррекцией, автоматической калибровкой, структуры с устранением избыточной информации, со статистической обработкой информации, термостатирующими устройствами и др., используются элементы, узлы, обладающие улучшенными характеристиками.

#### **8.14. Времяимпульсный цифровой вольтметр**

В основе работы времяимпульсного вольтметра лежит преобразование измеряемого напряжения в пропорциональный интервал времени, длительность которого измеряется путем заполнения этого интервала импульсами со стабильной частотой следования (счетными импульсами). Преобразование осуществляется посредством сравнения

измеряемого напряжения постоянного тока с линейно-изменяющимся напряжением (рис. 8.11).

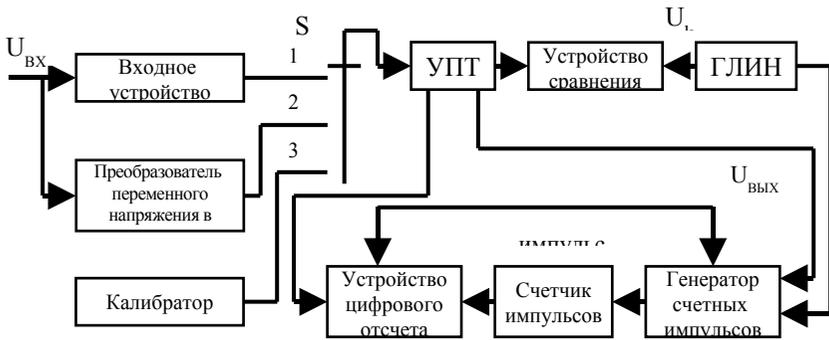


Рис. 8.11. Структурная схема прибора с время-импульсным преобразованием

УПТ – усилитель постоянного тока, ГЛИН – генератор линейно изменяющегося напряжения.

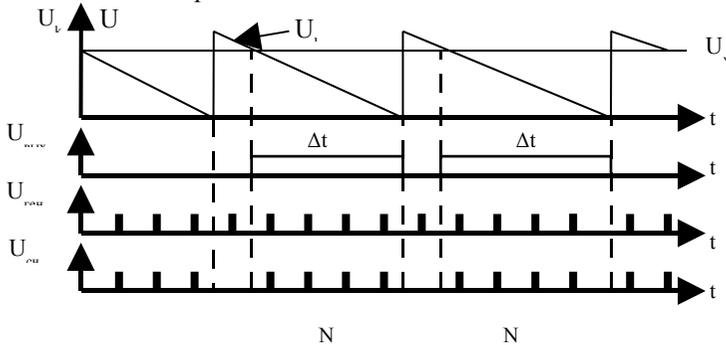


Рис. 8.12. Временная диаграмма работы прибора с времяимпульсным преобразованием

Прибор работает следующим образом: генератор пилообразного напряжения ГЛИН вырабатывает напряжение (на рисунке обозначено  $U_k$ ) с нормированной частотой. В устройстве сравнения напряжение  $U_k$  сравнивается с измеряемым напряжением  $U_x$ . В моменты совпадения напряжений формируются (см. диаграмму) импульсы  $\Delta t$ , определяющие интервалы времени, за которые будет производиться измерение. Далее

эти интервалы «заполняются» импульсами с генератора счетных импульсов. Количество импульсов  $N$  за интервал времени  $\Delta t$  подсчитывается счетчиком импульсов и отображается в отсчетном устройстве. Таким образом, чем больше измеряемое напряжение, тем больше интервал времени  $\Delta t$  и количество импульсов  $N$ . (Число импульсов  $N$  прямо пропорционально напряжению  $U_x$ ).

Измеряемая величина равна:

$$U_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T [U_x - U_{ном}(t)] dt = \frac{1}{T} \int_0^T (U_x + U_{\max ном} \sin \omega t) dt = U_x. \quad 8.15$$

Упрощенная структурная схема времяимпульсного цифрового вольтметра постоянного тока приведена на рис. 8.13.

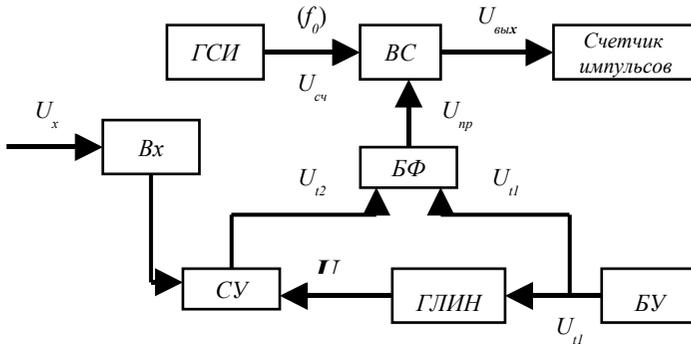


Рис. 8.13. Структурная схема времяимпульсного цифрового вольтметра:

Вх – входной блок; СУ – сравнивающее устройство; ГЛИН – генератор линейно изменяющегося напряжения; БУ – блок управления; БФ – блок формирования; ВС – временной селектор; ГСИ – генератор счетных импульсов

На блок формирования  $БФ$  с блока управления  $БУ$  поступает импульс  $U_{и1}$ . Это приводит к тому, что временной селектор начинает пропускать на выход счетные импульсы, следующие с частотой  $f_0$ . Одновременно запускается генератор линейно изменяющегося напряжения  $ГЛИН$ . Линейно-изменяющееся напряжение  $U_n$  подается на устройство сравнения, которое в момент, когда  $U_x$  становится равным  $U_n$ , вырабатывает импульс  $U_{и2}$ . Импульс  $U_{и2}$  приводит к закрытию временного селектора и прекращению прохождения через него счетных импульсов. Временные диаграммы приведены на рис. 8.14.

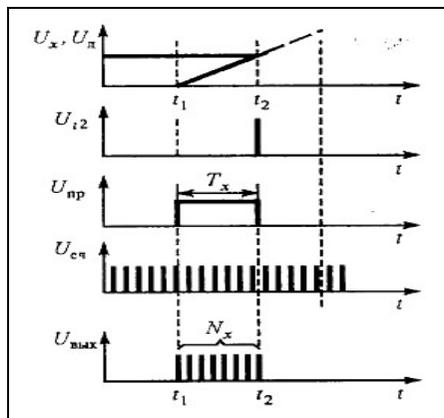


Рис. 8.14. Временные диаграммы времяимпульсного цифрового вольтметра

Число импульсов  $N_x$ , заполняющих временной интервал  $T_x$  с точностью до одного импульса, описывается формулой:

$$N_x = T_x \times f_0. \quad (8.16)$$

Но  $T_x = U_x / K$ , где  $K$  – известный коэффициент, зависящий от скорости нарастания линейноизменяющегося напряжения. Таким образом,

$$N_x = U_x \times f_0 / K,$$

откуда

$$U_x = N_x \times K / f_0. \quad (8.17)$$

В вольтметре отношение  $K/f_0$  выбирается равным  $10^{-m}$ , где  $m = 1, 2, 3, \dots$ , поэтому прибор непосредственно показывает значение измеряемого напряжения (число  $m$  определяет положение запятой в цифровом отсчете). Указанный цикл работы вольтметра периодически повторяется. Возврат генератора линейно изменяющегося напряжения в исходное состояние и подготовка схемы к очередному измерению осуществляется импульсами от блока управления БУ после истечения времени  $t_2$ .

По такому же принципу строятся цифровые вольтметры переменного тока. В этих вольтметрах напряжение переменного тока предварительно выпрямляется и далее подается на сравнивающее устройство СУ. Основным недостатком метода времяимпульсного преобразования яв-

ляется его невысокая помехоустойчивость. Шумовая помеха, наложенная на измеряемое напряжение  $U_x$ , изменяет его и, следовательно, изменяет момент появления импульса  $U_{i2}$ , определяющего длительность времени счета. Тем не менее, времяимпульсное преобразование постоянных напряжений позволяет создавать сравнительно простые и достаточно точные вольтметры. Погрешности метода определяются нелинейностью и нестабильностью линейно-изменяющегося напряжения и погрешностью, обусловленной нестабильностью порога срабатывания сравнивающего устройства. Цифровые вольтметры с времяимпульсным преобразованием имеют погрешность, не превышающую 0,1–0,05 %.

### 8.15. Цифровой частотомер

Одной из разновидностей цифровых приборов является цифровой частотомер. Решение многих научных и технических проблем связано с измерением интервалов времени, разделяющих два характерных момента какого-либо процесса.

Измерения интервалов времени необходимы при разработке и испытании всевозможных схем задержки и синхронизации, при исследовании цифровых систем, многоканальных систем с временным разделением каналов, применяемых в технике связи и радиотелеметрии, устройств телеуправления и автоматической коммутации, аппаратуры, используемой в ядерной физике, вычислительной технике и т. д. Подобные измерения особенно важны в приборостроении, поскольку во многих случаях используемые в ней преобразования аналоговых величин в цифровой код осуществляются в результате промежуточного преобразования измеряемой величины в интервал времени.

Методы измерения интервалов времени разнообразны. К числу наиболее известных относятся методы дискретного счета (преобразования интервала времени в цифровой код), временных разверток, нулевой и совпадения. В частотоизмерительной технике основополагающей характеристикой периодического сигнала является период. Поэтому начать следует с его определения.

Периодом  $T$  периодического сигнала называют наименьший интервал времени, через который регулярно, последовательно повторяется произвольно выбранное мгновенное значение  $u(t)$  периодического сигнала.

Частота  $f$  периодического сигнала – физическая величина, значение которой обратно значению периода этого сигнала, то есть  $f=1/T$ .

Отношение числа  $n$  периодов периодического сигнала к интервалу времени  $\Delta T$ , за который сосчитано это число, дает среднее (за интервал  $\Delta T$ ) значение частоты, называемое обычно средней частотой периодического сигнала. На практике чаще всего находят среднюю частоту, хотя экспериментаторы обычно принимают такой результат ее измерения за значение частоты периодического сигнала.

Методы измерения частоты многообразны. В современной измерительной технике доминирующее положение занимает метод дискретного счета, на основе которого строят цифровые (электронно-счетные) частотомеры. Этот метод обладает многими достоинствами: очень широкий диапазон частот, который можно измерить одним прибором (например, от 10 Гц до 32 ГГц); высокая точность измерений; получение отсчета в цифровой форме; возможность выдачи результатов измерений для печати или запоминания их; возможность обработки результатов наблюдений с помощью ЭВМ или микропроцессорной системы; упрощение проектирования цифровых измерителей, допускающих присоединение к интерфейсной шине, – включение в состав измерительно-вычислительного комплекса; возможность построения многофункциональных и многорежимных программируемых приборов с встроеным микропроцессором. Применяются также метод измерения, основанный на сравнении измеряемой частоты с частотой другого источника (как правило, образцового) с помощью осциллографа, гетеродинный и резонансный методы.

Цифровые (электронно-счетные) частотомеры, как правило, представляют собой многофункциональные приборы: помимо частоты, они измеряют период периодического сигнала, длительность импульса, интервалы времени, заданные двумя короткими импульсами, отношение частот двух сигналов, разность частот и т.д.

Их погрешность около  $10^{-6}$ , выполняются они на полупроводниковых приборах и интегральных микросхемах, что повышает их надежность, уменьшает габариты и потребляемую мощность.

Принцип действия электронно-счетных частотомеров основан на подсчете числа периодов измеряемой частоты за определенный промежуток времени  $\Delta T$ .

Современные цифровые частотомеры, даже выполненные по схемам с жесткой логикой, – приборы многофункциональные (но переход от одной функции к другой осуществляется посредством электромеханических коммутаторов), работающие в нескольких режимах: измерения частоты синусоидального сигнала, частоты следования импульсов, периодов этих сигналов, длительности импульса, интервалов времени, задан-

ных двумя импульсами (одного или разных источников), вариации частоты, отношения двух частот, прямого счета импульсов, счета числа  $N$  и др. Изображенная на рис. 8.15 структурная схема относится к режиму измерения частоты. Работа схемы заключается в следующем.

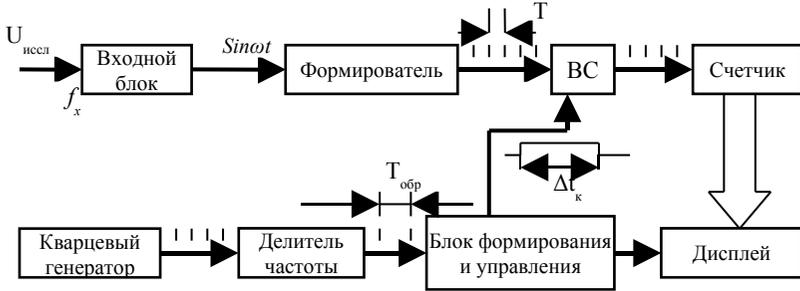


Рис. 8.15. Структурная схема электронно-счетного частотомера

Периодический сигнал, частоту  $f_x$  которого необходимо измерить, поступает на вход прибора. После усиления или ослабления во входном блоке сигнал подается на формирователь, где преобразуется в периодическую последовательность импульсов с частотой следования  $f_x$ . Эти импульсы приводятся ко входу 1 временного селектора и проходят через него в счетчик, если на входе 2 селектора имеется стробирующий импульс (длительностью  $\Delta t$ ). Последний формируется из напряжения высокочастотного кварцевого генератора.

Поскольку период его выходного сигнала мал, то для получения требуемой длительности стробирующего импульса (например, 1 с) в схеме предусмотрен делитель частоты. Он представляет собой набор декад, каждая из которых уменьшает частоту следования импульсов в 10 раз. Коэффициент деления  $q$  зависит от числа включенных декад. Из периодической последовательности импульсов, образующейся на выходе делителя частоты, блок формирования и управления формирует стробирующий импульс (временные ворота) длительностью  $\Delta t$ , подаваемый на вход 2 временного селектора и определяющий продолжительность счета. Блок формирования и управления, помимо формирователя временных ворот, содержит схему, задающую продолжительность индикации показания дисплеем и сбрасывающую показания счетчика на нуль.

Многие измерительные задачи автоматики, вычислительной техники решаются измерением временных интервалов различной длительности. Измерение временных интервалов также осуществляется с помо-

щью цифровых частотомеров или измерителей временных интервалов, по блок-схеме, приведенной на рис. 8.16.

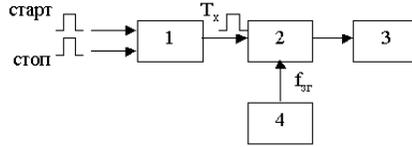


Рис. 8.16. Цифровой частотомер в режиме измерения временного интервала

Управляющий триггер (1) разрешает прохождение через ключ (2) в счетчик (3) импульсов задающего генератора (4) в течение измеряемого интервала времени  $T_x$ . Число импульсов, подсчитанное счетчиком, аналогичное режиму измерения периода, может быть записано как  $N = 10^n T_x$ .

