

УДК 624.012.45

**РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЕРЕКРЫТИЙ
НА СТАТИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ С УЧЕТОМ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЗАГРУЖЕНИЯ
ПО МЕТОДУ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ**

А.М. Зулпуев, Б.С. Ордобаев, М.Т. Насыров

Рассматривается расчет железобетонных конструкций на воздействие внешней нагрузки с учетом длительности загрузки по методу сосредоточенных деформаций, на основе диаграммы "напряжения-деформации" для бетона и арматуры, позволяющие учитывать обобщенные секущие модули деформаций с проверкой сходимости итерационного процесса.

Ключевые слова: предельное состояние; нагрузка; деформация; модель; напряжение; метод; сечение; плита.

**CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE FLOOR ON THE STATIC EFFECTS
TAKING INTO ACCOUNT THE DURATION OF LOADING
BY THE METHOD OF CONCENTRATED DEFORMATION**

A.M. Zulpuev, B.S. Ordobaev, M.T. Nasyrov

This paper considers the calculation of the reinforced concrete constructions on the pressure of the outer loading taking into consideration the longevity of the loading by the method of concentrated deformations on the basis of diagram "loadings – deformations" for concrete and reinforcing cage, which lets take into account the generalized cutting modules of the deformations with checking the similarity of the iteration process.

Key words: limit state; load; deformation; model; strain; section; plat.

Расчет железобетонных перекрытий по предельным состояниям предусматривает адекватность математических моделей реальному поведению железобетонных конструкций под действием внешней нагрузки. Он позволяет сравнивать результаты теоретических расчетов с экспериментальными данными.

Сопоставление теоретических и экспериментальных данных на достаточно широком классе задач, каждая из которых является простой, позволяет перейти к расчету более сложных конструкций, встречающихся в проектной практике.

Уравнение (1) представляет собой равновесие системы конечных элементов, которая является расчетной схемой реальной железобетонной плиты перекрытия [1].

Напряженно-деформированное состояние железобетонных плит (НДС) раскрывается из системы алгебраических линейных уравнений методом перемещений в общей форме

$$[R] * \{V\} = \{P\}, \quad (1)$$

где $[R]$ – матрица внешней жесткости для всей рассматриваемой системы; ее элементы R_{ij} – реакция

в i -й связи метода перемещений от смещения j -й связи на единицу; $\{V\}$ – вектор искомых перемещений, его элементы – перемещения элементов МСД (по два угловых и одному линейному для каждого); $\{P\}$ – вектор нагрузок, его элементы – сосредоточенные силы и изгибающие моменты, действующие в узлах закрепления элементов МСД.

По перемещениям определяются внутренние силы

$$\{F\} = [D] * \{\lambda\}, \quad (2)$$

где $\{F\}$ – вектор внутренних сил, элементами которого являются внутренние силы по плоскостям сосредоточенных деформаций (изгибающий момент M , крутящий момент H и поперечная сила Q с каждой из четырех сторон элемента МСД); $[D]$ – матрица внутренней жесткости системы, ее элементы – внутренние силы по плоскостям сосредоточенных деформаций от единичного взаимного смещения соседних элементов МСД; $\{\lambda\}$ – вектор сосредоточенных деформаций (взаимных смещений и поворотов элементов МСД).

Можно воспользоваться формулой

$$[R] = [A] * [K] * [A]^T, \quad (3)$$

где $[A]$ – матрица коэффициентов уравнений равновесия элементов МСД; $[A]^T$ – матрица, транспонированная с матрицей коэффициентов уравнений равновесия $[A]$; $[K]$ – матрица внутренней жесткости сечений. Согласно формуле (2) связь между внутренними усилиями по плоскостям сосредоточенных деформаций и соответствующими деформациями для типового k -го элемента МСД можно записать в матричном виде

$$\{F\}_k = [Э]_k * \{\lambda\}_k, \quad (4)$$

где $\{F\}_k$ – вектор внутренних сил по граням k -го элемента по плоскостям сосредоточенных деформаций; $[Э]_k$ – матрица жесткости сечений для k -го элемента по тем же граням; $\{\lambda\}_k$ – вектор соответствующих деформаций.

Для расчета железобетонных плит перекрытий принят метод сосредоточенных деформаций на основе диаграмм “напряжения-деформации” для бетона и арматуры, находящаяся обобщенные секции модули деформаций согласно [3], и по ним формируются матрицы внутренней $[K]$ и внешней жесткости $[R]$ и вновь повторяется решение при заданном векторе внешних сил с проверкой сходимости итерационного процесса. Достижение стабилизации можно контролировать результатами смежных итераций всех элементов вектора деформаций или по какому-либо его отдельному составляющему (например, по прогибу). Это условие можно представить в виде

$$(\lambda_{i+1} - \lambda_i) / (\lambda_{i+1} + \lambda_i) \leq |\beta|, \quad (5)$$

где λ_i и λ_{i+1} – элементы вектора деформаций смежных i -ой и $(i+1)$ -ой итерациях; β – некоторое малое число.