В современных цифровых частотомерах применяются кварцевые генераторы с малой нестабильностью частоты, например  $\pm 1 \times 10^{-10}$  за 1 с и  $\pm 5 \times 10^{-9}$  за сутки. При прямом измерении частоты периодического сигнала наиболее весомы две составляющие погрешности: погрешность меры и погрешность сравнения.

Погрешность меры определяется нестабильностью частоты напряжения кварцевого генератора (а также погрешностью установки частоты по образцовой мере при изготовлении прибора). Эта составляющая погрешности может быть ощутимой при измерении очень высоких частот.

Погрешность сравнения определяется главным образом погрешностью дискретности, обусловленной тем, что фронт и срез стробирующего импульса (временных ворот) не синхронизированы с момента появления заполняющих ворота импульсов периодической последовательности, которая сформирована из исследуемого сигнала. Максимальное значение абсолютной погрешности дискретности составляет плюс-минус единицу дискретизации и не зависит от измеряемого значения частоты. Поскольку при измерении частоты за единицу дискретизации принято значение  $F_{обр}$ , то максимальная абсолютная погрешность дискретности при измерении частоты

$$\Delta f = \pm F_{обр} = \pm 1/\Delta t_x.$$

Этому соответствует  $\pm 1$  младшего разряда счета, причем значение  $\Delta f$  выражено в герцах, если интервал  $\Delta t_x$  выражен в секундах. Погреш-

ность современных цифровых частотомеров составляет величину порядка  $10^{-5} - 10^{-8} \%$ .

### **8.16. Применение микропроцессоров в измерительных приборах**

Применение микропроцессоров и микроЭВМ в измерительных приборах явилось одним из важнейших этапов в развитии приборостроения.

Следует отметить, что микропроцессоры не являются измерительными устройствами. Они предназначены для выполнения вычислительных и логических операций с высокой скоростью и точностью. Совместная их работа с аналого-цифровыми и цифро-аналоговыми преобразователями в измерительной технике позволила резко повысить точность, надёжность и быстродействие приборов, расширить их возможности, создавать программируемые, полностью автоматизированные устройства.

Применение микропроцессоров позволило, прежде всего, улучшить метрологические характеристики – точность, чувствительность, помехоустойчивость. Повышение точности было достигнуто за счет введения калибровочных операций, позволяющих минимизировать как аддитивную, так и мультипликативную погрешность. Для исключения аддитивной составляющей погрешности АЦП его входные зажимы замыкаются накоротко и заземляются. При этом число, полученное на выходе АЦП, характеризующее смещение, запоминается. При измерении оно вносится в результат как поправка.

Для исключения мультипликативной составляющей погрешности перед циклом измерения на вход АЦП подается воспроизводимая мерой величина  $A_0$ . На выходе при номинальном значении чувствительности должно быть число  $B$ . Такое же число хранится в памяти микропроцессорной системы. При изменении чувствительности преобразователя на выходе АЦП получим число  $B' \neq B$ . Отношение  $B/B'$ , вычисляемое микропроцессором, вводится как поправочный множитель.

Повышение пороговой чувствительности и помехоустойчивости приборов достигается обработкой сигнала по алгоритмам, приведённым в первой главе, или по другим алгоритмам, включающим операции вычисления оценки среднеквадратического отклонения результата измерения, решения вопроса, выполняется ли гипотеза о нормальном распределении вероятностей случайных погрешностей, а также операции вычисления доверительных границ случайных погрешностей.

Цифровая фильтрация сигналов позволяет повысить чувствительность и расширить диапазон измеряемых величин в сторону малых значений.

Рассмотренные приёмы позволяют полнее использовать метрологические свойства мер и приблизить погрешности измерительных приборов к погрешностям применяемых в них образцовых мер.

Важным направлением применения микропроцессоров в измерительной технике является возможность получения различных математических функций измеренных значений и решения систем уравнений, что позволяет сравнительно просто перейти от косвенных, совокупных или совместных измерений к прямым. Причем микропроцессорные вычислители могут осуществлять эти операции с высокой точностью, значительно превышающей точность аналоговых вычислительных устройств.

Многие приборы, содержащие микропроцессоры, позволяют автоматически выполнять запрограммированные функциональные и логические преобразования, например:

- умножение найденного значения на константу;
- определение отклонения измеряемой величины от заданной в абсолютных единицах, относительных или в процентах;
- сложение или вычитание константы;
- вычисление отношений: деление на константу, нахождение частного от деления одного результата измерения на другой результат, деление константы на результат измерения;
- нахождение максимума и минимума из ряда измерений;
- определение выхода измеряемой величины за пределы установки максимума и минимума;
- представление результата измерения в логарифмических единицах;
- линеаризация зависимостей.

Применение микропроцессорной техники позволило создавать многофункциональные приборы, предназначенные для измерения нескольких параметров сигналов или характеристик объекта исследования. Функциональные возможности таких устройств определяются выполняемой программой, их можно легко видоизменить путем перехода к другой программе, хранимой в постоянном запоминающем устройстве. Программируемая логика работы, в отличие от жесткой, создает гибкость перестройки, позволяет наращивать функции при модернизации прибора без существенных изменений в его схеме.

В результате сокращения числа компонентов в схеме прибора вследствие выполнения многих функций микропроцессорными системами уменьшились их габариты, вес, потребляемая мощность и стоимость. Существенно сократились сроки разработки измерительной аппаратуры.

Часто для получения новых свойств прибора не требуется значительных изменений в его схеме и тем более в конструкции. Разработка сводится к созданию необходимого программного обеспечения. Если учесть, что имеется библиотека совершенных типовых прикладных программ, то разработка программного обеспечения сводится к рациональному выбору имеющихся программ.

Связь АЦП с компьютером осуществляется в соответствии с протоколами обмена информацией, который стандартизован для того или иного интерфейса. Наиболее популярными интерфейсами, обеспечивающими взаимную связь между компьютером и автономным АЦП, являются RS 232 (COM-порт), RS 485, USB, IEEE 488, IEEE 1394. Для АЦП, встраиваемых в компьютеры, интерфейсом является интерфейс компьютера, а именно интерфейс PCI или интерфейс портативных компьютеров (ноутбуков) PCMCIA. Сравнительные характеристики интерфейсов приведены в табл. 8.1 (прил.).

Внутренние интерфейсы компьютера имеют характеристики:

- PCI – от 4 до 20 входов в промышленных компьютерах, скорость обмена 132 Мбайта/с;
- PCMCIA – до 3 входов в портативных компьютерах, скорость обмена – до 1,0 Мбайта/с.

### **Контрольные вопросы**

1. Дайте определение понятию «информативный параметр» измерительного сигнала.
2. Какие преобразования осуществляются с непрерывным сигналом для его преобразования в цифровой код?
3. Что означает «шаг дискретизации» и «шаг квантования»?
4. Назовите причины появления погрешностей при дискретизации по времени и квантованию по уровню.
5. Назовите основные свойства цифровых измерительных приборов.
6. Какие системы счисления применяются для кодирования измерительной информации?
7. Назовите основные метрологические характеристики цифроаналоговых преобразователей.

8. Назовите основные технические характеристики аналого-цифровых преобразователей.
9. Назовите основные метрологические характеристики аналого-цифровых преобразователей.
10. Каков принцип действия аналого-цифрового преобразователя поразрядного уравнивания?
11. Назовите причины возникновения погрешностей аналого-цифрового преобразователя развертывающего преобразования.
12. Назовите области применения аналого-цифрового преобразователя «частота – код».
13. На каком принципе основана работа электронно-счетного частотомера?
14. Назовите основные причины возникновения погрешностей при измерении частоты электронно-счетным частотомером.
15. Назовите назначение микропроцессоров в измерительных приборах.

## ГЛАВА 9

### ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

#### 9.1. Общая классификация измерительных информационных систем

В настоящее время измерительные информационные системы (ИИС) находят все более широкое применение в различных областях науки и техники. Они применяются в качестве компонентов сложных информационно-вычислительных комплексов и систем автоматизации. Особенно важную роль играют автоматические ИИС, использующие ЭВМ для программного управления работой системы. В развитии измерительных информационных систем можно отметить ряд поколений.

- Первое поколение – формирование концепции ИИС: системная организация совместной автоматической работы средств получения, обработки и передачи количественной информации. Системы первого поколения – это системы в основном централизованного циклического получения измерительной информации с элементами вычислительной техники на базе дискретной полупроводниковой техники. Данный этап (конец 1950-х – начало 1960-х годов) принято называть периодом детерминизма, так как для анализа в ИИС использовался хорошо разработанный аппарат аналитической математики.
- Второе поколение (1970-е годы) – использование адресного сбора информации, обработка информации с помощью встроенных ЭВМ. Элементную базу представляют микроселектронные схемы малой и средней степени интеграции. Этот период характерен решением ряда вопросов теории систем в рамках теории случайных процессов и математической стати-

стики, поэтому его принято называть периодом стохастичности.

- Третье поколение характеризуется широким введением в ИИС больших интегральных схем (БИС), микропроцессоров и микропроцессорных наборов, микроЭВМ и промышленных функциональных блоков, совместимых между собой по информационным, метрологическим, энергетическим и конструктивным характеристикам, а также созданием распределенных ИИС. Этот период характерен тем, что появились адаптивные ИИС.
- Четвертое поколение – появление гибких перестраиваемых программируемых ИИС в связи с развитием системотехники и вычислительной техники. В элементной базе резко возрастает доля интегральных схем большой и сверхбольшой степени интеграции.
- Пятое поколение – это интеллектуальные и виртуальные ИИС, построенные на базе ПЭВМ, а также современного математического и программного обеспечения.

Возросшие объемы проводимых измерений привели к широкому использованию программно-управляемых средств измерений. При этом возросшие требования к характеристикам средств измерений оказали существенное влияние на методы сопряжения устройств, образующих ИИС.

Информационно-измерительные системы содержат *ряд подсистем*:

- ✓ измерительную;
- ✓ сбора;
- ✓ преобразования;
- ✓ предварительной обработки данных;
- ✓ управления СИ в целом.

Все подсистемы в ИИС соединены между собой в единую систему. Кроме того, ИИС в настоящее время проектируют на основе агрегатного (модульного) принципа, по которому устройства, образующие систему, выполняются в виде отдельных, самостоятельных изделий (приборов, блоков). В составе ИИС эти устройства выполняют определенные операции и взаимодействуют друг с другом, передавая информационные и управляющие сигналы через систему сопряжения.

Измерительная информационная система (ИИС) в соответствии с ГОСТ 8.437-81 представляет собой совокупность функционально объединенных измерительных, вычислительных и других вспомогательных технических средств для получения измерительной информации, ее

преобразования, обработки с целью представления потребителю в требуемом виде, либо автоматического осуществления логических функций контроля, диагностики, идентификации.

В зависимости от выполняемых функций ИИС реализуются в виде измерительных систем (ИС), систем автоматического контроля (САК), технической диагностики (СТД), распознавания (идентификации) образов (СРО). В СТД, САК и СРО измерительная система входит как подсистема. Упрощенная классификация измерительных систем представлена на рис. 9.1.

Информация, характеризующая объект измерения, воспринимается ИИС, обрабатывается по некоторому алгоритму, в результате чего на выходе системы получается количественная информация, отражающая состояние данного объекта. Измерительные информационные системы существенно отличаются от других типов информационных систем и систем автоматического управления (САУ). Так, ИИС, входящая в структуры более сложных систем (вычислительных систем связи и управления), может быть источником информации для этих систем. Использование информации для управления не входит в функции ИИС, хотя информация, получаемая на выходе ИИС, может использоваться для принятия каких-либо решений, например, для управления конкретным экспериментом. Каждому конкретному виду ИИС присущи многочисленные особенности, определяемые узким назначением систем и их технологически конструктивным исполнением.

Для каждого типа измерительной информационной системы используется цепочка из аппаратных модулей (измерительных, управляющих, интерфейсных, обрабатывающих). Таким образом, обобщенная структурная схема ИИС содержит:

- множество различных первичных измерительных преобразователей, размещенных в определенных точках пространства стационарно или перемещающихся в пространстве по определенному закону;
- множество измерительных преобразователей, которое может состоять из преобразователей аналоговых сигналов, коммутаторов аналоговых сигналов, аналоговых вычислительных устройств, аналоговых устройств памяти, устройств сравнения аналоговых сигналов, аналоговых каналов связи, аналоговых показывающих и регистрирующих измерительных приборов;
- группу аналого-цифровых преобразователей, а также аналоговых устройств допускового контроля;

- множество цифровых устройств, содержащее формирователи импульсов, преобразователи кодов, коммутаторы, специализированные цифровые вычислительные устройства, устройство памяти, устройство сравнения кодов, каналы цифровой связи, универсальные программируемые вычислительные устройства – микропроцессоры, микроЭВМ и др.;
- группу цифровых устройств вывода, отображения и регистрации, которая содержит формирователи кодоимпульсных сигналов, печатающие устройства записи на перфоленту и считывания с перфоленты, накопители информации на магнитной ленте, на магнитных дисках и на гибких магнитных дисках, дисплеи, анализаторы, цифровые индикаторы;
- множество цифро-аналоговых преобразователей;
- указанные функциональные блоки соединяются между собой через стандартные интерфейсы или устанавливаются жесткие связи;

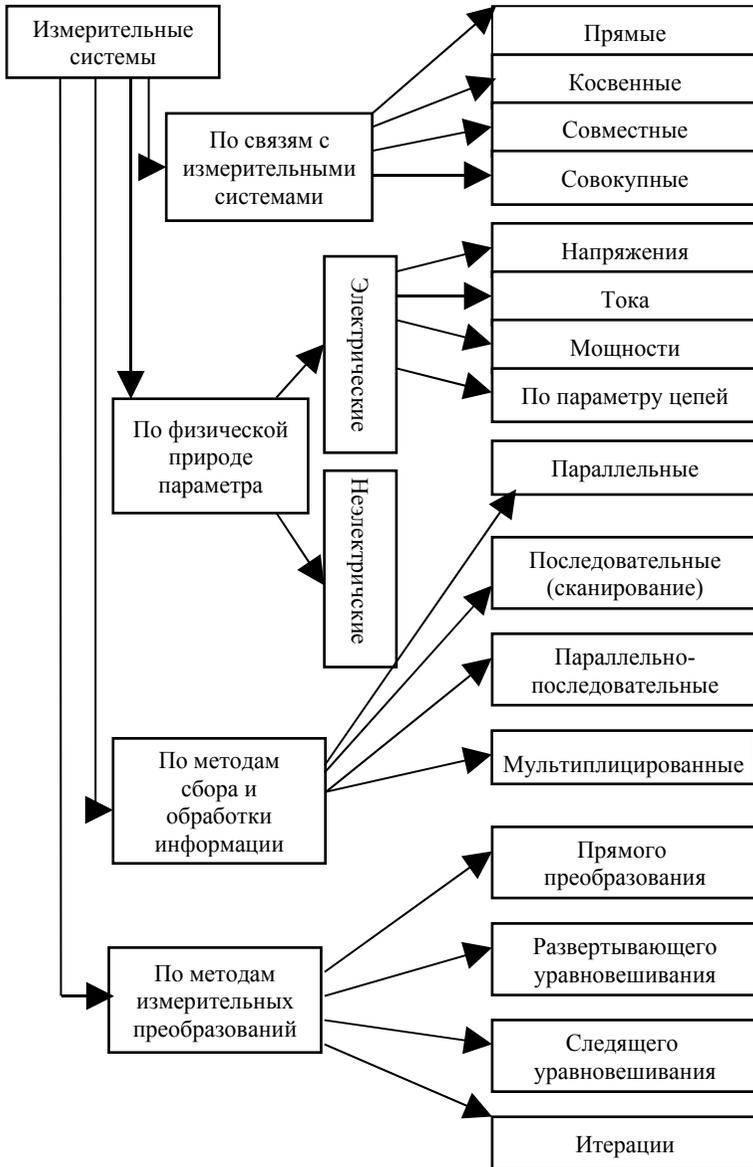


Рис. 9.1. Классификация измерительных систем

- интерфейсные устройства (ИФУ), содержащие системы шин, интерфейсные узлы и интерфейсные устройства аналоговых блоков, служащие главным образом для приема командных сигналов и передачи информации о состоянии блоков. Например, через интерфейсные устройства могут передаваться команды на изменение режима работы, на подключение заданной цепи с помощью коммутатора;
- устройство управления, формирующее командную информацию, принимающее информацию от функциональных блоков и подающее команды на исполнительные устройства для формирования воздействия на объект исследования (ОИ).

Однако не для всякой ИИС требуется присутствие всех блоков. Для каждой конкретной системы количество блоков, состав функций и связи между блоками устанавливаются условиями проектирования.

Измерительные системы могут быть ближнего или дальнего действия. Наиболее распространены системы для прямых измерений.

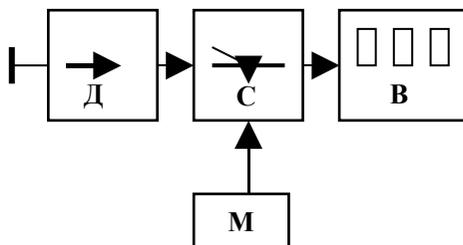


Рис. 9.2. Обобщенная структура измерительной системы для прямых измерений

Для всех ИС основными элементами являются первичные преобразователи (Д), элементы сравнения (С), меры (М) и элементы отображения информации (В). Для совместных и совокупных измерений часто используются многомерные и аппроксимирующие системы.

По характеру взаимодействия системы с объектом исследования и обмена информацией между ними ИИС могут быть разделены на активные и пассивные.

Пассивные системы только воспринимают информацию от объекта, а активные, действуя на объект через устройство внешних воздействий, позволяют автоматически и наиболее полно за короткое время

изучить его поведение. Такие структуры широко применяются при автоматизации научных исследований различных объектов.

В зависимости от характера обмена информацией между объектами и активными ИИС различают ИС без обратной связи и с обратной связью по воздействию. Воздействие на объект может осуществляться по заранее установленной жесткой программе либо по программе, учитывающей реакцию объекта. В первом случае реакция объекта не влияет на характер воздействия, а следовательно, и на ход эксперимента. Его результаты могут быть выданы оператору после окончания. Во втором случае результаты реакции отражаются на характере воздействия, поэтому обработка ведется в реальном времени.

Такие системы должны иметь развитую вычислительную сеть. Кроме того, необходимо оперативное представление информации оператору в форме, удобной для восприятия, с тем чтобы он мог вмешиваться в ход процесса. Эффективность научных исследований, испытательных, поверочных работ, организации управления технологическими процессами с применением ИИС в значительной мере определяется методами обработки измерительной информации. Операции обработки измерительной информации выполняются в устройствах, в качестве которых используются специализированные либо универсальные ЭВМ.

В некоторых случаях функции обработки результатов измерения могут осуществляться непосредственно в измерительном тракте, то есть измерительными устройствами в реальном масштабе времени. В системах, которые содержат вычислительные устройства, обработка информации может производиться как в реальном масштабе времени, так и с предварительным накоплением информации в памяти ЭВМ, то есть со сдвигом по времени.

При исследовании сложных объектов или выполнении многофакторных экспериментов применяются измерительные системы, сочетающие высокое быстродействие с точностью. Такие ИИС характеризуются большими потоками информации на их выходе.

Значительно повысить эффективность ИИС при недостаточной априорной информации об объекте исследования можно за счет сокращения избыточности информации, то есть сокращения интенсивности потоков измерительной информации. Исключение избыточной информации, несущественной с точки зрения ее потребителя, позволяет уменьшить емкость устройств памяти, загрузку устройств обработки данных, и следовательно, время обработки информации, снижает требования к пропускной способности каналов связи.

При проектировании и создании ИИС большое внимание уделяется проблеме повышения достоверности выходной информации и снижения вероятностей возникновения (или даже исключения) нежелательных ситуаций. Этого можно достичь, если на ИИС возложить функции самоконтроля, в результате чего ИИС способна осуществлять тестовые проверки работоспособности средств системы и тем самым сохранять метрологические характеристики тракта прохождения входных сигналов, проверять достоверность результатов обработки информации, получаемой посредством измерительных преобразований, и ее представления.

Все более широкое развитие получают системы, предусматривающие автоматическую коррекцию своих характеристик – самонастраивающиеся (самокорректирующиеся) системы. Введение в такие системы свойств автоматического использования результатов самоконтроля – активного изучения состояния ИИС – и приспособляемости к изменению характеристик измеряемых сигналов или к изменению условий эксплуатации делает возможным обеспечение заданных параметров системы.

## **9.2. Разновидности измерительных систем**

Любая измерительная информационная система с необходимыми функциональными возможностями, технические и другие характеристики в решающей степени определяются объектом исследования, для которого данная система создается.

*Назначение измерительной информационной системы* можно определить как целенаправленное оптимальное ведение измерительного процесса и обеспечение смежных систем высшего уровня достоверной информации. Исходя из этого основные функции измерительной информационной системы таковы: получение измерительной информации от объекта исследования, ее обработка, передача, представление информации оператору и (или) ЭВМ, запоминание, отображение и формирование управляющих воздействий.

Степень достижения функций принято характеризовать с помощью критериев измерения. Измерительные информационные системы оптимизируют по многим частичным критериям, таким, как точность, помехоустойчивость, надежность, пропускная способность, адаптивность, сложность, экономичность и др.

В зависимости от функционального назначения ИИС подразделяют по принципу построения. Собственно измерительные системы используются для различного рода комплексных исследований научного характера. Они предназначены для работы с объектами, характеризую-

щимися до начала эксперимента минимумом априорной информации. Цель создания таких систем заключается в получении максимального количества достоверной измерительной информации об объекте для составления алгоритмического описания его поведения.

Обратная связь системы с объектом отсутствует или носит вспомогательный характер. Информация, полученная на выходе ИИС, может использоваться для принятия каких-либо решений, создания возмущающих воздействий, но не для управления объектом. Измерительная информационная система предназначена для создания дополнительных условий проведения эксперимента, для изучения реакции объекта на эти воздействия. Следовательно, использование информации не входит в функции ИИС. Эта информация предоставляется человеку-оператору или поступает в средства автоматической обработки информации.

*Для измерительных систем характерны:*

- более высокие по отношению к системам другого вида требования к метрологическим характеристикам;
- более широкий спектр измеряемых физических величин и в особенности их количество (число измерительных каналов);
- необходимость в средствах представления информации; это связано с тем, что основной массив информации с выхода систем передается человеку для принятия им решения об изменении условий проведения эксперимента, его продолжении или прекращении. Поэтому определяющим требованием является неискаженное, наглядное и оперативное представление текущей информации с учетом динамики ее обновления и быстрого действия системы, обеспечивающее удобство восприятия и анализа человеком;
- большой объем внешней памяти для систем, в которых обработка и анализ результатов осуществляется после завершения эксперимента с помощью набора различных средств обработки и предоставления информации.

Входными в ИС для прямых измерений являются величины, воспринимаемые датчиками или другими входными устройствами системы. Задача таких ИС заключается в выполнении аналого-цифровых преобразований множества величин и выдаче полученных результатов измерения. В ИС основные типы измеряемых входных величин могут быть сведены либо к множеству изменяющихся во времени величин, либо к изменяющейся во времени  $t$  и распределенной по пространству  $\Pi$  непрерыв-

ной функции  $x(t, P)$ . При измерении непрерывная функция  $x(t, P)$  представляется множеством дискрет.

Измерительные системы, производящие измерения дискрет функции  $x(t, P)$ , основаны на использовании многоканальных, многоточечных, мультиплицированных и сканирующих структур.

*Многоканальные системы* объединяются в один из самых распространенных классов измерительных систем параллельного действия, применяемых во всех отраслях народного хозяйства. Основные причины столь широкого распространения многоканальных ИС заключаются в возможности использования стандартных, относительно простых, измерительных приборов, в наиболее высокой схемной надежности таких систем, в возможности получения наибольшего быстродействия при одновременном получении результатов измерения, в возможности индивидуального подбора СИ к измеряемым величинам. Недостатки таких систем – сложность и большая стоимость по сравнению с другими системами.

В измерительных системах последовательного действия – *сканирующих измерительных системах* – операции получения информации выполняются последовательно во времени с помощью одного канала измерения. Если измеряемая величина распределена в пространстве или собственно координаты точки являются объектом измерения, то восприятие информации в таких системах выполняется с помощью одного сканирующего датчика. Сканирующие системы находят применение при расшифровке графиков. В медицине, геофизике, метрологии, при промышленных испытаниях, во многих отраслях народного хозяйства и при научных исследованиях затрачивается значительное время на измерение параметров графических изображений и представление результатов измерения в цифровом виде.

Сканирование может выполняться непосредственно воспринимающим элементом или сканирующим лучом при неподвижном воспринимающем элементе. Такими элементами могут быть оптико-механические или электронно-развертывающие устройства.

Для измерения координат графических изображений применяются различные *акустические системы*. В геологии и картографии, океанологии и других областях при автоматизации проектирования осуществляются измерения и выдача в цифровом виде координат сложных графических изображений на фотоносителях, чертежах и документах. При этом генератор (полуавтоматические измерения) лишь указывает точки изображения, координаты которых необходимо измерить. Используемые здесь датчики, как правило, осуществляют преобразование коор-

динат точек в интервалы времени прохождения световых или акустических импульсов между точками, координаты которых были измерены. При использовании в устройствах ЭВМ одновременно со считыванием координат осуществляют обработку графических изображений по заданной программе.

В *голографических измерительных системах* основу датчиков составляют лазеры, представляющие собой когерентные источники света, когерентную оптику и оптоэлектронные преобразователи. Голографические измерительные системы отличаются высокой чувствительностью и повышенной точностью, что послужило основой широкого их применения в голографической интерферометрии. Голографическая интерферометрия обеспечивает бесконтактное измерение и одновременное получение информации от множества точек наблюдаемой поверхности с использованием меры измерения – длины световой волны, известной с высокой метрологической точностью.

Выполнение условий минимальной сложности измерительной системы приводит к необходимости последовательного многократного использования отдельных устройств измерительного тракта, и следовательно, к применению измерительных систем параллельно-последовательного действия, которые носят название *многоточечных измерительных систем*. Работа таких измерительных систем основана на принципе квантования измеряемых непрерывных величин по времени.

Измерительные системы с общей образцовой величиной – *мультиплицированные развертывающие измерительные системы* – содержат множество параллельных каналов. Структура системы включает датчики и устройство сравнения (одно для каждого канала измерения), источник образцовой величины и одно или несколько устройств представления измерительной информации. Мультиплицированные развертывающие измерительные системы позволяют в течение цикла изменения образцовой величины (развертки) выполнять измерение значений, однородных по физической природе измеряемых величин, без применения коммутационных элементов в канале измерения. Такие измерительные системы имеют меньшее количество элементов по сравнению с измерительными системами параллельного действия и могут обеспечить практически такое же быстродействие.

Статистический анализ случайных величин и процессов широко распространен во многих отраслях науки и техники. При статистическом анализе используются законы распределения вероятностей и моментные характеристики, а также корреляционные спектральные функции.

Системы для измерения законов распределения вероятностей случайных процессов – анализаторы вероятностей – могут быть одно- и многоканальными.

- Одноканальные анализаторы вероятностей за цикл анализа реализации  $x(t)$  позволяют получить одно дискретное значение функции или плотности распределения исследуемого случайного процесса.
- Многоканальные анализаторы позволяют получать законы распределения амплитуд импульсов и интервалов времени между ними, амплитуд непрерывных временных и распределенных в пространстве случайных процессов и др. Многоканальные анализаторы широко используются в ядерной физике, биологии, геофизике, в химическом и металлургическом производствах. При этом используются аналоговые, цифровые и смешанные принципы построения анализаторов.

Существует два основных метода построения корреляционных измерительных систем. Первый из них связан с измерением коэффициентов корреляции и последующим восстановлением всей корреляционной функции, второй – с измерением коэффициентов многочленов, аппроксимирующих корреляционную функцию. По каждому из этих методов система может действовать последовательно, параллельно, работать с аналоговыми или кодоимпульсными сигналами и в реальном времени.

Значительный класс статистических измерительных систем (корреляционные экстремальные измерительные системы) основан на использовании особой точки экстремума корреляционной функции при нулевом значении аргумента. Корреляционные экстремальные ИС широко применяются в навигации, радиолокации, металлообрабатывающей, химической промышленности и в других областях для измерения параметров движения разнообразных объектов.

Выделение сигналов на фоне шумов, измерение параметров движения, распознавание образов, идентификация, техническая и медицинская диагностика – это неполный перечень областей практического применения методов и средств корреляционного анализа. В настоящее время подавляющий объем статистического анализа выполняется корреляционными ИС, содержащими ЭВМ, либо отдельными устройствами со средствами микропроцессорной техники.

*Системы спектрального анализа* предназначены для количественной оценки спектральных характеристик измеряемых величин. Существующие методы спектрального анализа основываются на применении частотных фильтров или на использовании ортогональных преоб-

разований случайного процесса и преобразований Фурье над известной корреляционной функцией.

Различают параллельный фильтровый анализ (полосовые избирательные фильтры-резонаторы), последовательный фильтровый анализ (перестраиваемые фильтры и гетеродинные анализаторы), последовательно-параллельный анализ.

Достоинства бесфильтровых анализаторов, основанных на определении коэффициентов ряда Фурье, связаны с получением высокой разрешающей способности, что позволяет использовать их для детального анализа определенных участков спектра.