После стабилизации итерационного процесса по условию (5) окончательно определяются перемещения, взаимные смещения, внутренние усилия для всех элементов МСД и опорные реакции системы.

Предлагаемый процесс расчета позволяет не только определять напряженно-деформированное состояние плиты перекрытия на каждой ступени нагружения, но и проследить динамику изменения перемещений, моментов, напряжений в арматуре и процесс образования и развития трещин. Вместе с тем известно, что для бетона характерны такие свойства, как ползучесть, усадка и релаксация, проявление которых зависит от множества факторов, основными из которых являются:

- характер и скорость приложения внешней нагрузки;
- уровень напряжения в бетоне – σ_b/R_b ;
- длительность действия внешней нагрузки – t ;
- класс бетона, его состав и возраст.

В связи с этим, нормы проектирования СНиП 2.03.01–84* рекомендуют прогиб обычных и предельно напряженных железобетонных изгибаемых элементов, к которым предъявляют требо-

вания 2-й и 3-й категорий по трещиностойкости, определять из выражения

$$f = f_1 - f_2 + f_3 - f_4, \quad (6)$$

где f_1 – прогиб от непродолжительного действия всей нагрузки; f_2 – прогиб от непродолжительного действия постоянной и длительной нагрузок; f_3 – прогиб от продолжительного действия постоянной и длительной нагрузок; f_4 – выгиб, вызванный ползучестью бетона от обжатия.

Для обычных железобетонных изгибаемых элементов $f_4 = 0$.

Применительно к указанным задачам величина прогиба f_1 будет вычисляться по алгоритму, приведенному в [2], шаговая итерация при этом будет производиться по приращению нагрузки вплоть до конечной ее величины $P_u(q_u)$. Величина прогиба f_2 от продолжительного действия длительно действующей нагрузки, будет также вычисляться по указанному выше алгоритму, вплоть до уровня нагружения $P = P_c(q = q_c)$. По достижению величины суммарного приращения внешней нагрузки величины $P_c(q_c)$ – приращение нагрузки прекращается, т. е. $P_c(q_c) = const$. Далее осуществляется выдержка плит под длительной нагрузкой в течение времени от $t = 1$ сутки до $t = 100$ лет. Во время выдержки под длительной нагрузкой осуществляется переформирование нелинейной матрицы жесткости $[R(\{V\})]$ для уравнения равновесия путем пошагового изменения времени выдержки железобетонных плит под нагрузкой ($t = 1$ сутки, $t = 3$ суток, $t = 1$ год, $t = 3$ года, $t = 10$ лет, $t = 50$ лет и $t = 100$ лет и более).

$$[R(\{V\})] \{V\} = \{P\}. \quad (7)$$

Это выражение можно применять для конкретных железобетонных плит, имеющих различную геометрию, условия закрепления и внешнюю нагрузку.

1. Железобетонная плита перекрытия 844.

Схема загрузки – сосредоточенная сила P в центре плиты.

Геометрические и физико-механические характеристики железобетонной плиты перекрытия следующие: $a = 2$ м, $b = 2$ м, $h = 0,081$ м; $h_x = 0,067$ м; $h_y = 0,060$ м; $E_b = 29800$ МПа; $E_s = 210000$ МПа; $\mu = 0,15$; $R = 26,5$ МПа; $R_b = 20$ МПа; $R_{br} = 1,89$ МПа; $\sigma_x = 390$ МПа; $\sigma_y = 408$ МПа; $\sigma_u = 592,9$ МПа; $f_{sx} = 0,000276$ м; $f_{sy} = 0,000273$ м; $d_x = 0,0070$ м; $d_y = 0,0070$ м.

Величина сосредоточенной силы P возростала от 5 до 50 кН. При этом величина сосредоточенной силы $P = 50$ кН была принята за разрушающую нагрузку. Возрастание нагрузки производилось с переменным шагом $\Delta P = (2 \div 5)$ кН. При достижении величины сосредоточенной силы P значения длительно действующей нагрузки $P_l = 0,6 \cdot P_u = 0,6 \cdot 50 = 30$ кН,

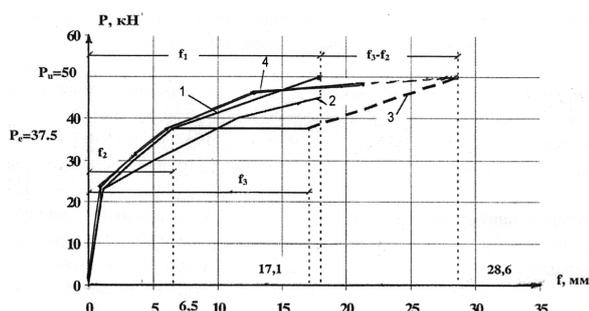


Рисунок 1 – Зависимость нагрузка – прогиб для плиты 844: 1 – МКЭ; 2 – МКР; 3 – с учетом длительности внешнего воздействия; 4 – с учетом длительности внешнего воздействия по МСД