Системы для раздельного измерения взаимосвязанных величин применяются в следующих случаях:

- исследуемое явление или объект характеризуется множеством независимых друг от друга величин и при наличии селективных датчиков можно осуществить измерение всех значений;
- при независимых, но не селективных датчиках, сигналы, на выходе которых содержат составляющие от нескольких величин, встает задача выделения каждой измеряемой величины;
- если элементы связаны между собой, то также необходимо осуществить раздельное измерение величин  $x$ .

Наиболее типичные задачи взаимно связанных измерений – измерение концентрации составляющих многокомпонентных жидких, газовых или твердых смесей или параметров компонентов сложных электронных цепей без гальванического расчленения.

При раздельном измерении взаимосвязанных величин осуществляется воздействие на многокомпонентное соединение в целях селекции и измерения нужного компонента. Для механических и химических соединений существуют различные методики и средства такого раздельного измерения: масс-спектрометрия, хроматография, люминесцентный анализ и др.

Системы, измеряющие коэффициенты приближающих многочленов, называются аппроксимирующими (АИС) и предназначены для количественного описания величин, являющихся функциями времени, пространства или другого аргумента, а также их обобщающих параметров, определяемых видом приближающего многочлена. Информационные операции в АИС выполняются последовательным, параллельным или смешанным способом. АИС реализуются с разомкнутой или замкну-

той информационной обратной связью, в виде аналоговых или цифровых устройств.

При создании и использовании АИС выбирают тип приближающего многочлена и с учетом заданной погрешности аппроксимации определяют порядок функции. Реализация задач АИС требует знания априорных сведений об исходной функции, учета метрологических требований к измерениям и др. При этом в качестве базисных функций могут быть выбраны ряды Фурье, разложения Фурье-Уолша, Фурье-Хаара, многочлены Чебышева, Лагранжа, Лежандра, Лагерра и др.

К основным областям применения АИС относятся измерение статистических характеристик случайных процессов и характеристик нелинейных объектов, сжатие радиотелеметрической информации и информации при анализе изображений, фильтрация – восстановление функций, генерация сигналов заданной формы.

*Системы автоматического контроля (САК)* предназначены для контроля технологических процессов, при этом характер поведения и параметры их известны. В этом случае объект контроля рассматривается как детерминированный. Эти системы осуществляют контроль соотношения между текущим (измеренным) состоянием объекта и установленной «нормой поведения» по известной математической модели объекта. По результатам обработки полученной информации выдается суждение о состоянии объектов контроля. Таким образом, задачей САК является отнесение объекта к одному из возможных качественных состояний, а не получение количественной информации об объекте, что характерно для ИС.

В САК, благодаря переходу от измерения абсолютных величин к относительным (в процентах «нормального» значения), эффективность работы значительно повышается. Оператор САК при таком способе количественной оценки получает информацию в единицах, непосредственно характеризующих уровень опасности в поведении контролируемого объекта (процесса).

Как правило, САК имеют обратную связь, используемую для воздействия на объект контроля. В них внешняя память имеет значительно меньший объем, чем объем памяти ИС, так как обработка и представление информации ведутся в реальном ритме контроля объекта.

Объем априорной информации об объекте контроля в отличие от ИС достаточен для составления алгоритма контроля и функционирования самой САК, предусматривающей выполнение операций по обработке информации. Алгоритм функционирования САК определяется параметрами объекта контроля.

Например, существуют параметры, кратковременное отклонение которых от «нормального» значения может повлечь за собой возникновение аварийной ситуации; кратковременное отклонение других параметров существенно не влияет на нормальный ход процесса и поведение объекта; третья группа параметров используется для расчета технико-экономических показателей (расход сырья, выход основного продукта и т. д.).

По сравнению с ИС эксплуатационные параметры САК более высокие: длительность непрерывной работы, устойчивость и воздействие промышленных помех, климатические и механические воздействия.

В настоящее время в основу классификации САК положена общая классификация ИИС с учетом специфики функций, выполняемых САК. Системы автоматического контроля могут быть встроенные в объект контроля и внешние по отношению к нему. Первые преимущественно применяются в сложном радиоэлектронном оборудовании и входят в комплект такого оборудования. Вторые обычно более универсальны.

*Системы технической диагностики (СТД)* относятся к классу ИИС, так как здесь обязательно предполагается выполнение измерительных преобразований, совокупность которых составляет базу для логической процедуры диагноза. Цель диагностики – определение класса состояний, к которому принадлежит состояние обследуемого объекта.

Диагностику следует рассматривать как совокупность множества возможных состояний объекта, множества сигналов, несущих информацию о состоянии объекта, и алгоритмы их сопоставления. Объектами технической диагностики являются технические системы. Элементы любого технического объекта обычно могут находиться в двух состояниях: работоспособном и неработоспособном. Поэтому задачей систем технической диагностики является определение работоспособности элемента и локализация неисправностей.

Основные этапы реализации СТД:

- выделение состояний элементов объекта диагностики контролируемых величин, сбор необходимых статистических данных, оценка затрат труда на проверку;
- построение математической модели объекта и разработка программы проверки объекта;
- построение структуры диагностической системы.

Элементы объекта диагноза, как правило, недоступны для непосредственного наблюдения, что вызывает необходимость проведения процедуры диагноза без разрушения объекта. В силу этого в СТД преимущественно применяются косвенные методы измерения и контроля.

В отличие от ИС и САК система технической диагностики имеет иную организацию элементов структуры и другой набор используемых во входных цепях устройств и преобразователей информации. Входящий в состав структуры СТД набор средств обработки, анализа и представления информации может оказаться значительно более развитым, чем в ИС и САК. В СТД определение состояния объекта осуществляется программными средствами диагностики. При поиске применяется комбинационный или последовательный метод.

При комбинационном поиске выполняется заданное число проверок независимо от порядка их осуществления. Последовательный поиск связан с анализом результатов каждой проверки и принятием решения на проведение последующей проверки.

Системы технической диагностики подразделяют на специализированные и универсальные. По целевому назначению различают диагностические и прогнозирующие СТД. Диагностические системы предназначены для установления точного диагноза, то есть для обнаружения факта неисправности и локализации места неисправности.

Прогнозирующие СТД по результатам проверки в предыдущие моменты времени предсказывают поведение объекта в будущем.

По виду используемых сигналов СТД подразделяют на аналоговые и кодовые.

По характеру диагностики или прогнозирования различают статистические и детерминированные СТД. При статистической оценке объекта решение выносится на основании ряда измерений или проверок сигналов, характеризующих объект. В детерминированной СТД параметры измерения реального объекта сравниваются с параметрами образцовой системы (в СТД должны храниться образцовые параметры проверяемых узлов).

Системы технической диагностики подразделяют также на автоматические и полуавтоматические, а по воздействию на проверяемые объекты они могут быть пассивными и активными. В пассивной СТД результат диагностики представляется на световом табло либо в виде регистрационного документа, то есть результатом проверки является только сообщение о неисправности. При активной проверке СТД автоматически подключает резерв или осуществляет регулирование параметров отдельных элементов. Конструктивно СТД подразделяют на автономные и встроенные (или внешние и внутренние).

*Системы распознавания образов (СРО)* предназначены для определения степени соответствия между исследуемым объектом и эталонным образом. Для задач классификации биологических объектов и

дактилоскопических снимков, опознавания радиосигналов и других создаются специальные системы распознавания образов. Эти системы осуществляют распознавание образов через количественное описание признаков, характеризующих данный объект исследования.

Процесс распознавания реализуется комбинацией устройств обработки и сравнения обработанного изображения (описания образа) с эталонным образом, находящимся в устройстве памяти. Распознавание осуществляется по определенному, заранее выбранному, решающему правилу. При абсолютном описании образа изображение восстанавливается с заданной точностью, а относительное описание с набором значений отличительных признаков (например, спектральных характеристик), не обеспечивает полного воспроизведения изображения.

Как пример СРО можно привести голографические распознающие системы (РС). В этих системах распознавание изображений осуществляется с относительно высокой скоростью (от  $10^3$  до  $10^6$  изображений в секунду благодаря параллельному анализу голограмм). Голографические РС нашли широкое применение при поиске химических элементов по спектрам их поглощения и в навигации при определении положения объекта по наземным ориентирам. В голографических РС удачно сочетаются высокая производительность оптических методов сбора и обработка информации с логическими и вычислительными возможностями ЭВМ.

*Телеизмерительные информационные системы (ТИИС)* отличаются от ранее рассмотренных в основном длиной канала связи. Канал связи является наиболее дорогой и наименее надежной частью этих систем, поэтому для ТИИС резко возрастает значение таких вопросов, как надежность передачи информации. Телеизмерительные ИИС могут быть одно- или многоканальными. Они предназначаются для измерения параметров сосредоточенных и рассредоточенных объектов.

В зависимости от того, какой параметр несущего сигнала используется для передачи информации, можно выделить ТИИС:

- интенсивности, в которых несущим параметром является значение тока или напряжения;
- частотные (частотно-импульсные), в которых измеряемый параметр меняет частоту синусоидальных колебаний или частоту следования импульсов;
- времяимпульсные, в которых несущим параметром является длительность импульсов, к ним же относятся фазовые системы, в которых измеряемый параметр меняет фазу синусои-

дальнего сигнала или сдвиг во времени между двумя импульсами;

- кодовые (кодоимпульсные), в которых измеряемая величина передается какими-либо кодовыми комбинациями.

Системы интенсивности подразделяются на системы тока и системы напряжения в зависимости от того, какой вид сигнала используется для информации. Этим системам присущи сравнительно большие погрешности, и они используются при передаче информации на незначительное расстояние.

Частотные ТИИС имеют большие возможности, поскольку в них практически отсутствуют погрешности, обусловленные влиянием линий связи, и возрастает дальность передачи информации по сравнению с системами интенсивности.

Времяимпульсные системы по длительности применяемых для передачи импульсов подразделяют на две группы: системы с большим периодом (от 5 до 50 с) и системы с малым периодом (менее десятых долей секунды).

Длиннопериодные системы применяются в основном для измерения медленно меняющихся неэлектрических величин (уровень жидкости, давление газов и др.).

Короткопериодные системы имеют большое быстродействие. Для передачи коротких импульсов требуется большая полоса частот, пропускаемая каналом связи. В силу этого такие системы с проводными линиями связи (ЛС) используются редко.

В последнее время получили широкое развитие адаптивные ТИИС, в которых алгоритмы работы учитывают изменение измеряемой величины или окружающих условий (воздействий).

Основная цель применения адаптивных ТИИС состоит в исключении избыточности выдаваемой системой измерительной информации и в сохранении или оптимизации метрологических характеристик (помехоустойчивости, быстродействия, погрешностей) при изменении условий измерительного эксперимента.

В адаптивных ТИИС используются алгоритмы адаптивной дискретизации и могут быть использованы алгоритмы адаптивной аппроксимации.

### **9.3. Характеристики измерительных систем**

Важнейшими характеристиками ИС являются эффективность, полнота выполняемых функций, достоверность, надежность, быстродей-

ствие, характеристики входов и выходов, метрологические характеристики.

Под эффективностью понимается улучшение работы объекта при использовании системы. Ограничимся рассмотрением экономической эффективности систем, представляющих наибольший интерес для народного хозяйства. Приращение экономической эффективности можно выразить формулой:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2,$$

где  $\mathcal{E}_1$  – экономический эффект от объекта в заданный промежуток времени без ИС;  $\mathcal{E}_2$  – экономический эффект от объекта в тот же заданный промежуток времени с применением ИС.

Экономический эффект целесообразно рассчитывать по общепризнанному критерию полных затрат. Для сравнения различных измерительных систем удобнее использовать нормированный показатель эффективности, называемый коэффициентом эффективности:

$$\eta = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_1},$$

где  $\mathcal{E}_n$  – экономический эффект от объекта при использовании идеальной измерительной системы, выполняющей идеально все функции и при отсутствии на это затрат.

Коэффициент эффективности изменяется в пределах  $0 < \eta < 1$ , который определяется и уточняется на нескольких этапах проектирования и эксплуатации системы. На этапах проектирования производится предварительная оценка по ожидаемым данным, которая уточняется после ввода ИИС в эксплуатацию.

Полнота (глубина) выполняемых функций показывает, какая часть контролируемого или управляемого объекта охвачена измерительной системой.

Коэффициент, характеризующий полноту:

$$P = N_k / N,$$

где  $N$  – общее число параметров объекта (например, контроля, измерения, управления),  $N_k$  – число параметров объекта, охваченных ИС.

Во многих случаях целесообразно использовать информационный критерий полноты

$$\Pi = \frac{I_c}{I_o},$$

где  $I_c$  – количество информации о состоянии объекта в параметрах, охваченных системой;  $I_o$  – общее количество информации о состоянии объекта во всех параметрах контроля, измерения и управления.

При этом все параметры объекта принимаются равнозначными, что существенно упрощает задачу за счет несовершенства отображающей ее модели. Тем не менее, для ориентировочной предварительной оценки такой подход, допустим, отражает степень доверия к информации в системе.

Достоверность относится к обобщенным характеристикам. Требования, предъявляемые к этому показателю, являются исходными для обоснования частных характеристик системы. Наиболее существенный фактор достоверности – точность измерения контролируемых параметров, глубина контроля, надежность и помехоустойчивость работы всех устройств. С уменьшением достоверности возрастает вероятность неработоспособного состояния объекта контроля, измерения, управления при информации в системе в пределах допусков.

Характерный пример низкой достоверности – работа с низкой помехоустойчивостью в условиях помех. Аналогичная ситуация возникает при неудовлетворительной надежности системы или при недопустимо малой точности измерений. Универсальный критерий для определения достоверности различных измерительных систем еще не разработан, поэтому ограничимся методикой определения достоверности в отдельно рассматриваемой системе.

Критерий надежности и его числовые характеристики выбирают с учетом особенностей назначения ИС и характера решаемых задач. К основным критериям надежности систем относятся:

- ✓ средняя наработка на отказ  $t$ ;
- ✓ среднее время восстановления  $t_{cp}$ ;
- ✓ средняя наработка до отказа  $t_0$ ;
- ✓ интенсивность отказов  $\lambda$ ;
- ✓ вероятность безотказной работы системы  $P(t)$  в течение заданного времени  $t$  (вероятность восстановления  $F(tB)$ );
- ✓ вероятность завершения проверки объекта или группы объектов (вероятность восстановления  $F(tB)$ ) в течение заданного времени;
- ✓ коэффициент готовности системы  $K$ .

С целью уменьшения влияния ненадежности на работоспособность системы используют два основных метода самоконтроля в измерительной системе: программный и схемный аппараты.

Схемный метод (самоконтроль) требует дополнительного оборудования (аппаратуры) для проверки системы. Одной из разновидностей схемного самоконтроля является применение кодов с обнаружением и исправлением ошибок. Методы самоконтроля требуют временной информационной или аппаратурной избыточности.

Быстродействие характеризуется средним временем выполнения операций (измерения, контроля, управления, диагностики, поиска и т. п.). Для циклических систем быстродействие характеризуется временем цикла.

#### **9.4. Структурные схемы информационно-измерительных систем**

Исходя из функций ИИС, основными из которых являются получение измерительной информации от объекта исследования, ее обработка, представление информации оператору или ЭВМ, формирование управляющих воздействий на объект исследования, на рис. 9.3 представлена обобщенная структурная схема ИИС, содержащая следующие устройства:

- устройство измерения, включающее в себя первичные и вторичные измерительные преобразователи и собственно измерительное устройство, выполняющее операции сравнения с мерой, квантование, кодирование; в это же устройство может входить и коммутатор;
- устройство обработки измерительной информации, выполняющее обработку измерительной информации по определенному алгоритму (сокращение избыточности, математические операции, модуляция и т. п.);
- устройство хранения информации;
- устройство представления информации в виде регистраторов и индикаторов;
- устройство управления, служащее для организации взаимодействия всех узлов ИИС;
- устройство воздействия на объект, включающее в себя генераторы стимулирующих воздействий

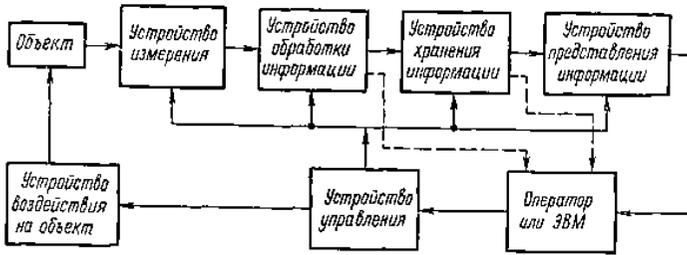


Рис. 9.3. Структурная схема информационно-измерительной системы

Информация от ИИС может выдаваться оператору или поступать в ЭВМ. Оператор и ЭВМ могут воздействовать на устройство управления ИИС, меняя соответственно программу ее работы. В ряде ИИС некоторые устройства и связи могут отсутствовать или видоизменяться. Так, могут отсутствовать устройства воздействия на объект, хранения и обработки информации. При наличии в составе ИИС ЭВМ информация к ЭВМ может поступать непосредственно от устройств обработки или (и) хранения.

В зависимости от способа организации передачи информации между функциональными узлами ( $\PhiУ$ ), являющимися приемниками и передатчиками информации, различают цепочечную, радиальную и магистральную структуры ИИС.

В ИИС с цепочечной структурой (рис. 9.4,а) передача информации осуществляется последовательно от одного  $\PhiУ$  к другому, а все  $\PhiУ$  выполняют заранее заданную операцию над входным сигналом. ИИС с такой структурой относительно проста, но функциональные возможности ее ограничены.

В ИИС с радиальной структурой (рис. 9.4,б) обмен сигналами между  $\PhiУ$  происходит через центральное устройство управления – контроллер, который задает режим работы  $\PhiУ$ , изменяет число и состав взаимодействующих  $\PhiУ$ , а также связи между ними, что приводит к изменению функций ИИС. В этой структуре каждый  $\PhiУ$  подключается к контроллеру посредством индивидуальных шин. Недостатком радиальной структуры является усложнение контроллера при увеличении числа  $\PhiУ$ .

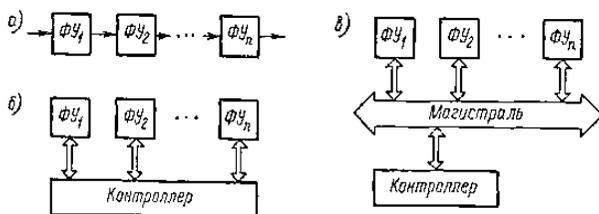


Рис. 9.4. Цепочечная (а), радиальная (б) и магистральная (в) структурные схемы передачи данных

В ИИС с магистральной структурой (рис. 9.4,в) существует общая для всех  $\PhiУ$  магистраль, по которой передаются сигналы взаимодействия  $\PhiУ$ . Такая структура позволяет легко наращивать число функциональных узлов в системе.

Существуют также радиально-цепочечные и радиально-магистральные структуры, представляющие собой комбинации рассмотренных структур.

Физические величины, измеряемые и контролируемые с помощью ИИС, весьма разнообразны. Для того чтобы ИИС были универсальными, то есть пригодными для измерения и контроля разнообразных величин, измеряемые и контролируемые величины представляют унифицированными электрическими сигналами. Унификация заключается в линеаризации зависимости информативного параметра сигнала от измеряемой величины и в приведении максимального и минимального размера информативного параметра к заданным значениям.

В ИИС применяют следующие унифицированные сигналы:

1. Непрерывные сигналы в виде постоянных и переменных токов и напряжений, параметры которых (мгновенные, средние, действующие значения, частота, период, угол фазового сдвига между двумя переменными токами или напряжениями) являются информативными параметрами. Диапазоны изменения параметров некоторых непрерывных унифицированных сигналов нормированы государственными стандартами. Эти сигналы называют нормированными. Приведение (нормирование) параметров сигналов к определенному уровню осуществляется так называемыми нормирующими измерительными преобразователями.

2. Импульсные сигналы в виде серии импульсов постоянного тока, параметры которых (амплитуда, частота, длительность импульсов или интервалов) являются информативными параметрами.

3. Кодово-импульсные сигналы, например, в виде импульсов постоянного тока или напряжения, комбинации которых передают значения кодированных измеряемых величин.

Применение тех или иных унифицированных сигналов зависит от требуемых характеристик ИИС, вида канала связи, формы представления измерительной информации (аналоговая или цифровая), используемой элементной базы и др.

#### 9.4.1. Многоканальные измерительные системы

Эти системы представляют собой один из самых распространенных видов ИС и содержат в каждом измерительном канале полный набор элементов (рис. 9.5).

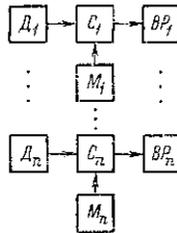


Рис. 9.5. Структурная схема многоканальной измерительной системы

Многоканальные ИС обладают наиболее высокой надежностью, наиболее высоким быстродействием при одновременном получении результатов измерений, возможностью индивидуального подбора средств измерений к измеряемым величинам, что исключает иногда необходимость унификации сигналов. Недостаток таких систем – повышенная сложность и стоимость. Имеются также трудности в организации рационального представления измерительной информации оператору.

#### 9.4.2. Сканирующие измерительные системы

Эти системы последовательно во времени выполняют измерения множества величин с помощью одного канала измерения и содержат один набор элементов и так называемое сканирующее устройство (*СкУ*) (рис. 9.6), которое перемещает датчик (называемый в этом случае сканирующим датчиком) в пространстве, причем траектория движения датчика может быть заранее запрограммирована (пассивное сканирование)

либо может изменяться в зависимости от полученной в процессе сканирования информации (активное сканирование).

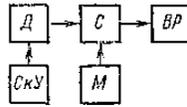


Рис. 9.6. Структурная схема сканирующей измерительной системы

Сканирующие ИС применяют в случае, когда измеряемая величина распределена в пространстве. При исследовании параметрических полей (температур, давлений, механических напряжений и т. д.) такие ИС дают количественную оценку значений параметров полей в заданных точках. Иногда с помощью сканирующих ИС определяют экстремальные значения параметров исследуемых полей либо находят места равных значений этих параметров. Недостатком этих ИС является относительно малое быстродействие из-за последовательного выполнения операций измерения для всех измеряемых величин.

### 9.4.3. Мультиплицированные измерительные системы

Эти системы позволяют в течение одного цикла изменения известной величины (развертки) выполнить сравнение со всеми измеряемыми величинами, то есть определить множество величин без применения коммутирующих узлов. Мультиплицированные системы содержат в каждом измерительном канале элементы  $Д$ ,  $С$ ,  $ВР$  и общий для всех каналов элемент  $М$  (рис. 9.7). Мультиплицированные ИС называют еще системами с развертывающим уравниванием.

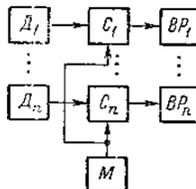


Рис. 9.7. Структурная схема мультиплицированной измерительной системы

Обычно в этих системах измеряемая величина  $x$  сравнивается с линейно изменяющейся величиной  $x_k$ . Если зафиксировать момент начала развертки и момент равенства  $x$  и  $x_k$ , то может быть сформирован интервал  $t_x$ , пропорциональный значению  $x_k$  в момент равенства  $x$  и  $x_k$ . В системе с числом измерительных каналов, большим одного, при необходимости выдачи результата на одно общее устройство регистрации или индикации могут возникнуть трудности в разделении сигналов от элементов сравнения  $C$ .

В этом случае рабочий диапазон сигнала  $x_k$  делят на зоны по числу измеряемых величин, причем каждой измеряемой величине соответствует своя зона. При этом, кроме момента равенства  $x$  и  $x_k$ , должны фиксироваться моменты достижения сигнала  $x_k$  нижней границы каждой зоны.

Если измеряемые величины  $\{x_i\}_1^n$  сравниваются со ступенчато изменяющейся величиной  $x_k$ , то значительно упрощается получение результата измерения в цифровом виде.

На рис. 9.8 показана мультиплицированная ИС, где мера  $M$  содержит цифро-аналоговый преобразователь ( $ЦАП$ ), пересчетную схему ( $ПС$ ), генератор импульсов  $G$ , входы остановки и запуска которого через логические элементы ИЛИ, реализующие операцию логического сложения, соединены соответственно с выходами элементов сравнения ( $C$ ) и выдачи результатов ( $BP$ ). В момент равенства измеряемой величины одного или нескольких измерительных каналов и известной величины на выходе ( $ЦАП$ ) соответствующие элементы сравнения срабатывают и генератор  $G$  останавливается. На выходе ( $ПС$ ) окажется значение измеренных величин в коде, подаваемое на элементы ( $BP$ ) (индикаторы, регистраторы и т. п.). По окончании выдачи результата генератор вновь запускается и работа системы продолжается. При общем для всех измерительных каналов элементе ( $BP$ ) (например, при вводе информации в ЭВМ) одновременно с регистрацией значений измеряемой величины необходимо фиксировать номер датчика или применять иные способы, позволяющие относить полученные результаты измерения к соответствующим датчикам.

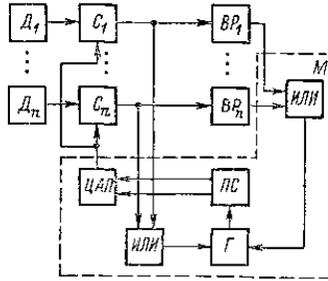


Рис. 9.8. Структурная схема мультиплицированной цифровой измерительной системы

Мультиплицированные системы имеют меньшее число элементов по сравнению с ИС параллельного действия и при наличии индивидуальных элементов  $BP$  могут обеспечить практически такое же быстродействие. Недостатком мультиплицированных ИС является большое число элементов сравнения, равное числу измеряемых величин. При измерениях сигналов низкого уровня элементы сравнения обычно значительно усложняются.

#### 9.4.4. Многоточечные измерительные системы

Эти системы применяют для исследований сложных объектов с большим числом измеряемых величин. Число измерительных каналов в таких системах может достигать нескольких тысяч. Многократное последовательное использование отдельных узлов измерительного тракта приводит к последовательно-параллельному принципу действия таких систем и к минимальной сложности ИС.

Для согласования действия узлов ИС, работающих параллельно и последовательно во времени, в таких системах применяют измерительные коммутаторы ( $ИК$ ) для коммутации аналоговых сигналов датчиков ( $Д$ ) (рис. 9.9). Измерительные коммутаторы должны обладать заданными метрологическими характеристиками (погрешность коэффициента передачи, быстродействие коммутатора и др.).

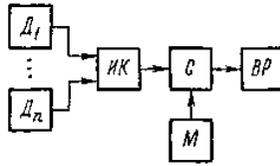


Рис. 9.9. Структурная схема многоточечной измерительной системы

Относительная погрешность коэффициента передачи коммутатора определяется по формуле:

$$\delta = (A_{ВЫХ} - A_{ВХ}) / A_{ВХ} = A_{ВЫХ} / A_{ВХ} - 1 = \beta_k - 1,$$

где  $A_{ВЫХ}$ ,  $A_{ВХ}$  – информационные параметры сигналов на выходе и входе коммутатора;  $\beta_k$  – коэффициент передачи коммутатора.

Погрешность  $\delta$  определяется, главным образом, остаточными параметрами ключевых элементов, используемых в коммутаторе, а именно остаточными ЭДС и сопротивлениями замкнутого и разомкнутого ключей. Погрешность зависит также от числа измерительных каналов и от выходного сопротивления датчика и входного сопротивления следующего после коммутатора узла (например, элемента  $C$ ).

Быстродействие коммутатора обычно определяется допустимым числом переключений в секунду и зависит, прежде всего, от применяемых элементов.

Наибольшее распространение получили электронные коммутаторы, состоящие из ключей и устройства управления. Коммутаторы могут быть одноступенчатые и многоступенчатые. Число ступеней коммутации зависит от числа датчиков, а также от условий эксплуатации ИС.

Достоинством многоточечных ИС является меньшее количество оборудования по сравнению с многоканальными системами, возможность наращивания числа измерительных каналов за счет коммутатора. Недостатком этих систем по сравнению с рассмотренными выше ИС является пониженное быстродействие при большом числе опрашиваемых датчиков и некоторое снижение точности за счет остаточных параметров ключей коммутатора.

## 9.5. Телеизмерительные системы

В различных областях науки и техники возникает необходимость осуществлять измерения на объектах, находящихся на значительном расстоянии от средств представления или последующей обработки (например, с помощью ЭВМ) информации. Такая необходимость возникает при измерениях параметров движущихся объектов, при измерениях параметров объектов, рассредоточенных по площади (большие промышленные предприятия, газо- и нефтепроводы), а также при измерениях параметров объектов, непосредственное нахождение человека около которых является невозможным (например, объекты атомной энергетики). Все эти, а также многие другие задачи решают телеизмерительные системы (ТИС).

Отличие ТИС от измерительных систем ближнего действия заключается в наличии у ТИС специального канала связи. Под каналом связи понимают совокупность технических средств, необходимых для передачи информации от различных источников. Одной из основных частей канала связи является линия связи, под которой понимается физическая среда, по которой передается информация на значительное расстояние. Различают проводные линии связи, радиолинии и оптические линии связи. Основная характеристика канала связи – полоса пропускания частот, которая зависит от вида канала связи и наличия помех.

Для передачи информации от нескольких источников по одной линии связи применяют различные принципы разделения каналов. Наиболее часто используют временное и частотное разделение каналов.