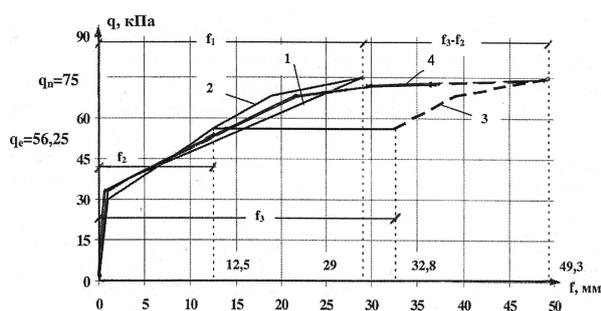


Рисунок 2 – Зависимость нагрузка – прогиб для плиты 866: 1 – теория и метод конечных разностей; 2 – теория и метод конечных элементов; 3 – с учетом длительности внешнего воздействия; 4 – с учетом длительности внешнего воздействия по МСД

увеличение нагрузки прекращалось, т. е. принималось $P_l = const$. Далее осуществлялась выдержка железобетонной плиты под нагрузкой в течение времени от $t = 180$ мин до $t = 100$ лет.

В период времени выдержки под нагрузкой, равной P_l , осуществлялась процедура изменения нелинейной матрицы жесткости $[R(\{V\})]$ по алгоритму, приведенному на рисунках 1 и 2.

2. Железобетонная плита перекрытия 866.

Схема загрузки – равномерно-распределенная нагрузка по полю плиты.

Геометрические и физико-механические характеристики железобетонной плиты перекрытия следующие: $a = 3$ м, $b = 2$ м, $h = 0,1210$ м; $h_x = 0,1045$ м; $h_y = 0,1045$ м; $E_b = 29800$ МПа; $E_s = 210000$ МПа; $\mu = 0,15$; $R = 26,5$ МПа; $R_b = 20$ МПа; $R_{bt} = 1,89$ МПа; $\sigma_x = 390$ МПа; $\sigma_y = 427,9$ МПа; $\sigma_{bt} = 597,9$ МПа; $f_{sx} = 0,00385$ м; $f_{sy} = 0,00385$ м; $d_x = 0,0070$ м; $d_y = 0,0070$ м.

Интенсивность равномерно-распределенной нагрузки изменялась от 10 до 75 кПа. Загружение производилось с переменным шагом $\Delta q = (2,5 \div 5)$ кПа.

При достижении величины нагрузки P значения длительно действующей нагрузки $P_l = 0,6 \cdot P_u = 0,6 \cdot 27,5 = 16,5$ кПа, увеличение нагрузки прекращалось, т.е. принималось $P_l = const$. Далее процедура расчета была такой же, что и при расчете плиты 844.

После выдержки железобетонных плит под длительной нагрузкой ($P_c = 30$ кН для плиты 844 и $q_c = 37,5$ кПа – для плиты 866), в результате перераспределения напряжений между арматурой и бетоном, после *трехлетней выдержки* ($t = 3$) на нижней поверхности плиты образовались дополнительные трещины, величина нормального напряжения в арматуре в сечении вновь образованной трещины составила $\sigma_s = 222,96$ МПа, а ширина раскрытия $a_{cr} = 0,8$ мм. После дальнейшей выдержки железобетонной плиты под нагрузкой ширина рас-

крытия трещины увеличилась с 0,8 мм до 0,92 мм, а величина нормального напряжения в арматуре, в сечении с трещиной, до $\sigma_s = 256,63$ МПа. В результате длительного действия внешней нагрузки прогиб середины плиты увеличился соответственно на 58,9 % для плиты 844 и на 70 % для плиты 866.

Результаты теоретических расчетов по плитам 844 и 866 в виде зависимостей $P - f$, $q - f$ приведены на рисунках 1 и 2.

Таким образом, результаты теоретических расчетов по плитам по методу сосредоточенных деформаций, хорошо подтверждаются данными эксперимента. Сопоставление результатов показало, что они не превышают 1–9 % для метода сосредоточенных деформаций.

Предлагаемый метод позволяет не только определять напряженно-деформированное состояние плиты перекрытия на каждой ступени нагружения, но и проследить динамику изменения перемещений, моментов, напряжений в арматуре и процесс образования и развития трещин.

Литература

1. Зулпуев А.М. Расчет железобетонных плоскостных конструкций на основе дискретных моделей / А.М. Зулпуев // Наука и новые технологии. Бишкек. 2006. № 7–8. С. 142–143.
2. Медетбеков А.М. Нелинейное исследование изгиба железобетонных пластин с использованием эффективных конечных элементов / А.М. Медетбеков // В сб. Метод конечных элементов в расчетах железобетонных пластин. Фрунзе, 1978. С. 12–23.
3. Темикеев К. Экспериментальные исследования пространственной работы плит перекрытий при действии вертикальной нагрузки / К. Темикеев, А.К. Стамалиев // Сб. трудов КАСИ. 1994. № 2. С. 38–43.