При временном разделении происходит последовательная передача по линии связи значений отдельных измеряемых величин. В таких ТИС разделение измерительных каналов производится с помощью коммутаторов.

При частотном разделении возможна одновременная (параллельная) передача по линии связи значений нескольких измеряемых величин. Для передачи каждой величины используют определенную, для каждой величины свою, полосу частот.

В зависимости от информативного параметра сигнала, которым передается значение измеряемой величины по линии связи, ТИС делят на токовые, частотные, времяимпульсные и цифровые системы.

### ***9.5.1. Токовые телеизмерительные системы***

В токовых ТИС, называемых еще системами интенсивности, размер измеряемой величины передается по проводным линиям связи

постоянным током (0–5 мА), вырабатываемым преобразователем (*П*) (рис. 9.10).

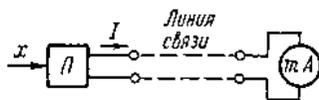


Рис. 9.10. Структурная схема токовой телеизмерительной системы

На принимающей стороне такой ТИС обычно устанавливается магнитоэлектрический миллиамперметр. Токовые ТИС являются наиболее простыми, а потому дешевыми и надежными. В одноканальной ТИС (рис. 9.10) миллиамперметр на принимающей стороне не реагирует на помехи в линии связи, так как среднее значение помех обычно равно нулю.

В многоканальных ТИС применяют временное разделение каналов, т. е. на передающей и принимающей сторонах ТИС устанавливают измерительные коммутаторы, а принимающие приборы, кроме того, снабжают блоками памяти для хранения показания до очередного подключения коммутатора. При этом система значительно усложняется, а быстродействие ее ограничивается необходимостью усреднения помехи. Поэтому в многоканальных токовых ТИС применяют только спорадическую коммутацию измерительных каналов, то есть коммутацию по вызову оператора.

Дальность действия токовых ТИС ограничивается погрешностью, вносимой непостоянством параметров линии связи (сопротивления проводов и изоляции между проводами). Практически по воздушным линиям связи дальность действия ТИС составляет 7–10 км, по кабельным каналам – 20–25 км.

### 9.5.2. Частотные телеизмерительные системы

В частотных ТИС значения измеряемых величин передаются по линии связи частотой синусоидального тока или импульсов постоянного тока. Передача «частотных» сигналов может осуществляться как по проводным линиям связи, так и по другим линиям. Возможна параллельная передача нескольких значений измеряемых величин по одной линии связи путем частотного разделения измерительных каналов.

Обобщенная структурная схема одного канала частотной ТИС приведена на рис. 9.11.

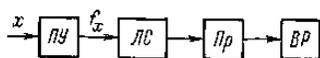


Рис. 9.11. Структурная схема частотной телеизмерительной системы

Частота переменного тока (или импульсов постоянного тока)  $f_x$  на выходе передающего устройства *ПУ* обычно зависит от измеряемой величины:  $f_x = f_{\min} + k_1 x$  или  $f_x = f_{\min} + k_2 (f_{\max} - f_{\min})$ , где  $f_{\min}$  и  $f_{\max}$  – минимальная и максимальная частоты сигнала;  $k_1$  и  $k_2$  – коэффициенты преобразования. Переданный по линии связи (*ЛС*) частотный сигнал преобразуется приемником (*Пр*) либо в аналоговый сигнал (ток или напряжение) для получения значения измеряемой величины аналоговым прибором, либо в код для выдачи результата измерения в цифровой форме. Воспроизведение результатов измерения в той или иной форме осуществляется блоком выдачи результатов (*ВР*).

В настоящее время частотные системы широко распространены как системы дальнего действия – сотни километров. Из-за перекрестных искажений и помех по соседнему частотному каналу число одновременно передаваемых сообщений в настоящее время не превышает 18.

В времяимпульсных телеизмерительных системах значение измеряемой величины передается по линии связи длительностью импульсов постоянного тока или интервалами между импульсами. Длительность импульсов обычно определяется следующей зависимостью:

$$\tau = \tau_{\min} + \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} (x - x_{\min}),$$

где  $\tau_{\min}$  и  $\tau_{\max}$  – минимальная и максимальная длительности импульса;  $x$  – измеряемая величина с минимальным  $x_{\min}$  и максимальным  $x_{\max}$  значениями. Период повторения импульсов должен превышать  $x_{\max}$ .

Структурная схема многоканальной времяимпульсной системы с временным разделением каналов, представленная на рис. 9.12, содержит на передающей стороне измерительный коммутатор (*ИК*) и время-импульсный преобразователь (*ВИП*), то есть преобразователь унифицированного напряжения  $U_1 - U_n$  (или тока) во временной интервал. На принимающей стороне система содержит преобразователь временного интервала в код (*ПВК*), кодовый переключатель (*КП*), регистры ( $P_{21} - P_{2n}$ ), запоминающие коды каждого канала, узел выдачи результатов (*ВР*), который может быть единым многоканальным блоком либо представлять

собой набор индивидуальных средств представления информации (индикация, регистрация).

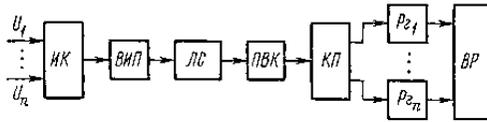


Рис. 9.12. Структурная схема времяимпульсной телеизмерительной системы с временным разделением каналов

Времяимпульсные ТИС относят к системам дальнего действия; с радиоканалом дальность действия такой системы составляет сотни и даже тысячи километров.

### 9.5.3. Цифровые телеизмерительные системы

В цифровых ТИС, называемых еще кодово-импульсными системами, значение измеряемой величины передается по линии связи кодовой комбинацией в виде комбинации импульсов. Наиболее часто применяется двоичный код, который на принимающей стороне преобразуется в единично-десятичный код, более удобный для цифрового воспроизведения измеряемой величины.

Помехи в линии связи могут привести к искажению кода, а следовательно, и к погрешности измерения. Для повышения помехозащищенности ТИС применяют специальные коды – с обнаружением и исправлением ошибок, вызванных помехами. Принцип построения таких кодов базируется на создании избыточности кодовых комбинаций, и из всех возможных кодовых комбинаций выбирается та часть, которая подчиняется определенному закону. Остальные комбинации считаются запрещенными. Это позволяет исключать некоторые кодовые комбинации, подвергшиеся действию помех. При таком построении кодов может быть выявлена лишь часть ошибок, так как не исключена возможность перехода под действием помех одной разрешенной комбинации в другую.

На рис. 9.13. приведена одна из возможных структурных схем передающего устройства цифровой ТИС. Унифицированные сигналы, например напряжения ( $U_1 - U_n$ ), от измерительных преобразователей (на схеме не показаны) поступают на входы измерительного коммутатора (ИК), поочередно подключающего эти сигналы к аналого-цифровому преобразователю (АЦП). Параллельный код с выхода (АЦП) подается на

преобразователь (ПК) параллельного кода в последовательный, который управляет также формирователем контрольных символов (ФКС) для образования помехозащищенного кода и переводит (ИК) в следующее положение, а также формирует так называемую синхросерию – код, используемый для цикловой синхронизации приемника. Частота опроса измеряемых величин задается генератором тактовых импульсов (ГТИ). Последовательный код от (ПК) и (ФКС) через выходное устройство (ВУ) поступает в линию связи.

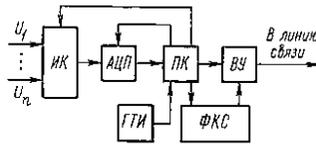


Рис. 9.13. Структурная схема передающего устройства цифровой телеизмерительной системы

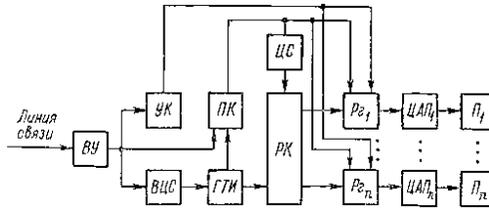


Рис. 9.14. Структурная схема принимающего устройства цифровой телеизмерительной системы

Приемное устройство цифровой ТИС в качестве средств представления информации может содержать столько аналоговых приборов, сколько измеряемых величин, либо цифровые приборы и регистраторы. При использовании аналоговых приборов устройство существенно проще. На рис. 9.14 приведена возможная структурная схема такого приемника. Код линии связи поступает во входное устройство (ВУ), в котором восстанавливаются импульсы кода, искаженные в линии связи. Из устройства (ВУ) кодовые сигналы поступают в преобразователь (ПК) последовательного кода в параллельный и через запоминающие регистры ( $P_{Z1} - P_{Zn}$ ) – на цифро-аналоговые преобразователи ( $ЦАП_1 - ЦАП_n$ ). Выходные сигналы ( $ЦАП$ ) поступают на приборы ( $П_1 - П_n$ ). Узел цикловой синхронизации (ЦС) выделяет синхроимпульсы и устанавливает

распределитель каналов (*PK*) в исходное положение, который поочередно разрешает запись в регистры ( $P_{z_1} - P_{z_n}$ ) синхронно и синфазно с измерительным коммутатором передающего устройства, поскольку генератор тактовых импульсов (*ГТИ*) синхронизирован блоком внутрицикловой синхронизации (*ВЦС*) с генератором передающего устройства. При поступлении из линии связи неискаженной кодовой комбинации устройство контроля (*УК*) выдает сигнал разрешения на все регистры ( $P_{z_1} - P_{z_n}$ ), но записывается код только в тот регистр, на который подан разрешающий сигнал с (*PK*).

Наиболее существенными достоинствами цифровых ТИС являются высокие метрологические характеристики, возможность работы по различным каналам связи, высокая помехозащищенность и возможность вывода информации в ЭВМ. Недостаток цифровых ТИС – относительная сложность.

### **9.6. Системы автоматического контроля и технической диагностики**

Системы автоматического контроля (САК) и системы технической диагностики (СТД) являются разновидностями ИИС, с помощью которых осуществляется контроль за состоянием различных объектов.

Отличием СТД от САК является то, что СТД не только выдает информацию об исправности или неисправности контролируемого объекта, но и указывает место неисправности. Практически любая СТД имеет в своем составе устройство воздействия на объект в виде генераторов стимулирующих воздействий, в то время как САК может не иметь таких устройств.

Современные САК делят на системы, в которых осуществляется непрерывный контроль параметров объекта, и системы с дискретным последовательным контролем этих параметров. Система с непрерывным контролем параметров объекта, структурная схема канала которой представлена на рис. 9.15, содержит в каждом канале контроля сравнивающее устройство (*СУ*) и устройство индикации отклонений (*ИО*), причем число этих устройств в каждом канале зависит от числа установленных границ изменения параметра.

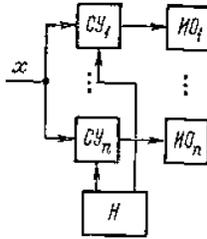


Рис. 9.15. Структурная схема одного канала системы автоматического контроля с непрерывным контролем

Практически таких границ (норм) может быть от одной до четырех: предупредительная «меньше», предупредительная «больше», аварийная «меньше» и аварийная «больше». Устройство выработки и хранения норм ( $H$ ) может быть общим для многих каналов или индивидуальным для отдельных каналов. Системы с непрерывным контролем требуют большого количества оборудования и потому применяются только для контроля наиболее ответственных параметров, для которых необходимо обеспечить высокую надежность контроля и своевременность выдачи результата контроля.

Системы автоматического контроля с дискретным последовательным контролем являются наиболее распространенными. Они требуют меньшего количества оборудования и потому более дешевы. Структурная схема такой системы представлена на рис. 9.16.

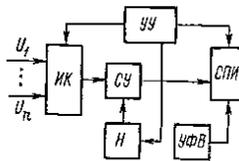


Рис. 9.16. Структурная схема системы автоматического контроля с дискретным контролем

Контролируемые величины, преобразованные в унифицированные сигналы, например напряжения ( $U_1 - U_n$ ) через измерительный коммутатор ( $ИК$ ) поочередно поступают на сравнивающее устройство ( $СУ$ ), где сравниваются с нормами. При наличии нескольких норм у одного контролируемого параметра норма может меняться во время контроля данного параметра. Изменение норм и переключение ( $ИК$ ) осуще-

ствляется с помощью устройства управления (*УУ*). Средство представления информации (*СПИ*) может содержать устройства индикации отклонений (общие, групповые или индивидуальные) и устройства цифровой регистрации. Кроме суждений о состоянии контролируемого параметра, *СПИ* также выдает и регистрирует номер контролируемого канала (от *УУ*) и время наступления события (от устройства формирования сигналов времени (*УФВ*)).

Недостаток этих систем – большая избыточность операций контроля, так как частота проведения контроля выбирается с учетом экстремальных динамических свойств контролируемых параметров. В то же время из-за недостаточности предварительных сведений о динамических свойствах объекта или невозможности построения САК в соответствии с этими экстремальными свойствами может возникнуть ситуация, когда один или несколько параметров выйдут за пределы норм вследствие ожидания обслуживания и может быть пропущен предаварийный или даже аварийный режим работы объекта.

Выпускаемые промышленностью САК обычно являются комбинированными, то есть наиболее важные параметры контролируются непрерывно, а по всем остальным параметрам осуществляется дискретный последовательный контроль.

По целевому назначению системы технической диагностики (СТД) делят на собственно диагностические и прогнозирующие. Собственно диагностические системы предназначены для установления диагноза, то есть для обнаружения неисправности или подтверждения исправности проверяемого объекта. Прогнозирование является более трудной задачей и заключается в том, что по результатам проверки в предыдущие моменты времени предсказывается поведение объекта в будущем.

По характеру процедуры выработки оценки состояния объекта диагностики СТД делят на статистические и детерминированные. При статистической оценке состояния объекта решение выносится на основании измерений или проверок сигналов, характеризующих объект, а при детерминированной – параметры проверяемого объекта сравнивают с параметрами объекта, принятого за образцовый. Обычно вместо образцового объекта используют сигналы, имитирующие его поведение. Эти сигналы хранятся в соответствующих устройствах СТД.

Существуют следующие виды проверок: функциональная, алгоритмическая и логически-комбинационная. При функциональной проверке выявляют наличие сигнала на выходе объекта при поступлении сигнала на его вход; отсутствие выходного сигнала является отказом.

При алгоритмической проверке в соответствии с алгоритмом работы объекта проверяется последовательность выполнения функций. Логически-комбинационная проверка, называемая также тестовой, позволяет обнаруживать неисправности на любом уровне. На вход проверяемого объекта в этом случае подают специальный диагностический тест, специальные стимулирующие сигналы.

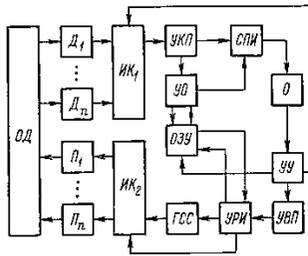


Рис. 9.17. Структурная схема системы технической диагностики

Наиболее сложной задачей, возникающей при диагностике, является задача отыскания узла, вызвавшего неисправность. При этом каждая очередная проверка должна выполняться с учетом функциональной значимости каждого узла, относительных вероятностей возможных причин неисправности, относительных затрат времени, необходимого для осуществления проверки, а также полученной ранее информации. Существуют различные методы оптимизации программ диагностики, разработанные на основе указанных принципов.

Одна из возможных структурных схем системы технической диагностики представлена на рис. 9.17. Информация от объекта диагностики (ОД) через датчики ( $D_1$ – $D_n$ ) с унифицированными выходными сигналами и измерительный коммутатор ( $ИК_1$ ) поступает на устройство контроля параметров (УКП), содержащее устройства измерения и сравнения параметров с нормами. Результаты контроля поступают в устройство обработки (УО), где могут сравниваться с образцовыми результатами, получаемыми из оперативного запоминающего устройства (ОЗУ). Кроме того, в (ОЗУ) может быть записана программа проверки, поступающая от устройства ввода программы (УВП) через устройство распределения информации (УРИ), которое управляет также работой генератора стимулирующих сигналов (ГСС) и измерительного коммутатора ( $ИК_2$ ), на вход которого подаются напряжения от (ГСС). Эти напряжения с выходов ( $ИК_2$ ) преобразуются преобразователями ( $П_1$ – $П_n$ ) в соответствующую

щие сигналы, воздействующие на (*ОД*). Такими сигналами могут быть как электрические сигналы, так и неэлектрические. Представление информации оператору (*О*) осуществляется средством представления информации (*СПИ*). В зависимости от полученной информации оператор через устройство управления (*УУ*) может воздействовать на *УВП*, изменяя программу проверки.

### **Контрольные вопросы**

1. Назовите, из каких подсистем состоят измерительные информационные системы?
2. Какие основные элементы входят в измерительную систему?
3. Назовите основные цели и задачи, решаемые измерительными информационными системами.
4. Каково назначение систем автоматического контроля?
5. Назовите задачи, решаемые системами технической диагностики.
6. Каково назначение и область применения систем распознавания образов?
7. Назовите основные характеристики измерительных систем.
8. Какие унифицированные сигналы применяют в измерительных информационных системах?
9. Назовите назначение и область применения телеизмерительных систем.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Греческий алфавит

Α α альфа	Η η эта	Ν ν ни, ню	Τ τ тау
Β β бета	Θ θ тетта	Ξ ξ кси	Υ υ ипсилон
Γ γ гамма	Ι ι иота	Π π пи	Φ φ фи
Δ δ дельта	Κ κ каппа	Ο ο омикрон	Χ χ хи
Ε ε э псилон	Λ λ лямбда	Ρ ρ ро	Ψ ψ пси
Ζ ζ дзета	Μ μ ми, мю	Σ σ, ζ сигма	Ω ω омега

### Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименования

Множитель	Приставка	Обозначение приставки	
		русское	международное
$10^{12}$	тера	Т	T
$10^9$	гига	Г	G
$10^6$	мега	М	M
$10^3$	кило	к	k
$10^2$	гекто	г	h
$10^1$	дека	да	da
$10^{-1}$	деци	д	d
$10^{-2}$	санти	с	c
$10^{-3}$	милли	м	m
$10^{-6}$	микро	мк	μ
$10^{-9}$	нано	н	n
$10^{-12}$	пико	п	p
$10^{-15}$	фемто	ф	f
$10^{-18}$	атто	а	a

## Основные единицы международной системы единиц СИ

Величина		Единица		
Наименование	Обозначение	Наименование	Обозначение	
			международное	русское
Длина	L	метр	m	м
Масса	M	килограмм	kg	кг
Время	T	секунда	s	с
Сила электрического тока	I	ампер	A	А
Термодинамическая температура	$\theta$	кельвин	K	К
Количество вещества	N	моль	mol	моль
Сила света	J	канделла	cd	кд

## Дополнительные единицы системы СИ

Величина		Единица		
Наименование	Обозначение	Наименование	Обозначение	
			международное	русское
Угол плоский	$\alpha, \beta, \gamma$	радиан	rad	рад
Угол телесный	$\omega, \Omega$	стерадиан	sr	ср

*Таблица 1.1*

## Шкала силы ветра (условная шкала Бофорта)

Балл	Скорость, м/с	Характеристика ветра	Действие ветра
0	0 – 0,5	штиль	Полное отсутствие ветра; дым из труб поднимается отвесно.
1	0,6 – 1,7	тихий	Дым из труб поднимается не совсем отвесно
2	1,8 – 3,3	легкий	Движение воздуха ощущается лицом; шелестят листья
Балл	Скорость, м/с	Характеристика ветра	Действие ветра
3	3,4 – 5,2	слабый	Колеблются листья и тонкие ветки; развеваются легкие флаги
4	5,3 – 7,4	умеренный	Ветер поднимает пыль и клочья бумаги
5	7,5 – 9,8	свежий	Колеблются ветви деревьев; на воде появляются волны
6	9,9 – 12,4	сильный	Кольшутся большие ветви; Гудят телефонные провода
7	12,5 – 15,2	крепкий	Качаются небольшие стволы деревьев; на море поднимаются волны
8	15,3 – 18,2	очень крепкий	Ломаются ветви деревьев; трудно идти против ветра
9	18,3 – 21,5	шторм	Небольшие разрушения; срываются печные трубы и черепица
10	21,6 – 25,1	сильный шторм	Значительные разрушения; деревья вырываются с корнем
11	25,2 – 29,0	жестокий шторм	Большие разрушения
12	Выше 29	ураган	Производит опустошительные действия
13	39,2	-----	-----
14	43,2	-----	-----
15	48,6	-----	-----
16	53,3	-----	-----
17	58,6	-----	-----

Таблица 1.2

### Шкала землетрясений

Балл	Название землетрясения	Краткая характеристика землетрясения
I	Незаметное	Отмечается только сейсмическими приборами
II	Очень слабое	Ощущается отдельными людьми, находящимися в состоянии полного покоя
III	Слабое	Ощущается небольшой частью населения
Балл	Название землетрясения	Краткая характеристика землетрясения
IV	Умеренное	Распознается по легкому дребезжанию и колебанию предметов, посуды и оконных стекол, скрипу дверей и стен
V	Довольно сильное	Общее сотрясение зданий, мебели, трещины в оконных стеклах и штукатурке
VI	Сильное	Ощущается всеми. Картины падают со стен. Откалываются куски штукатурки. Легкое повреждение зданий
VII	Очень сильное	Трещины в стенах каменных домов. Антисейсмические и деревянные постройки остаются целы
VIII	Разрушительное	Трещины на крутых склонах и на сырой почве. Памятники сдвигаются с места или опрокидываются. Дома сильно повреждаются.
IX	Опустошительное	Сильные повреждения и разрушения каменных домов
X	Уничтожающее	Крупные трещины на почве. Оползни и обвалы. Разрушение каменных построек. Искривление железнодорожных рельсов
XI	Катастрофа	Широкие трещины в земле. Многочисленные оползни и обвалы. Каменные дома полностью разрушаются
XII	Сильная катастрофа	Многочисленные трещины, обвалы, оползни. Возникновение водопадов, подпруд на озерах. Отклонения течения рек. Ни одно сооружение не выдерживает

**Абсолютные и относительные погрешности  
для некоторых математических операций**

Математическая операция	Погрешность	
	абсолютная	относительная
$N = A + B + C \dots$	$\pm (\Delta A + \Delta B + \Delta C \dots)$	$\pm \frac{\Delta A + \Delta B + \Delta C \dots}{A + B + C \dots}$
$N = A - B$	$\pm (\Delta A + \Delta B)$	$\pm \frac{\Delta A + \Delta B}{A - B}$
$N = A \cdot B$	$\pm (A \cdot \Delta B + B \cdot \Delta A)$	$\pm \left( \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} \right)$
$N = A \cdot B \cdot C$	$\pm (B \cdot C \cdot \Delta A + A \cdot C \cdot \Delta B + A \cdot B \cdot \Delta C)$	$\pm \left( \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} \right)$
$N = A^n$	$\pm n \cdot A^{n-1} \cdot \Delta A$	$\pm n \cdot \frac{\Delta A}{A}$
$N = \sqrt[n]{A}$	$\pm \frac{1}{n} \cdot A^{\frac{1}{n}-1} \cdot \Delta A$	$\pm \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta A}{A}$
$N = \frac{A}{B}$	$\pm \frac{B \cdot \Delta A + A \cdot \Delta B}{B^2}$	$\pm \left( \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} \right)$
$N = \sin A$	$\pm \cos A \cdot \Delta A$	$\pm \operatorname{ctg} A \cdot \Delta A$
$N = \cos A$	$\pm \sin A \cdot \Delta A$	$\pm \operatorname{tg} A \cdot \Delta A$
$N = \operatorname{tg} A$	$\pm \frac{\Delta A}{\cos^2 A}$	$\pm \frac{2 \cdot \Delta A}{\sin 2 A}$
$N = \operatorname{ctg} A$	$\pm \frac{\Delta A}{\sin^2 A}$	$\pm \frac{2 \cdot \Delta A}{\sin 2 A}$

Таблица 3.1

## Значение функции Лапласа для различных коэффициентов

$\lambda_p$	$\Phi(k); P$
0,0	0,000
0,5	0,383
1,0	0,683
1,5	0,866
2,0	0,954
2,5	0,988
3,0	0,997
4,0	0,9999

Таблица 3.2

n	v <sub>д</sub>			n	v <sub>д</sub>		
	0,9	0,95	0,99		0,9	0,95	0,99
3	1,412	1,414	1,414	25	2,718	2,880	3,200
5	1,869	1,917	1,972	27	2,749	2,913	3,239
7	2,093	2,182	2,310	29	2,778	2,944	3,275
9	2,238	2,349	2,532	31	2,805	2,972	3,307
11	2,343	2,470	2,689	33	2,830	2,998	3,337
13	2,426	2,563	2,809	35	2,853	3,022	3,364
15	2,523	2,670	2,946	37	2,874	3,044	3,389
17	2,551	2,701	2,983	39	2,894	3,065	3,412
19	2,601	2,754	3,049	41	2,913	3,084	3,435
21	2,644	2,801	3,101	43	2,931	3,103	3,455
23	2,683	2,843	3,156	45	2,948	3,120	3,474

Таблица 3.3

## Коэффициенты Стьюдента

$n-1$	Значение квантилей ( $t_{np}$ ) при $P$			
	0,900	0,950	0,990	0,999
1	6,31	12,71	-	-
2	2,92	4,30	9,82	31,60
3	2,35	3,18	5,84	12,92
4	2,13	2,78	4,60	8,61
5	2,02	2,57	4,03	6,87
6	1,94	2,45	3,71	5,96
7	1,90	2,36	3,50	5,41
8	1,86	2,31	3,36	5,04
9	1,83	2,26	3,25	4,78
10	1,81	2,23	3,17	4,59
12	1,78	2,18	3,06	4,32
14	1,76	2,14	2,98	4,14
16	1,74	2,12	2,92	4,02
18	1,73	2,10	2,88	3,92
20	1,72	2,09	2,84	3,85
25	1,71	2,06	2,79	3,72

**Условные обозначения  
на шкалах электроизмерительных приборов**

Назначение средства измерений	
A	Амперметр
mA	Миллиамперметр
$\mu$ A	Микроамперметр
V	Вольтметр
mV	Милливольтметр
$\Omega$	Омметр
M $\Omega$	Мегаомметр
W	Ваттметр
Wh	Счетчик ватт-часов
Hz	Частотомер.
$\varphi$	Фазометр, измеряющий сдвиг фаз
cos $\varphi$	Фазометр, измеряющий коэффициент мощности

*Обозначения системы прибора*

-  – прибор магнитоэлектрической системы,
-  – прибор магнитоэлектрической системы с выпрямителем,
-  – прибор электродинамической системы,
-  – прибор ферродинамической системы,
-  – прибор электромагнитной системы,
-  – прибор электростатической системы,
-  – прибор индукционной системы.

## Обозначения классов точности прибора

1,5 – обозначение класса точности прибора, численно равное пределу допускаемой основной приведенной погрешности, которая определена при нормирующем значении  $x_{н.р.н} = |x|_{max}$  (нормируется, если мультипликативная составляющая погрешности мала по сравнению с аддитивной составляющей).

 – обозначение класса точности прибора, численно равное пределу допускаемой основной относительной погрешности, которая определена при нормирующем значении  $x_{н.р.н} = |x|$  (нормируется, если аддитивная составляющая погрешности мала по сравнению с мультипликативной составляющей).

$|1,5|$  – обозначение класса точности прибора, численно равное пределу допускаемой основной приведенной погрешности, которая определена при нормирующем значении  $x_{н.р.н} = |x_{max} - x_{min}|$  (нормируется, когда нулевое значение измеряемой величины находится либо внутри диапазона, либо вне его).

 – обозначение класса точности прибора (только аналогового омметра), численно равное пределу основной приведенной погрешности, которая определена, как выраженное в процентах отношение длины участка шкалы  $\Delta l$  [мм], соответствующего максимальной абсолютной погрешности, к общей длине шкалы  $L$  [мм].

### Обозначения вида тока (напряжения)

-  – постоянный ток (напряжение),
-  – переменный ток (напряжение),
-  – постоянный и переменный ток (напряжение).

### Другие обозначения

-  – нормальное рабочее положение прибора вертикальное (на щите),
-  – нормальное рабочее положение прибора горизонтальное,
-  – испытательное напряжение прочности изоляции 500 В,
-  – испытательное напряжение, превышающее 500 В (здесь 2 кВ),
-  – прибор не подлежит испытанию прочности изоляции,

-  – перед использованием прибора внимательно изучить инструкцию по его эксплуатации,
-  – зажим не изолирован от высокого напряжения,
-  – зажим соединен с корпусом, не заземляется,
-  – зажим соединен с корпусом, заземляется.

<i>Указания по монтажу</i>	
Fe, NFe	Допускается монтаж на любом щите, любой толщины
Fe	Монтаж на щите из ферромагнитного материала (например, стали), любой толщины
FeX	Монтаж на щите из ферромагнитного материала (например, стали), толщиной X мм
NFe	Монтаж на щите из неферромагнитного материала любой толщины

*Таблица 6.1*

**ТермоЭДС различных термоэлектродов в паре с платиной при температуре рабочего спая 100 °С**

Материал	ТермоЭДС, мВ	Материал	ТермоЭДС, мВ
Кремний	+44,8	Свинец	+0,41
Сурьма	+4,7	Олово	+0,42
Хромель	+2,4	Магний	+0,42
Нихром	+2,2	Алюминий	+0,40
Железо	+ 1,8	Графит	+0,32
Сплав (90 % Pt + 10 % Fe)	+ 1,3	Ртуть	0,00
Кадмий	+0,9	Палладий	-0,57
Вольфрам	+0,8	Никель	-1,5
Манганин	+0,76	Алюмель	-1,7
Золото	+0,75	Константин	-3,4
Цинк	+0,75	Копель	-4,5
Родий	+0,64	Пирит	-12,1

*Таблица 6.2*

### Характеристики промышленных термопар

Термопара	Обозначение	Диапазон применения, °С
Медь – копель	МК	–200... +100
Хромель – копель	ХК	–200... +600
Хромель – алюмель	ХА	–200... +1000
Платинородий (10 % Rh) – плати-	ПП	0...+1300
Платинородий (30 % Rh) – платинородий (6 % Rh)	ПР	+300... +1600
Вольфрамрений (5 % Re) – вольфрамрений (20 % Re)	ВР	0...+2200

Таблица 6.3

### Характеристики промышленных термометров сопротивления

Тип термометра	Материал чувствительного элемента	Диапазон температур применения, °С
ТСП	Платина	–260... +1100
ТСН	Никель	–50... +180
ТСМ	Медь	–200... +200

Таблица 6.4

### Сравнительные характеристики пьезоэлектрических материалов

Материал	Коэффициент пьезочувствительности $K_{\Pi}$ , Кл/Н		Точка Кюри, °С
	продольной	поперечной	
Кристалл кварца	$2,31 \times 10^{-12}$	$2,31 \times 10^{-12}$	530
Титанат бария	$78 \times 10^{-12}$	$78 \times 10^{-12}$	150
Цирконато титанат свинца (ЦТС)	$(100-300) \times 10^{-12}$ $(30-60) \times 10^{-12}$		1300 до 400

Таблица 6.6

### Характеристики некоторых материалов тензорезисторов

Материал	Коэффициент тензо-чувствительности	Температурный диапазон, °С	Критическая температура, °С
Константан (45%Ni+55%Cu)	2,0	-270 ÷ 260	315
Манганин	2,0	-270 ÷ 180	180
Нихром (80%Ni+20%Cr)	2,0	до 400	450
Платина-вольфрам	2,7 ÷ 3,3	до 550	–

Таблица 7.1

### Значения коэффициентов амплитуды и формы для различных видов напряжений

Форма напряжения	Коэффициент	
	амплитуды $K_A$	формы $K_\phi$
Синусоидальная	1,41	1,11
Пульсирующая (на выходе двухполупериодного выпрямителя)	1,41	1,11
Пульсирующая (на выходе однополупериодного выпрямителя)	2,0	1,57
Пилообразная	1,73	1,16
Треугольная (симметричная)	1,73	1,16
Прямоугольная (симметричная)	1,0	1,0
Прямоугольная с симметричными относительно оси времени полупериодами (меандр)	1,0	1,0

Таблица 8.1

**Сравнительные характеристики интерфейсов  
для автономных аналого-цифровых преобразователей**

Тип интерфейса	RS 232	RS 485	USB
Скорость обмена	30 бит/с – 115К-бит/с	До 10 Мбайт/с	До 12 Мбит/с
Кол-во устройств	1	31	127
Кол-во проводов	9	9	4
Расстояние	17 м	1200 м	5 м

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Авдеев Б.Я., Антонюк Е.М., Душин Е.М. и др.* Основы метрологии и электрические измерения / Под ред. Е.М. Душина. – Л.: Энергоатомиздат, 1987.
2. *Алиев Т.М., Тер-Хачатуров А.А.* Измерительная техника. – М.: Высшая школа, 1991. – 384 с.
3. *Атамаян Э.Г.* Приборы и методы измерения электрических величин. – М.: Высшая школа, 1989. – 384 с.
4. *Богородицкий Н.П., Пасынков В.В., Тареев Б.М.* Электротехнические материалы. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 304 с.
5. ГОСТ 8.118-85 ГСИ. Вольтметры электронные аналоговые переменного тока. Методика поверки. – М.: Изд-во стандартов, 1986. – 14 с.
6. ГОСТ 8.259-77 ГСИ. Счетчики электрические активной и реактивной энергии индукционные. Методы и средства поверки. – М.: Изд-во стандартов, 1978. – 36 с.
7. *Журавин Л.Г., Мариненко М.А., Семенов Е.И., Цветков Э.И.* Методы электрических измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 288 с.
8. *Кончаловский В.Ю.* Цифровые измерительные устройства. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 304 с.
9. *Крылова Г.Д.* Основы стандартизации, сертификации, метрологии. – М.: Юнити, 1999. – 711 с.
10. *Кузнецов В.А., Долгов В.А., Коневских В.М. и др.* Измерения в электронике: Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 512 с.
11. *Кукуш В.Д.* Электрорадиоизмерения. – М.: Радио и связь, 1985. – 368 с.
12. *Кушнир Ф.В., Савенко В.Г., Верник С.М.* Измерения в технике связи. – М.: Связь, 1976. – 432 с.
13. *Левшина Е.С., Новицкий П.В.* Электрические измерения физических величин. Измерительные преобразователи. – Л.: Энергоатомиздат, 1983. – 320 с.
14. *Лифшиц И.М.* Основы стандартизации, метрологии, сертификации. – М.: Юрайт, 2000. – 285 с.
15. МИ 1317-86. ГСИ. Методические указания. Погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытании.

- ях образцов продукции и контроле их параметров. – М.: Изд-во стандартов, 1986. – 29 с.
16. *Мирский Г.Я.* Электронные измерения. – М.: Радио и связь, 1986. – 440 с.
  17. *Нефедов В.И., Хахин В.И., Федорова Е.В. и др.* Метрология и электрорадиоизмерения в телекоммуникационных системах. – М.: Высшая школа, 2001. – 383 с.
  18. *Раннев Г.Г., Тарасенко А.П.* Методы и средства измерений. – М.: Изд. центр «Академия», 2004. – 336 с.
  19. *Савенко В.Г.* Измерительная техника. – М.: Высшая школа, 1974. – 335 с.
  20. *Сергеев А.Г., Крохин В.В.* Метрология: Учебн. пособие для вузов. – М.: Логос, 2000. – 408 с.
  21. *Скрипников А.А.* Коммутирующее устройство для поверки генераторов низкой частоты. Стандартизация и управление качеством продукции. – Вып. 4. – Фрунзе, 1988. – С. 18–21.
  22. *Скрипников А.А.* Метрологические аспекты внедрения государственных стандартов на системы качества. Стандартизация и управление качеством продукции. – Вып. 1. – Фрунзе, 1990. – С. 1–4.
  23. *Скрипников А.А.* Метрология и измерительная техника. Учебно-методическое пособие / КРСУ. – Бишкек: Изд-во КРСУ, 2005. – 90 с.
  24. *Скрипников А.А.* Метрология и стандартизация. – Бишкек: Изд-во КРСУ, 2000. – 131 с.
  25. *Спектор С.А.* Электрические измерения физических величин. Методы измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 320 с.
  26. *Тартаковский Д.Ф., Ястребов А.С.* Метрология, стандартизация и технические средства измерений. – М.: Высш. школа, 2001. – 205 с.
  27. *Федоров А.М., Цыган Н.Я., Мичурин В.И.* Метрологическое обеспечение электронных средств измерений электрических величин. – Л.: Энергоатомиздат, 1988. – 208 с.
  28. *Харт Х.* Введение в измерительную технику. – М.: Мир, 1999. – 391 с.
  29. *Шшимарев В.Ю., Шанин В.И.* Электрорадиоизмерения. – М.: Изд. центр «Академия», 2004. – 336 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
<i>Глава 1</i>	
ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ИЗМЕРЕНИЯХ.....	5
1.1 Основные термины и определения в теории измерений.....	5
1.2 Шкалы измерений.....	13
1.3 Классификация измерений.....	18
1.4 Методы измерений физических величин.....	21
1.5 Классификация средств измерений.....	23
1.6 Метрологические характеристики средств измерений.....	30
Контрольные вопросы.....	34
<i>Глава 2</i>	
МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ИЗМЕРЕНИЙ.....	36
2.1. Классификация погрешностей.....	36
2.2. Вероятность и ее свойства.....	42
2.3. Аналитическое описание законов распределения случайных погрешностей .....	44
2.4. Числовые вероятностные характеристики случайных погрешностей.....	53
2.5. Доверительные интервалы и доверительные вероятности.....	59
2.6. Систематические погрешности измерений.....	61
2.7. Правила суммирования случайных и систематических погрешностей.....	63
2.8. Композиция законов распределения.....	66
Контрольные вопросы.....	69
<i>Глава 3</i>	
ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ.....	71
3.1. Подготовка измерительного эксперимента.....	71

3.2. Выбор количества измерений.....	75
3.3. Выбор характеристик погрешности измерений и способов их представления.....	78
3.4. Метод наименьших квадратов.....	81
3.5. Определение промахов.....	83
3.6. Погрешность прибора.....	85
3.7. Погрешность округления.....	87
3.8. Обработка результатов прямых измерений.....	89
3.9. Косвенные измерения.....	94
3.10. Обработка результатов совокупных и совместных измерений.....	98
3.11. Методы подбора эмпирических формул.....	101
3.12. Стандартные формы представления результатов измерений.....	110
3.13. Графическое представление результатов измерений.....	113
Контрольные вопросы.....	116

#### *Глава 4*

### **МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

<b>СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ.....</b>	<b>117</b>
4.1. Средства измерений физических величин.....	117
4.2. Свойства и метрологические характеристики средств измерений.....	119
4.3. Электромеханические приборы непосредственной оценки.....	125
4.4. Общие узлы и детали приборов электромеханической группы.....	127
4.5. Моменты измерительных механизмов.....	130
4.6. Характеристики электромеханических приборов.....	133
Контрольные вопросы.....	135

#### *Глава 5*

### **ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ**

<b>ПРИБОРОВ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ ГРУППЫ.....</b>	<b>136</b>
5.1. Магнитоэлектрические приборы.....	136
5.1.1. Магнитоэлектрические амперметры.....	141
5.1.2. Магнитоэлектрические вольтметры.....	143
5.1.3. Магнитоэлектрические гальванометры.....	145
5.1.4. Магнитоэлектрический кулонометр.....	148
5.1.5. Магнитоэлектрический веберметр.....	149
5.2. Электромагнитные приборы.....	150
5.3. Приборы электродинамической	

и ферродинамической систем.....	154
5.3.1. Электродинамические приборы.....	154
5.3.2. Приборы ферродинамической системы.....	157
5.3.3. Амперметры и вольтметры электродинамической и ферродинамической систем.....	158
5.3.4. Ваттметры.....	162
5.4. Электростатические приборы.....	164
5.4.1. Электростатические вольтметры.....	167
5.5. Индукционные приборы.....	169
5.6. Термoeлектрические приборы.....	172
5.7. Погрешности электромеханических приборов.....	174
Контрольные вопросы.....	176

### Глава 6

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ И ДАТЧИКИ.....	177
6.1. Классификация измерительных преобразователей.....	177
6.2. Термoeлектрические преобразователи.....	181
6.3. Термометры сопротивления.....	184
6.4. Пьезoeлектрические преобразователи.....	187
6.5. Тензочувствительные преобразователи (тензорезисторы).....	192
6.6. Емкостные датчики.....	195
6.7. Индукционные преобразователи.....	199
6.8. Индукционные преобразователи для измерения параметров магнитных полей.....	201
6.9. Индуктивные датчики.....	203
6.10. Трансформаторные (взаимноиндуктивные) датчики.....	207
6.11. Магнитомодуляционные преобразователи.....	208
6.12. Гальваномагнитные датчики Холла.....	211
6.13. Магниторезистивные датчики.....	216
Контрольные вопросы.....	218

### Глава 7

ЭЛЕКТРОННЫЕ АНАЛОГОВЫЕ ВОЛЬТМЕТРЫ.....	219
7.1. Структурные схемы электронных вольтметров.....	219
7.2. Особенности включения аналоговых электронных вольтметров.....	226
7.3. Влияние формы кривой измеряемого напряжения на показания аналоговых электронных вольтметров.....	228
Контрольные вопросы.....	232

### Глава 8

ЦИФРОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ.....	233
-------------------------------------	-----

8.1. Преобразование сигналов измерительной информации.....	233
8.2. Свойства и структурные схемы цифровых измерительных приборов.....	237
8.3. Цифровое кодирование.....	241
8.4. Цифроаналоговые преобразователи.....	243
8.5. Технические характеристики аналого-цифровых преобразователей.....	246
8.6. Метрологические характеристики аналого-цифровых преобразователей.....	248
8.7. Аналого-цифровой преобразователь поразрядного уравнивания.....	251
8.8. Аналого-цифровой преобразователь развертывающего преобразования.....	252
8.9. Аналого-цифровой преобразователь последовательного счета.....	254
8.10. Аналого-цифровой преобразователь «частота – код».....	256
8.11. Аналого-цифровой преобразователь «интервал времени – код».....	257
8.12. Интегрирующий аналого-цифровой преобразователь.....	258
8.13. Особенности построения цифровых вольтметров.....	260
8.14. Времяимпульсный цифровой вольтметр.....	261
8.15. Цифровой частотомер.....	265
8.16. Применение микропроцессоров в измерительных приборах.....	269
Контрольные вопросы.....	271

## *Глава 9*

<b>ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ.....</b>	<b>273</b>
9.1. Общая классификация измерительных информационных систем.....	273
9.2. Разновидности измерительных систем.....	279
9.3. Характеристики измерительных систем.....	289
9.4. Структурные схемы информационно-измерительных систем.....	291
9.4.1. Многоканальные измерительные системы.....	294
9.4.2. Сканирующие измерительные системы.....	295
9.4.3. Мультиплицированные измерительные системы.....	295
9.4.4. Многоточечные измерительные системы.....	297
9.5. Телеизмерительные системы.....	299
9.5.1. Токовые телеизмерительные системы.....	300
9.5.2. Частотные телеизмерительные системы.....	300

9.5.3. Цифровые телеизмерительные системы.....	302
9.6. Системы автоматического контроля и технической диагностики.....	304
Контрольные вопросы.....	308
Приложение.....	309
Литература.....	322

*А.А. Скрипников*

## ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

Учебное пособие

Редактор И.В. Верченко  
Технический редактор М.Р. Зайнулина  
Корректор Е.И. Полихова  
Компьютерная верстка Э.Ю. Вислевской

Подписано в печать 08.08.2006. Формат 60×84<sup>1/16</sup>  
Офсетная печать. Объем 20,5 п.л.  
Тираж 100 экз. Заказ 140.

Издательство Кыргызско-Российского  
Славянского университета  
720000, г. Бишкек, ул. Киевская, 44

Отпечатано в типографии КРСУ  
720000, г. Бишкек, ул. Шопокова, 68